Г. Я. Мякишев, М. А. Петрова

ФИЗИКА

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

10 класс

ДРОФА

Г. Я. Мякишев, М. А. Петрова

ФИЗИКА

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

10 класс

Учебник

Рекомендовано
Министерством просвещения
Российской Федерации

МОСКВА
дрофа
2019

российский учебник

ПРЕДИСЛОВИЕ

В курсе физики старшей школы вы рассмотрите экспериментальные и теоретические основы таких разделов физики, как классическая механика, молекулярная физика, электродинамика, квантовая физика.

При работе с учебником обратите внимание на следующие рубрики. Для того чтобы самостоятельно:

• проверить, насколько вы хорошо усвоили материал параграфа, необходимо ответить на вопросы ;

• понять смысл физических явлений и процессов, установить их взаимосвязь, не используя при этом громоздких математических выкладок, приведены вопросы для обсуждения ;

• закрепить содержание параграфа, следует разобрать пример решения задачи , а также решить задачи из рубрики **УПРАЖНЕНИЯ** ;

• расширить свой кругозор, рекомендуется изучить материалы рубрики *Это любопытно...*, содержащей сведения из истории развития физики и техники, современной физики, интересные факты;

• исследовать физическое явление или физический закон опытным путём, конструировать экспериментальные установки и испытывать их в действии, изучать методы измерения физических величин, оценивать погрешности результатов их измерения, нужно выполнить **ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ** и **ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ**.

Обратите внимание, что в учебнике исследования физических явлений опытным путём отмечены специальным знаком .

Для учащихся, интересующихся физикой, в учебник помещены параграфы, названия которых размещены на жёлтом фоне, материалы, отмеченные знаком *, а также номера заданий, которые выделены красным цветом. Термины, формулы, определения, которые необходимо запомнить, выделены особым шрифтом или цветом.

Глава 1. ФИЗИКА И ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНЫЙ МЕТОД ПОЗНАНИЯ ПРИРОДЫ

§ 1 ФИЗИКА И ОБЪЕКТЫ ЕЁ ИЗУЧЕНИЯ. МЕТОДЫ НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ В ФИЗИКЕ

ФИЗИКА — ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ НАУКА О ПРИРОДЕ. Не секрет, что энергетические ресурсы Земли (нефть, газ, каменный уголь, природный газ и др.), рудные месторождения быстро истощаются. Без развития «чистой» энергетики, использующей возобновляемые ресурсы, без создания новых материалов и открытия новых источников энергии человечество в скором будущем полностью истратит запасы ископаемого топлива. Другими словами, без фундаментальных научных изысканий, технических достижений человечеству не обойтись при решении этих и других жизненно важных задач. Поэтому так важно приобретать, развивать и передавать «по эстафете» будущим поколениям научные знания. Ведь новые открытия и изобретения совершаются, как правило, на основе уже накопленных знаний!

Развитие науки о природе позволило создать современную технику, и это, в конечном счёте, привело к преобразованию окружающего нас мира. Основополагающую роль в этом процессе сыграла и продолжает играть физика.

Физика изучает строение материи и разнообразные виды её движения во Вселенной, т. е. во всём существующем материальном мире.

Объектами изучения физики являются механические, тепловые, электромагнитные, квантовые явления, физические поля и элементарные частицы. Фактически цель физики сводится к следующему. Во-первых, установить наиболее общие (фундаментальные) законы природы; во-вторых, объяснить конкретные явления и процессы действием этих общих законов. Наиболее глубоко происходящие явления и процессы можно объяснить на основе системных представлений о строении различных веществ. Выявление строения вещества также составляет задачу физики.

Физика стала наукой в современном понимании лишь в эпоху Возрождения — она выделилась из натурфилософии в XVII в. Именно тогда люди начали описывать накопленный ранее фактологический материал (данные наблюдений различных явлений) на математическом языке, исследовать их закономерности на основе эксперимента. Тем самым, человечество вступило на путь *научного познания природы*, который оказался очень плодотворным.

Одним из первых эффективность нового пути осознал Леонардо да Винчи (1452—1519). Он писал: «Истолкователь ухищрений природы — опыт; он никого не обманывает; лишь наше суждение само себя иногда обманывает. Нужно руководствоваться показаниями опыта и разнообразить условия до тех пор, пока мы не извлечём из опыта общих законов, ибо лишь опыт открывает нам общие законы...»

Стимулом к развитию естествознания XVII в. стал призыв к экспериментальному изучению природы со стороны английского философа Фрэнсиса Бэкона (1561—1626). Он пришёл к важному заключению: *законы природы могут дать неизмеримо больше, чем заключено в том опытном материале, на основе которого они получены.*

Наука в современном понимании, по мнению физика-теоретика Виктора Вайскопфа (1908—2002), возникла тогда, когда вместо попыток получить ответы на глобальные вопросы люди начали интересоваться простыми, на первый взгляд, незначительными фактами. Например, падением камня, нагреванием воды, когда в неё бросают кусок раскалённого железа, и т. д. Эти факты можно описывать точно и количественно. Любой человек при желании мог убедиться в их справедливости, проверить их. Вместо того чтобы задавать общие вопросы и получать частные ответы, учёные начали задавать частные вопросы и получать общие ответы. Этот процесс продолжал развиваться: вопросы, на которые мог быть получен ответ, становились всё более общими. «Самый непостижимый факт, — как сказал однажды Альберт Эйнштейн (1879—1955), — заключается в том, что природа познаваема». В процессе познания законов природы отчётливо проявилась и продолжает проявляться справедливость мысли Бэкона о возможности нахождения общих законов на основе частных фактов, установленных в ходе точных экспериментов.

Физика — это наука, занимающаяся изучением самых общих свойств окружающего нас материального мира, поэтому физические понятия и законы широко используют в любом разделе естествознания, даже если при этом ограничиваются простым описанием предметов и явлений. Ведь при таком описании нельзя обойтись без физических представлений о размерах, длительности, массе, цвете и т. д.

К настоящему времени физика имеет многогранные связи с астрономией, геологией, химией, биологией и другими естественными науками. Она многое объясняет в этих науках, предоставляет им современные средства для исследования (радиотелескопы, электронные микроскопы, лазеры, рентгеновские установки и т. д.), а также физические методы исследования. Кроме того, физика является фундаментом техники. Строительная техника, гидротехника, теплотехника, электротехника и энергетика, радиотехника и другие технические дисциплины возникли на основе физики.

МЕТОДЫ НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ В ФИЗИКЕ. На рубеже XVI—XVII вв. итальянский учёный Галилео Галилей (1564—1642), обобщая результаты исследований, создал *естественно-научный метод познания природы*. Этот метод используется во всех естественных науках. В чём же он заключается?

Прежде всего, определяется объект исследования, составляется план работы и собирается экспериментальная установка для проведения опытов. Анализ результатов наблюдения и опытов позволяет сформулировать теоретическое предположение, называемое *гипотезой*. Она является обобщением опытных данных, но при этом включает и элементы нового знания. Из гипотезы можно получить следствия, предсказать новые факты, а затем проверить их на опыте. Экспериментальная проверка следствий подтверждает гипотезу, которая становится законом.

Таким образом, схема естественно-научного метода познания выглядит следующим образом: *наблюдение → гипотеза → следствия → эксперимент*. Он тесно связан с другими методами познания и включает в себя методы теоретического и экспериментального познания природы (наблюдение, моделирование, анализ, синтез, идеализация и др.).

Задачи, стоящие перед физикой, определяют особенности *физических методов исследования*. При изучении физики уже недостаточно карандаша и бумаги — привычных принадлежностей математика. Физика, в отличие от математики, — экспериментальная наука.

Физический эксперимент — важнейший метод исследования природы. Посредством эксперимента в лабораторных условиях можно воспроизвести природное явление, наблюдать за ним, осуществлять измерения.

Законы физики основаны на фактах, которые устанавливаются главным образом в результате планомерных наблюдений. Правда, бывают и случайные открытия, как, например, обнаружение радиоактивного распада урана или рентгеновского излучения.

Любое явление или процесс, свойства любого конкретного тела очень сложны, поэтому, приступая к исследованию физического явления, мы должны выделить то главное, от чего это явление зависит существенным образом, и отбросить второстепенные обстоятельства, которые в рассматриваемом явлении не играют существенной роли. Без такого упрощения исследование физических явлений невозможно — самые простые явления приводили бы к сложным, неразрешимым теоретически задачам. Такой метод научного исследования называют *моделированием*.

Например, из курса физики основной школы вам известна такая модель как материальная точка. Однако в физике это понятие рассматривается как некоторое приближение к действительности, которое справедливо только при определённых условиях. Каждый раз нужно выяснять, выполняются эти условия или нет. Так, при рассмотрении притяжения планет к Солнцу размеры планет и Солнца намного меньше расстояний между ними. Поэтому и планеты, и Солнце можно считать материальными точками. Такое упрощение позволяет установить характер движения планет. Но если расстояния между взаимодействующими телами не очень велики по сравнению с их размерами, то считать их материальными точками уже нельзя. Так, движение искусственных спутников и Луны заметно зависит от размеров и формы Земли.

1. Что изучает физика? 2. Приведите примеры объектов изучения физики. 3. Назовите основные цели физики как науки. 4. Как физика связана с другими науками? Приведите примеры. 5. В чём состоит естественно-научный метод познания природы? 6. Какие методы научного исследования в физике вам известны?

1. Среди объектов, перечисленных ниже, укажите физические модели: а) снежинка; б) материальная точка; в) деревянный брусок; в) камень; г) математический маятник; д) тележка.

2. Пусть исследуемым объектом является металлический диск, подвешенный на упругой проволоке, длина которой намного больше размеров диска. а) Какими свойствами объекта можно пренебречь, если нас интересует вопрос о периоде колебаний диска, происходящих после того, как проволоку отклонили в вертикальной плоскости на некоторый угол (период — время, в течение которого диск возвращается в исходное положение)? б) Какими свойствами объекта можно пренебречь, изучая колебания диска вокруг проволоки как оси?

§ 2 ИЗМЕРЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ. Особенность физики состоит в том, что объекты её изучения обладают количественными характеристиками. Их называют *физическими величинами*.

Благодаря возможности получать количественные значения физических величин мы можем точно предсказать наступление определённых событий. Например, если бы мы не умели измерять температуру тела, то никогда не смогли бы дать точный ответ на вопрос: когда закипит вода? Умея же измерять температуру тела, такой ответ можно дать без труда — вода закипит при температуре 100 °C (при нормальном атмосферном давлении). Следя за изменением температуры воды, мы можем предсказать момент её закипания.

ФИЗИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ И ТЕОРИИ. Для того чтобы из наблюдений над явлениями сделать общие выводы, найти причины явлений, нужно установить количественные зависимости между различными величинами. Если такая зависимость найдена, то мы говорим, что открыт *физический закон*. Установление зависимостей между физическими величинами избавляет нас от необходимости проводить опыт в каждом отдельном случае. С помощью несложных вычислений можно получить ответ на вопрос в интересующей нас области явлений.

Изучая экспериментально количественные связи между физическими величинами, можно выявить некоторые частные закономерности. На их основе создают теорию явлений, объединяющую в одно целое отдельные законы.

Физическая теория обобщает, систематизирует экспериментальные данные, выявляет закономерные, существенные связи между понятиями, объясняет физические явления. Общих законов природы или фундаментальных физических теорий сравнительно немного, но они охватывают огромную совокупность явлений. К числу таких фундаментальных теорий относятся: классическая механика, молекулярно-кинетическая теория, термодинамика, электродинамика, квантовая механика и др.

Фундаментальные связи могут быть установлены только на основе эксперимента. Однако теория — это не простое объединение опытных закономерностей, она является результатом творческой работы, размышлений и воображения. Теория позволяет не только объяснить наблюдаемые явления, но и предсказывать новые. Так, русский учёный Дмитрий Иванович Менделеев (1834—1907) на основе открытого им Периодического закона предсказал существование нескольких новых химических элементов. Британский физик Джеймс Клерк Максвелл (1831—1879) предсказал существование электромагнитных волн и давления света на основе созданной им теории электромагнитного поля. С развитием и углублением теории появляется возможность объяснить многие понятия, введённые в начале исследования. Например, только с появлением молекулярно-кинетической теории был установлен физический смысл температуры как средней меры интенсивности беспорядочного (хаотического) движения молекул.

ИЗМЕРЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН. Для того чтобы адекватно описать происходящие события, раскрыть сущность и установить закономерности их протекания, учёные вводят ряд физических величин: скорость, силу, давление, температуру, электрический заряд и т. д. Каждой величине нужно дать точное определение, в котором указать, как эту величину можно измерить, как провести необходимый для этого измерения опыт, чтобы получить её количественное значение. Можно смело утверждать, что какая-либо область физического знания вообще становится наукой лишь с того момента, когда мы вводим в неё измерения*.

* По словам Д. И. Менделеева, «наука начинается с тех пор, как начинают измерять. Точная наука немыслима без меры».

Согласованная Международная система единиц физических величин была принята в 1960 г. на XI Генеральной конференции по мерам и весам. В Международной системе СИ (сокращение от фр. Système International d'Unités, SI) зафиксировано семь основных единиц (метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, кандела, моль), две дополнительные единицы (радиан, стерадиан), а также даны приставки для образования кратных и дольных единиц. При этом от основных единиц образуют производные единицы.

Измерить физическую величину — это значит сравнить опытным путём её значение с эталоном этой физической величины. Целью эксперимента является определение численного значения физической величины. Для измерения величин используют специальные средства измерения. Например, линейка предназначена для измерения длины, секундомер — времени, термометр — температуры тел, амперметр — силы тока, вольтметр — напряжения и т. д.

ПРЯМЫЕ И КОСВЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ. В физике различают прямые и косвенные измерения физических величин. Измерение называют *прямым*, если значение физической величины определяют непосредственно из опытных данных с помощью измерительных приборов. В качестве примеров можно привести измерения промежутков времени, длины, температуры, массы. При *косвенном измерении* значение физической величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и другими величинами, определяемыми путём прямых измерений, т. е. вычисляют по формуле. Например, требуется определить ускорение тела при его равноускоренном прямолинейном движении без начальной скорости. Прямым измерением определяют время t (по секундомеру) и путь s (по линейке), пройденный телом за это время. Тогда модуль ускорения a тела можно определить по формуле: $a = \frac{2s}{t^2}$, т. е. косвенным измерением.

ПОНЯТИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ. При проведении измерений вследствие несовершенства методов и средств измерений, изменяющихся внешних условий, получают не истинное значение измеряемой величины, а её приближённое значение. Поэтому процесс измерений можно считать завершённым только в том случае, когда указано не только значение измеряемой величины, но и возможное отклонение его от истинного значения, т. е. *погрешность измерения*.

По форме числового выражения различают два вида погрешности измерения: абсолютную и относительную.

Абсолютная погрешность Δx измерения — величина возможного отклонения измеренного значения $x_{изм}$ от истинного.

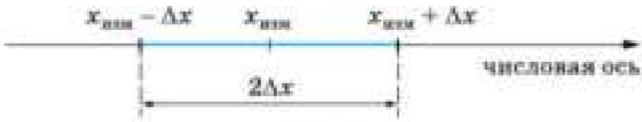


Рис. 1.1

Абсолютная погрешность выражается в единицах измеряемой величины и определяет границы числового интервала, в котором с большой вероятностью находится истинное значение величины x.

Для истинного значения величины справедливо соотношение:

$$x_{изм} - \Delta x \leqslant x \leqslant x_{изм} + \Delta x.$$

Числовой интервал $2\Delta x$, в котором с вероятностью, близкой к единице, находится истинное значение величины x, называют *доверительным интервалом* (рис. 1.1).

Относительная погрешность ε измерения — безразмерная величина, равная отношению абсолютной погрешности к измеренному значению величины.

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{изм}}.$$

Часто относительную погрешность измерения выражают в процентах:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{изм}} \cdot 100\%.$$

1. Какие формы выражения научного знания вам известны? **2.** Что означает «измерить физическую величину»? **3.** Чем различаются прямые и косвенные измерения физических величин? Приведите примеры таких измерений. **4.** Почему при измерении получают не истинное значение измеряемой величины, а её приближённое значение? **5.** Что называют: а) абсолютной погрешностью измерения; б) относительной погрешностью измерения? Как их определить в случае прямых измерений физических величин?

МЕХАНИКА

В истории науки первой законченной физической теорией стала классическая механика. Её основы были заложены в книге «Математические начала натуральной философии» (1687) выдающимся английским учёным Исааком Ньютоном (1643—1727).

В современном понимании *механика — наука о механическом движении тел и происходящих при этом взаимодействиях между ними.* Предметом её изучения являются движения любых материальных тел (кроме элементарных частиц), которые происходят со скоростями, значительно меньшими скорости света.

К основным физическим величинам, характеризующим механическое движение, относятся перемещение, скорость, ускорение. Установление связей между ними позволяет определить положение тела в пространстве в любой момент времени. При изучении механических явлений и процессов и при решении многих задач механики применяют такие модели, как материальная точка, абсолютно твёрдое тело, идеальная несжимаемая жидкость.

Механика тесно связана с другими разделами физики. Ряд её понятий и методов (при соответствующих обобщениях) находит применение в электродинамике, оптике, квантовой механике, теории относительности и др. Огромное значение механика имеет и для многих направлений астрономии. Так, знание основных понятий, уравнений и методов механики широко используется для расчёта орбит искусственных спутников и межпланетных аппаратов. Значительную роль механика играет в конструировании автомобилей и других технических объектов, в проектировании и создании речных и морских судов, различных сооружений, зданий и механизмов.

Целостное представление об основных понятиях, законах, моделях и приложениях механики вы получите при изучении кинематики, динамики, законов сохранения в механике, статики, гидро- и аэростатики.

Глава 2

КИНЕМАТИКА

Раздел механики, в котором изучаются способы описания движений и связь между физическими величинами, характеризующими эти движения, называют кинематикой (от греч. *kinematos* — движение). При этом не рассматриваются причины изменения характера движений, т. е. не учитываются массы тел и действующие на них силы.

Основная задача кинематики состоит в определении положения тела в пространстве в любой момент времени в выбранной системе отсчёта.

Однако любое тело состоит из частей, которые занимают различные положения в пространстве. На первый взгляд, задача описания движения тела кажется очень сложной. Наиболее простой способ — это научиться описывать *движение точки*.

За точку можно принять очень маленький предмет — маленький по сравнению с тем расстоянием, которое он проходит (например, пуля, выпущенная из ружья). Конечно, использовать модель точки можно только при условии, когда размерами и формой тела можно пренебречь в условиях решаемой задачи. Например, когда мы говорим о расстоянии, пройденном автомобилем, нет необходимости учитывать размеры или движение его колёс.

§ 3 РАЗЛИЧНЫЕ СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА. Из курса физики основной школы известно, что

механическое движение — это изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени.

В случае прямолинейного движения тело в любые моменты времени остаётся на одной прямой. Будем считать, что прямая на рисунке 2.1 изображает шоссе, а точка A — автомобиль, движущийся по нему. Выберем точку начала отсчёта расстояний. Обозначим её буквой O, а расстояние OA от начала отсчёта до движущейся точки — буквой r (см. рис. 2.1).

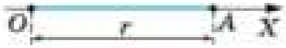


Рис. 2.1

Для того чтобы определить положение автомобиля на шоссе, нужно указать его расстояние от точки, принимаемой за начало отсчёта. Эту точку можно выбирать произвольно. Знание только расстояния r не позволит однозначно определить положение автомобиля A в пространстве, так как это расстояние можно отсчитать от точки O как вправо, так и влево. Поэтому следует воспользоваться *осью координат*, т. е. выбрать на прямой положительное направление, отметив его стрелкой. Тогда положение тела можно охарактеризовать одной *координатой* — числом, принимающим как положительные, так и отрицательные значения.

СИСТЕМА ОТСЧЁТА. Особо отметим, что во всех случаях можно говорить лишь о движении одного тела *относительно* другого (например, о движении автомобиля относительно земли).

Тело, относительно которого рассматривается движение, называют телом отсчёта.

С телом отсчёта принято связывать *систему координат*. В случае прямолинейного движения достаточно использовать одну координатную ось. Кроме того, нам ещё потребуются часы, так как движение тела происходит во времени.

Тело отсчёта, связанная с ним система координат (или координатная ось) и часы образуют систему отсчёта.

РАЗЛИЧНЫЕ СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ. Движение тела считается заданным (известным), если известны уравнения (или графики, таблицы), позволяющие определить положение данного тела относительно системы отсчёта в любой момент времени.

Рассмотрим *табличный способ* описания прямолинейного движения тела на следующем примере. Будем определять положения автомобиля на прямолинейном участке шоссе через равные промежутки (интервалы) времени, например через каждую минуту. За начальный момент времени можно принять показания часов, когда мы определяем положение автомобиля в первый раз. Выбор начала отсчёта времени является произвольным. Если отсчёт времени производится с помощью секундомера, то

Таблица 1

t, мин	x, м	t, мин	x, м
0	0	7	2130
1	320	8	2250
2	1050	9	3130
3	1840	10	4130
4	2130	11	5130
5	2130	12	6130
6	2130		

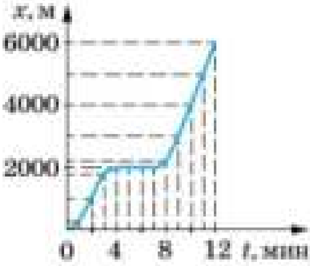


Рис. 2.2

целесообразно включить его в момент начала движения автомобиля ($t_0 = 0$). Результаты измерений координаты автомобиля в соответствующие моменты времени приведены в таблице 1.

Перейдём к *графическому способу* описания движения. Графическое описание движения очень наглядно. Будем откладывать вдоль горизонтальной оси моменты времени, а вдоль вертикальной оси — соответствующие значения координат автомобиля. Соединив точки, каждая из которых соответствует координате автомобиля в определённый момент времени, получим график изменения координаты со временем (рис. 2.2). График на этом рисунке содержит те же сведения о движении автомобиля, что и таблица 1.

Приведённый график показывает, как меняется координата автомобиля с течением времени. Легко заметить, что получается довольно сложная кривая. Но это не означает, что автомобиль движется вдоль этой кривой, ведь его движение является прямолинейным.

Линию в пространстве, вдоль которой происходит движение тела в выбранной системе отсчёта, называют траекторией.

В рассмотренном случае траектория движения тела (автомобиля) — прямая линия. Если траектория представляет собой кривую линию, то такое движение называют *криволинейным*. На рисунке 2.3 приведены примеры траектории движения: *а* — прямолинейная; *б* — криволинейная.

Для тела, которое можно рассматривать как систему точек, расстояния между которыми не изменяются со временем, простейшими видами движения являются *поступательное* и *вращательное*.

Движение тела называют поступательным, если прямая, проведённая между двумя любыми его точками, остаётся параллельной самой себе.

а

б

Рис. 2.3

Так, любые две точки (например, A и B) кабинки колеса обозрения (рис. 2.4, *а*) движутся так, что проходящая через них прямая AB всегда остаётся параллельной самой себе (рис. 2.4, *б*). Тем самым, кабинка движется поступательно.

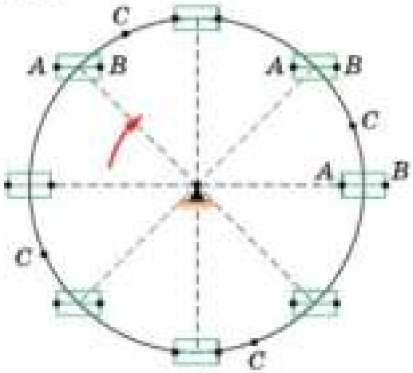
> **Движение тела называют вращательным, если все его точки движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой. Эту прямую называют осью вращения тела.**

Вращательное движение совершают, например, колёса, валы двигателей и генераторов, пропеллеры самолётов.

Остановимся ещё на одном способе описания движения, называемом *аналитическим*. В каждый момент времени t координата x тела имеет определённое значение. С течением времени происходит изменение координаты. На математическом языке это означает, что координата x является функцией времени:

$$x = f(t), \text{ или } x = x(t).$$

а



б

Рис. 2.4

Вид этой функции в каждом конкретном случае будет вполне определённым.

Таким образом, существует три способа описания движения: табличный, графический и наиболее полный — аналитический, выражающий функциональную зависимость координаты от времени.

1. Что изучает кинематика? **2.** В чём заключается основная задача кинематики? **3.** Что называют: а) механическим движением; б) телом отсчёта; в) системой отсчёта? **4.** В чём состоит: а) табличный; б) графический; в) аналитический способ описания движения?

1. В безветренную погоду капли дождя падают вертикально. По какой траектории в этом случае будут стекать капли по стеклу автобуса, когда он находится на остановке? Изменится ли их траектория, если автобус будет двигаться?

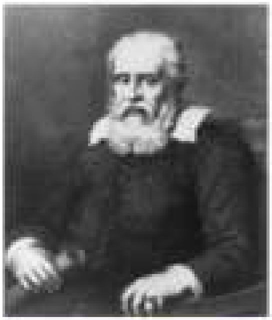
2. Какие части велосипеда движутся поступательно при движении велосипедиста по горизонтальному участку дороги?

Это любопытно…

Из истории развития физики и техники

Попытки древних философов (прежде всего, Аристотеля) объяснить причины движения, в том числе механического, были плодом чистой фантазии. Подобно тому, рассуждали они, как утомлённый путник ускоряет шаги по мере приближения к дому, падающий камень начинает двигаться всё быстрее, приближаясь к матери-Земле.

Подлинное развитие науки о механическом движении началось с трудов Галилея. Он открыл принцип относительности, ввёл понятие инерции, исследовал законы падения и движения тел по наклонной плоскости, предложил применять маятник для измерения времени. Галилей развил запрещённое в то время церковью учение Коперника о движении Земли вокруг Солнца, за что в 1633 г. был осуждён римским католическим судом. Приговор был отменён Ватиканом лишь в 1992 г. по инициативе папы римского Иоанна Павла II.



Г. ГАЛИЛЕЙ

Галилей первым понял, что для исследования движения тел нужно научиться описывать их количественно (математически). При этом нельзя ограничиваться простым наблюдением за движущимися телами, нужно ставить заранее продуманные опыты и выражать их результаты на языке математики.

§ 4 ПЕРЕМЕЩЕНИЕ. РАДИУС-ВЕКТОР

ПЕРЕМЕЩЕНИЕ. Шаг, который вы делаете, является примером перемещения. Любое перемещение определяется как его длиной, так и направлением. Величины, которые характеризуются не только числовым значением, но и направлением, называют векторными*.

Вектором перемещения или просто перемещением называют направленный отрезок прямой, проведённый из начального положения движущегося тела в его конечное положение.

Как и для обычного отрезка, крайние точки вектора часто обозначают буквами. Однако в отличие от обычного отрезка (где A, B — концы отрезка) точка A называется началом вектора, а точка B — его концом. На рисунке 2.5 показан вектор перемещения. Так же как и обычный отрезок, вектор обладает длиной, которая называется его *модулем* и обозначается $|\overrightarrow{AB}|$. Модуль вектора так же, как и длину обычного отрезка, можно обозначать одной буквой, например $|\overrightarrow{AB}| = a$. Сам вектор можно записать тоже с помощью одной буквы: $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$.

Рис. 2.5

РАДИУС-ВЕКТОР И ЕГО ПРОЕКЦИИ. Положение тела в произвольной точке A пространства (рис. 2.6) можно задать с помощью *радиуса-вектора*.

Радиусом-вектором называют вектор, проведённый из начала системы координат (точки O) в данную точку пространства.

Допустим, что в момент времени t движущееся тело находится в точке A. Длина радиуса-вектора $\vec{r}$ или его модуль $|\vec{r}| = r$ определяет расстояние, на котором точка A (см. рис. 2.6) находится от начала координат. Следовательно, радиус-вектор указывает, на каком расстоянии и в каком направлении находится точка A пространства относительно начала выбранной системы координат.

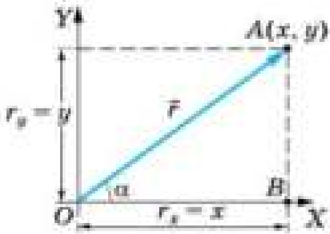


Рис. 2.6

* Напомним, что величины, которые характеризуются только числовым значением, называют *скалярными* (*скалярами*).

Проекциями радиуса-вектора $\vec{r} = \overrightarrow{OA}$ (см. рис. 2.6) на координатные оси X и Y являются координаты конца этого вектора, т. е. точки A. В данном случае r_x и r_y — проекции вектора $\vec{r}$ на оси координат X и Y. Тогда $r_x = x$, $r_y = y$.

Проекции, как и координаты, могут быть положительными и отрицательными.

Координаты x и y точки A полностью определяют модуль радиуса-вектора и его направление на плоскости относительно координатных осей. Используя теорему Пифагора, запишем:

$$|\overrightarrow{OA}|^2 = (OB)^2 + (AB)^2,$$

или

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

ПРОЕКЦИИ ВЕКТОРА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ. Опустив перпендикуляры из начала и конца вектора перемещения $\overrightarrow{A_1A_2}$ (рис. 2.7) на оси координат X и Y, можно найти его проекции на эти оси. Проекции вектора перемещения — изменения координат* Δx и Δy движущегося тела. Изменения координат могут быть как положительными, так и отрицательными величинами, поэтому проекции перемещения на оси координат также могут быть положительными или отрицательными.

Модуль и направление перемещения полностью определяются его проекциями на оси координат. Модуль перемещения (см. рис. 2.7) можно записать в виде:

$$|\overrightarrow{A_1A_2}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}.$$

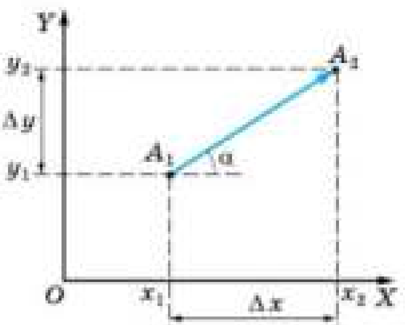


Рис. 2.7

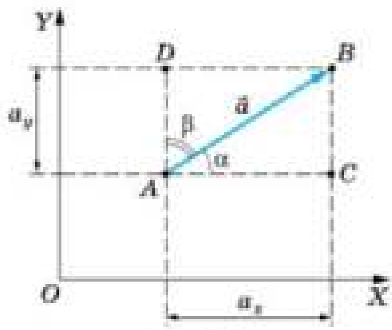


Рис. 2.8

* Изменением любой величины, в том числе координаты, называют разность между значениями величины в конце и начале процесса изменения.

Направление вектора $\overrightarrow{A_1A_2}$ определяется углом α: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Если, напротив, известен вектор перемещения, то однозначно определяются изменения координат Δx и Δy движущегося тела.

Проекции любой векторной величины находятся так же, как и проекции перемещения. Но они выражаются не в единицах длины, а в тех единицах, в которых выражается модуль данной величины.

Направление вектора $\vec{a}$ (рис. 2.8) можно задать углами α или β между вектором и положительными направлениями осей координат. Из рисунка видно, что модуль проекции a_x равен длине отрезка AC, а модуль проекции a_y — длине отрезка AD. Из прямоугольных треугольников ABC и ABD следует: $a_x = a\cos\alpha$, $a_y = a\cos\beta$.

1. Какие величины называют: а) векторными; б) скалярными? Приведите примеры. **2.** Что называют вектором перемещения? **3.** Что представляют собой проекции радиуса-вектора $\vec{r}$ (см. рис. 2.6)? Как можно определить его модуль? **4.** Как можно найти проекции вектора перемещения?

§ 5 РАВНОМЕРНОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

РАВНОМЕРНОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ. СКОРОСТЬ. Если нам известно, что автомобиль в данный момент времени находится в определённом месте на шоссе, то мы ещё ничего не знаем о том, как он движется. Важной физической величиной, характеризующей движение тела, является его *скорость*. Со скоростью вы знакомы из повседневной жизни. Скорость показывает, как быстро движется тело, т. е. как быстро с течением времени меняется его положение в пространстве по отношению к другим телам.

Самое простое движение — это равномерное движение тела по прямой. Для этого движения проще всего определить, что такое скорость.

Движение тела называют равномерным прямолинейным, если его траектория представляет собой прямую линию и тело за любые равные промежутки времени проходит равные расстояния.

При этом тело движется всё время в одном и том же направлении. Будем считать, что тело (автомобиль на шоссе) движется прямолинейно. Пусть в момент времени t_1 тело имело координату x_1, а в момент времени t_2 его координата стала равной x_2 (рис. 2.9). За интервал времени $t_2 - t_1$ изме-

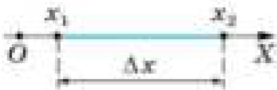


Рис. 2.9

нение координаты тела равно $x_2 - x_1$. Для интервала времени принято сокращённое обозначение Δt: $\Delta t = t_2 - t_1$, для изменения координаты Δx: $\Delta x = x_2 - x_1$.

При равномерном прямолинейном движении координаты движущегося тела изменяются одинаково за любые равные промежутки времени.

Скоростью равномерного прямолинейного движения называют отношение изменения координаты тела Δx к промежутку времени Δt, за который это изменение координаты произошло.

Обратим внимание, что здесь речь идёт о проекции скорости движения тела на координатную ось X. Если обозначить скорость через υ_x, то, согласно определению:

$$\upsilon_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \tag{1}$$

В СИ единица скорости — *метр в секунду* (м/с).

Если скорость движения тела постоянна, то координата меняется со временем по простому закону. В § 4 мы рассмотрели *векторный способ* представления таких кинематических характеристик движения, как радиус-вектор, вектор перемещения. Прямолинейное движение тела также можно описывать с помощью векторов. Однако заметных преимуществ для данного вида движения это не даёт, поэтому в этом параграфе мы будем использовать координатный способ описания движения.

Рассмотрим движение тела, начиная с момента времени $t_0 = 0$. Пусть в начальный момент времени координата тела равна x_0 (рис. 2.10). Тогда, обозначив координату в произвольный момент времени через x, согласно определению скорости (1), получим: $\upsilon_x = \frac{x - x_0}{t}$.

Отсюда следует, что

$$x = x_0 + \upsilon_x t. \tag{2}$$

Выражение (2) называют *кинематическим уравнением равномерного прямолинейного движения*.

Видно, что зависимость координаты тела от времени является линейной функцией времени. Так как проекция скорости υ_x тела на координатную ось X может быть как больше, так и меньше нуля, то координата x или возрастает, или убывает. Итак, для определения координаты тела в произвольный момент времени необходимо знать начальную координату x_0 и скорость υ_x.

Рис. 2.10

Подчеркнём, что формула (2) непосредственно определяет координату движущегося тела, но не *пройденный путь*.

Длину отрезка траектории, пройденного телом за некоторый промежуток времени, называют путём, пройденным за этот промежуток времени.

При прямолинейном движении в одном направлении пройденный путь s (см. рис. 2.10) равен модулю изменения координаты:

$$s = |x - x_0|.$$

Зная модуль скорости движения тела, можно найти пройденный им путь:

$$s = |v_x|t = vt. \qquad (3)$$

Из выражения (3) следует, что модуль скорости v равен

$$v = |v_x| = \frac{s}{t}. \qquad (4)$$

Отметим, что при криволинейном движении модуль перемещения не равен пути, пройденному телом с момента времени t_1 до момента времени t_2 (рис. 2.11), т. е. длина кривой A_1A_2 больше длины вектора перемещения.

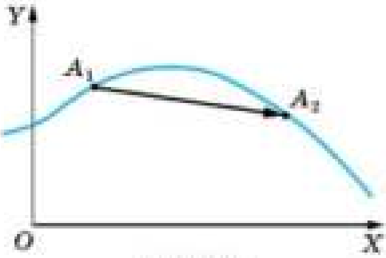


Рис. 2.11

ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РАВНОМЕРНОГО ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ. При равномерном прямолинейном движении проекция скорости тела v_x = const. Поэтому и её модуль v = const (т. е. не изменяется с течением времени). Графиком зависимости модуля скорости v от времени t является прямая AB, параллельная оси времени и расположенная выше этой оси, так как $v > 0$ (рис. 2.12, *а*).

Площадь прямоугольника $OABC$, заштрихованного на этом рисунке, численно равна пути s, пройденному телом за время t. Действительно, сторона OA в определённом масштабе — модуль скорости v, а сторона OC — время движения t, поэтому $s = vt$.

В отличие от модуля скорости, проекция скорости, определённая по формуле (1), может быть величиной как положительной, так и отрица-

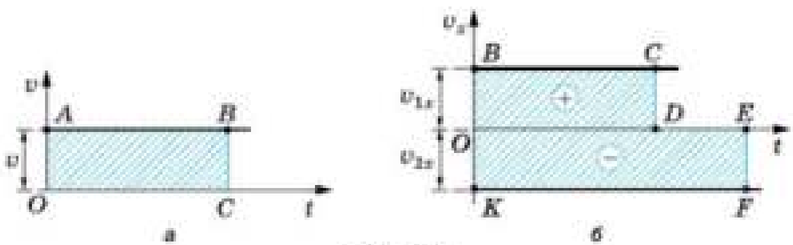


Рис. 2.12

тельной. Поэтому графиком зависимости проекции скорости v_x от времени t может быть либо прямая BC (рис. 2.12, *б*), либо прямая KF. Обе прямые параллельны оси времени. Прямая BC соответствует положительному значению скорости ($v_{1x} > 0$), а прямая KF — отрицательному значению ($v_{2x} < 0$). Площади прямоугольников $OBCD$ и $OEFK$, заштрихованных на рисунке, численно равны соответствующим изменениям координат движущихся тел за время их движения.

При равномерном прямолинейном движении путь прямо пропорционален времени, так как модуль скорости v = const: $s = vt$. Графиком, выражающим зависимость пути от времени, является прямая, выходящая из начала координат.

Рассмотрим *основные свойства графика зависимости пути от времени*.

1. Пройденный телом путь будет численно равен площади под графиком зависимости модуля скорости этого тела от времени.

2. График пути всегда направлен вверх (функция возрастает), так как путь не может быть отрицательным и не может уменьшаться в процессе движения.

3. Чем больше модуль скорости, тем больший угол образует график пути с осью времени.

На рисунке 2.13 представлены графики пути *1* и *2* для двух движущихся тел. Так как за 2 с первое тело прошло путь, равный 1 м, то модуль скорости первого тела $v_1 = 0,5$ м/с. Модуль скорости второго тела $v_2 = 2$ м/с, так как за 1 с тело прошло путь, равный 2 м.

Опишем график зависимости координаты от времени при равномерном прямолинейном движении. В этом случае координата является линейной функцией времени $x = x_0 + v_x t$. Поэтому график зависимости координаты от времени представляет собой прямую линию. Обсудим, какие сведения можно получить из графика, приведённого на рисунке 2.14. В начальный момент времени ($t_0 = 0$) тело имело координату $x_0 = 3$ м, в момент времени

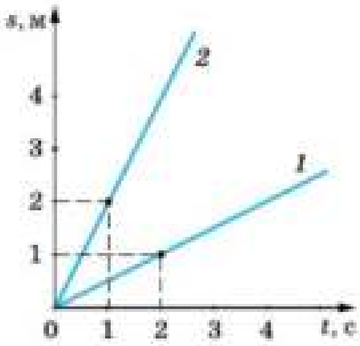


Рис. 2.13

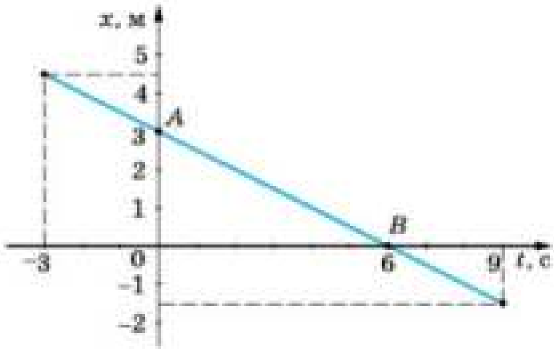


Рис. 2.14

$t_1 = 6$ с координата тела $x_1 = 0$, т. е. оно находилось в начале координат, а в момент времени $t_2 = 9$ с тело находилось в точке с координатой $x_2 = -1,5$ м. Весь рассматриваемый промежуток времени тело двигалось противоположно положительному направлению оси X. Поэтому проекция скорости тела равна $\upsilon_x = \dfrac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = -0,5$ м/с, а модуль скорости $\upsilon = 0,5$ м/с.

Обратите внимание на то, что по графику зависимости $x(t)$ можно находить положения тела до начала отсчёта времени при условии, что и до этого момента оно двигалось равномерно и прямолинейно с той же скоростью. Моменты времени до начала отсчёта считают отрицательными. Согласно рисунку 2.14, за 3 с до начала отсчёта времени координата тела была равна 4,5 м.

Таким образом, *все графики равномерного прямолинейного движения представляют собой прямые линии. Для их построения достаточно указать значения x или s для двух моментов времени.*

?

1. Какое движение тела называют равномерным прямолинейным? 2. Как можно определить скорость равномерного прямолинейного движения? 3. Что представляет собой кинематическое уравнение равномерного прямолинейного движения? 4. Почему путь не может быть отрицательной величиной? 5. Какую информацию можно получить, анализируя графики равномерного прямолинейного движения?

??

1. Запишите выражения для определения изменения координат тел, используя рисунок 2.12, *б*. Почему площади прямоугольника $OBCD$ приписывается знак «+», а площади прямоугольника $OKEF$ — знак «−»? 2. Опишите характер движения пешехода, используя рисунок 2.15. 3. Какой физический смысл имеет угол наклона графика зависимости координаты от времени к оси времени при равномерном прямолинейном движении?

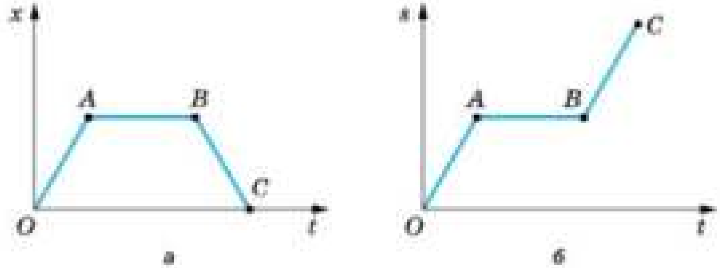


Рис. 2.15

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

По графикам зависимости координат тел *1* и *2* от времени (рис. 2.16) для каждого тела определите проекцию скорости на ось X. Запишите кинематические уравнения движения этих тел. Для каждого из них постройте графики зависимости проекции скорости от времени.

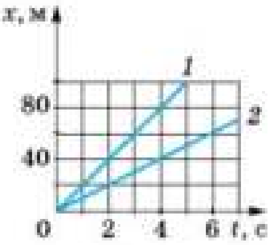


Рис. 2.16

Решение:

Начальная координата обоих тел $x_0 = 0$, поэтому кинематическое уравнение движения для каждого тела можно записать в виде:

$$x_1(t) = 0 + \upsilon_{1x}t; \quad x_2(t) = 0 + \upsilon_{2x}t.$$

Проекцию скорости движения можно найти по графику как отношение изменения координаты к промежутку времени, за который это изменение произошло:

$$\upsilon_{1x} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1}; \ \upsilon_{1x} = \frac{80 - 0}{4} \text{ м/с} = 20 \text{ м/с};$$

$$\upsilon_{2x} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}; \ \upsilon_{2x} = \frac{60 - 0}{6} \text{ м/с} = 10 \text{ м/с}.$$

Тогда $x_1(t) = 20t$ (м); $x_2(t) = 10t$ (м).

Учитывая полученные данные, построим графики зависимости $\upsilon_x(t)$ для каждого тела (рис. 2.17).

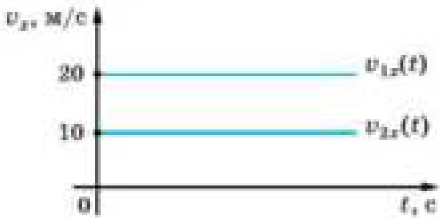


Рис. 2.17

Ответ: $\upsilon_{1x} = 20$ м/с, $\upsilon_{2x} = 10$ м/с, $x_1(t) = 20t$ (м), $x_2(t) = 10t$ (м).

УПРАЖНЕНИЯ

1. Проекции вектора $\vec{r}$ на оси X и Y равны: $r_x = -2$ см, $r_y = 0$. Найдите модуль и направление вектора $\vec{r}$.

2. От станции *A* по направлению к станции *B* отправился товарный поезд со скоростью 30 км/ч. Через 0,5 ч от станции в том же направлении вышел пассажирский поезд. С какой по модулю скоростью должен двигаться пассажирский поезд, чтобы догнать товарный поезд на станции *B*? Расстояние между станциями составляет 45 км.

3. Навстречу друг другу движутся пассажирский поезд со скоростью 90 км/ч и скорый поезд со скоростью 120 км/ч. Расстояние между поездами равно 70 км. На каком расстоянии от скорого поезда должен находиться разъезд, чтобы поезда разошлись без остановки?

4. Два мотоцикла движутся прямолинейно и равномерно. Скорость движения первого мотоцикла по модулю больше скорости движения второго мотоцикла. Постройте для данных тел графики зависимости: а) пути от времени; б) модуля скорости от времени.

5. Движение тела задано кинематическим уравнением: $x(t) = 100 - 5t$ (м). Определите: а) начальную координату тела; б) проекцию и модуль скорости его движения; в) координату тела через 15 с; г) модуль его перемещения за 15 с.

§ 6 ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА НА ПЛОСКОСТИ. СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ. МГНОВЕННАЯ СКОРОСТЬ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕЛА НА ПЛОСКОСТИ. До сих пор мы изучали движение вдоль прямой линии. Автомобиль на прямолинейном участке шоссе или поезд на прямолинейном участке железной дороги иначе и не могут двигаться. На реке нет ни дорог, ни рельсов, и лодка может плыть под любым углом к берегу. Правда, ограничение движения здесь всё же есть. Лодка перемещается в одной определённой плоскости, а именно вдоль поверхности воды. Самолёт же может лететь в горизонтальной плоскости, вниз или вверх. Как же рассматривать движение в более сложных случаях?

Для описания движения на плоскости воспользуемся понятием вектора перемещения. Положение тела на плоскости можно задать радиусом-вектором. Следовательно, для описания движения нужно уметь определять радиус-вектор тела в любой момент времени. Из рисунка 2.18 видно, что если известны радиус-вектор $\vec{r}_1$ в какой-то момент времени и перемещение $\Delta\vec{r}$ тела, то можно найти радиус-вектор $\vec{r}_2$ в любой последующий момент времени: $\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \Delta\vec{r}$.

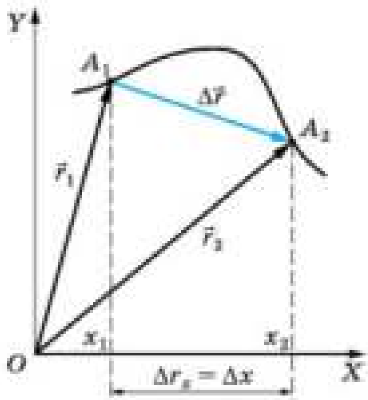


Рис. 2.18

Обычно радиус-вектор в начальный момент времени t_0 обозначают через $\vec{r}_0$, а в любой другой момент времени t — через $\vec{r}$. Поэтому

$$\vec{r} = \vec{r} + \vec{r}. \quad (1)$$

Уравнение (1) справедливо для любого движения — прямолинейного и криволинейного, равномерного и неравномерного. Для того чтобы найти положение тела в любой момент времени, т. е. найти радиус-вектор, нужно знать начальное положение тела, определяемое радиусом-вектором $\vec{r}_0$, и уметь вычислять перемещение $\Delta\vec{r}$.

Для случая движения на плоскости векторному уравнению (1) соответствуют два уравнения в координатной форме. Для их записи будем использовать проекции векторов на оси координат. Зная, что проекциями радиусов-векторов являются координаты концов этих векторов и что проекции перемещения равны изменениям координат, получим:

$$x = x_0 + \Delta x,$$
$$y = y_0 + \Delta y.$$

Итак, чтобы найти положение тела на плоскости в любой момент времени (координаты x, y), нужно знать его начальное положение (координаты x_0, y_0) и уметь вычислять изменения координат Δx, Δy при его движении*.

СКОРОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ. Ни одно тело не движется всё время с постоянной скоростью. Трогаясь с места, автомобиль начинает двигаться всё быстрее. Некоторое время он может двигаться равномерно, но рано или поздно замедляет движение и останавливается. При этом автомобиль проходит различные расстояния за одинаковые интервалы времени.

Подобно перемещению, скорость является векторной величиной. Она характеризует не только быстроту движения тела, но и направление его движения.

Под *направлением движения тела* в некоторый момент времени принято понимать направление его скорости в этот момент. Скорость можно изобразить направленным отрезком (вектором), длина которого в определённом масштабе характеризует модуль скорости (рис. 2.19).

СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ. В некоторых случаях для характеристики неравномерного движения используют понятие *средней скорости*.

Вектор средней (по времени) скорости равен отношению вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ к интервалу времени Δt, за который это перемещение произошло.

$$\vec{v}_{ср} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

* Для описания движения тела в пространстве необходимо также знать координату z_0 и уметь вычислять изменения координаты Δz при его движении.

Рис. 2.19

Направление вектора средней скорости $\vec{v}_{ср}$ совпадает с направлением вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ (рис. 2.20).

МГНОВЕННАЯ СКОРОСТЬ. При посадке на Луну космического аппарата или при стыковке космических кораблей необходимо знать не среднюю скорость, а скорость в каждый момент времени, в каждой точке сложной криволинейной траектории — *мгновенную скорость*. Для того чтобы ввести понятие мгновенной скорости произвольного криволинейного движения, воспользуемся понятием средней скорости. Пусть тело движется по криволинейной траектории и в момент времени t находится в точке A (рис. 2.21). При уменьшении интервала времени Δt перемещения $\Delta\vec{r}_1$, $\Delta\vec{r}_2$, $\Delta\vec{r}_3$, ... тела уменьшаются по модулю и меняются по направлению. Соответственно средние скорости $\frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t}$, $\frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t}$, $\frac{\Delta\vec{r}_3}{\Delta t}$, ... изменяются по модулю и направлению. Но по мере приближения интервала Δt к нулю отношение $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ приближается к определённому предельному значению. Это предельное значение и называют мгновенной скоростью.

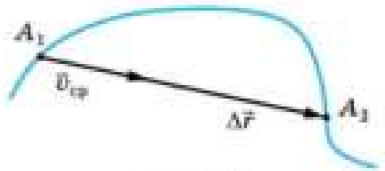


Рис. 2.20

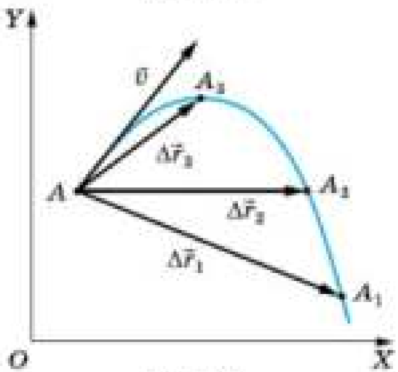


Рис. 2.21

Мгновенной скоростью тела в данный момент времени t называют физическую величину, равную отношению перемещения $\Delta\vec{r}$ тела за достаточно малый промежуток времени Δt* к длительности этого промежутка.

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}, \text{ где } \Delta t \to 0.$$

На приборной панели любого автомобиля находится спидометр (рис. 2.22), который предназначен для определения модуля мгновенной скорости движения. Мгновенная скорость $\vec{v}$ тела направлена по касательной к траектории в той её точке, где находится тело. Действительно, при уменьшении интервала Δt вектор $\Delta\vec{r}$ уменьшается по модулю и его направление приближается к направлению касательной к траектории, проведённой в точке A (см. рис. 2.21). В этом нетрудно убедиться на простых примерах (рис. 2.23).

Рис. 2.22

СРЕДНЯЯ ПУТЕВАЯ СКОРОСТЬ. Часто при составлении расписания движения автобусов, поездов и других транспортных средств нужно уметь оценивать время, необходимое для прохождения определённого пути. Или, наоборот, нужно знать приблизительно путь, проходимый за какое-либо определённое время. Однако заранее знать скорость, например, автобуса в каждой точке практически невозможно. Дорожные условия, светофоры, интенсивность движения

а

б

Рис. 2.23

* Под выражением «малый промежуток времени» понимают такой промежуток, в пределах которого движение тела практически неотличимо от равномерного прямолинейного движения.

на дороге и другие факторы влияют на мгновенную скорость движения. Не поможет в данном случае и знание средней скорости. Например, автомобиль в конце рабочего дня возвращается в гараж. Модуль его перемещения за день равен нулю и также равен нулю модуль средней скорости $v_{ср} = 0$. Между тем автомобиль прошёл большой путь, измеряемый счётчиком, находящимся в самом автомобиле. Следовательно, определить пройденный путь с помощью средней скорости невозможно.

Поэтому целесообразно ввести ещё одну величину — *среднюю путевую скорость*.

Средняя путевая скорость равна отношению пути s (т. е. длине траектории) к промежутку времени t, за который этот путь пройден.

$$v_{ср.\,п} = \frac{s}{t}.$$

Средняя путевая скорость — это скалярная величина. Когда говорят о скорости движения поездов, судов, пешеходов и т. п., то имеют в виду именно среднюю путевую скорость. К примеру, расстояние от Москвы до Тулы, равное примерно 180 км, поезд проходит за 3 ч. Значение средней путевой скорости равно 60 км/ч. Очевидно, что поезд не всегда имел именно такую скорость. При отправлении от станций скорость поезда увеличивалась, а при торможении уменьшалась и равнялась нулю во время стоянок. На некоторых участках пути её значение было и более 60 км/ч. Но если бы поезд двигался с постоянной скоростью 60 км/ч, то путь от Москвы до Тулы он прошёл бы за 3 ч, как и при неравномерном движении.

1. Как можно определить положение тела на плоскости в любой момент времени? **2.** Сформулируйте определения: а) мгновенной скорости; б) средней скорости; в) средней путевой скорости. Какие из этих физических величин скалярные, а какие — векторные? **3.** Как направлена мгновенная скорость при криволинейном движении? **4.** В чём состоит различие в описании движения тела на плоскости и его движения по прямой линии?

1. Каким образом составляется расписание движения автобусов, поездов и других транспортных средств?
2. Обсудите различия средней скорости и средней путевой скорости на конкретных примерах.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

На рисунке 2.24 изображён график зависимости координаты x тела, движущегося вдоль оси X, от времени t. Определите: а) модуль перемещения тела за 4 с; б) путь, пройденный телом за 4 с; в) среднюю путевую скорость в интервале времени от 0 до 4 с; г) модуль вектора средней скорости для интервала времени от 0 до 4 с; д) модуль вектора средней скорости для интервала времени от 0 до 2 с.

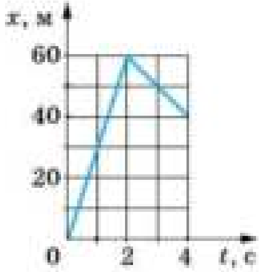


Рис. 2.24

Решение:

а) Определим модуль перемещения Δr тела, используя рисунок 2.24: $\Delta r = 40$ м.

б) Путь s находится суммированием длин отрезков траектории, пройденных телом:

$s = 60 + |40 - 60| = 80$ м.

в) По определению $v_{ср.\,п} = \frac{s}{t}$; $v_{ср.\,п} = \frac{80}{4}$ м/с = = 20 м/с.

г) $\vec{v}_{ср1} = \frac{\Delta \vec{r}_1}{\Delta t}$; $|\vec{v}_{ср1}| = \frac{40}{4}$ м/с = 10 м/с.

д) $\vec{v}_{ср2} = \frac{\Delta \vec{r}_2}{\Delta t}$; $|\vec{v}_{ср2}| = \frac{60}{2}$ м/с = 30 м/с.

Ответ: $\Delta r = 40$ м, $s = 80$ м, $v_{ср.\,п} = 20$ м/с, $|\vec{v}_{ср1}| = 10$ м/с, $|\vec{v}_{ср2}| = 30$ м/с.

УПРАЖНЕНИЯ

1. На рисунке 2.25 представлен график движения тела. Определите: а) значение проекции скорости на каждом участке; б) модуль перемещения тела; в) путь, пройденный телом; г) значение средней скорости тела на всём пути; д) модуль средней скорости перемещения за 15 с; е) модуль средней скорости перемещения за 12 с; ж) значение средней скорости за 3 с. Постройте график зависимости проекции скорости v_x от времени t.
2. Первую половину пути автомобиль прошёл со скоростью 60 км/ч, а оставшийся путь — со скоростью 25 м/с. Определите среднюю скорость автомобиля на всём пути.
3. Половину времени движения автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а оставшееся время — со скоростью 25 м/с. Чему равна средняя скорость автомобиля на всём пути?
4. Первую четверть пути поезд прошёл со скоростью 60 км/ч. Средняя скорость на всём пути оказалась равной 40 км/ч. С какой скоростью поезд двигался на оставшейся части пути?

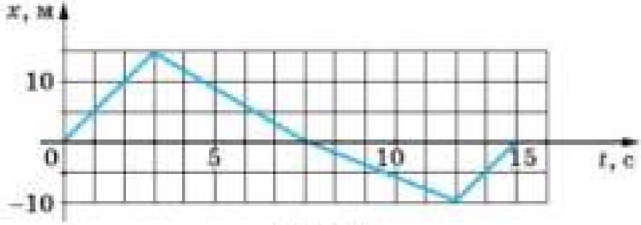


Рис. 2.25

5. Пешеход часть пути прошёл со скоростью 5 км/ч, затратив на это две трети времени своего движения. За оставшееся время он прошёл остальной путь со скоростью, равной 8 км/ч. Определите среднюю скорость пешехода на всём пути.

§ 7 УСКОРЕНИЕ. РАВНОУСКОРЕННОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

СРЕДНЕЕ УСКОРЕНИЕ. Введём ещё одну физическую величину, описывающую механическое движение, — *ускорение*. Оно характеризует быстроту изменения скорости движения тела. Ускорение является важнейшей физической величиной, так как действия одних тел на другие определяют не скорости тел, а быстроту изменения скоростей.

Пусть тело движется по криволинейной траектории (рис. 2.26, *а*). За промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ оно перейдёт из положения A_1 в положение A_2. При этом его скорость изменится. Обозначим начальную и конечную скорости движения тела через $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. Изменение скорости за время Δt равно $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. На рисунке 2.26, *б* проведено геометрическое вычитание векторов скоростей и построен вектор $\Delta\vec{v}$.

Среднее ускорение $\vec{a}_{ср}$ за промежуток времени Δt равно:

$$\vec{a}_{ср} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

Средним ускорением называют физическую величину, равную отношению изменения скорости тела $\Delta\vec{v}$ к интервалу времени Δt, в течение которого это изменение скорости произошло.

Направление вектора $\vec{a}_{ср}$ совпадает с направлением вектора $\Delta\vec{v}$.

Если ускорение постоянно, то его можно вычислять как изменение скорости в единицу времени. Это позволяет установить единицу ускорения в СИ — *метр на секунду в квадрате* (м/с^2).

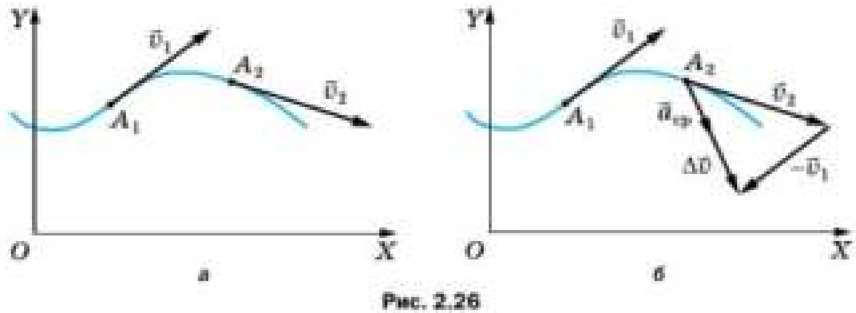


Рис. 2.26

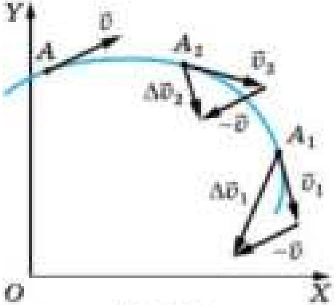


Рис. 2.27

МГНОВЕННОЕ УСКОРЕНИЕ. На практике нужно уметь определять ускорение в каждой точке траектории. Это ускорение называют *мгновенным*. На разных участках траектории за одинаковые промежутки времени Δt изменение скорости $\Delta\vec{v}$ может быть различным как по модулю, так и по направлению. При уменьшении интервала времени Δt изменения скорости $\Delta\vec{v}$ уменьшаются по модулю и меняются по направлению (рис. 2.27).

Соответственно, средние ускорения также меняются по модулю и по направлению. Но по мере приближения интервала Δt к нулю отношение $\Delta\vec{v}/\Delta t$ стремится к определённому предельному значению. Это предельное значение и есть мгновенное ускорение, или просто ускорение.

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}, \text{ где } \Delta t \to 0.$$

В то время как мгновенная скорость тела направлена по касательной к траектории, направление ускорения совпадает с направлением изменения скорости $\Delta\vec{v}$ за малый промежуток времени. Изменение же скорости только при прямолинейном движении совпадает с направлением самой скорости или противоположно ему. Поэтому ускорение может быть направлено под различными углами по отношению к траектории.

РАВНОУСКОРЕННОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ. Пусть за каждую секунду скорость тела возрастает на 1 м/с, а направление вектора изменения скорости остаётся постоянным. В этом случае среднее ускорение тела будет равно 1 м/с^2. Можно ли считать, что мгновенное ускорение при таком движении постоянно и также равно 1 м/с^2? Для ответа на этот вопрос следует проверить, остаётся ли среднее ускорение неизменным по направлению и равным по модулю 1 м/с^2, если определять его за промежутки времени Δt = 0,1 с, 0,01 с и т. д. Только в том случае, если за любые равные промежутки времени изменение скорости одинаково, можно говорить, что мгновенное ускорение постоянно. Такое движение называют равноускоренным.

Движение тела называют равноускоренным, если его ускорение остаётся постоянным, т. е. не изменяется с течением времени (как по модулю, так и по направлению).

Равноускоренное движение может быть как прямолинейным, так и криволинейным. Далее мы рассмотрим равноускоренное прямолинейное движение.

Пусть в начальный момент времени $t_0 = 0$ скорость движения тела равна $\vec{v}_0$. Тогда, обозначив скорость в произвольный момент времени через $\vec{v}$, получим в соответствии с формулой:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}.$$

Отсюда

$$\vec{v} = \vec{v}\ + \vec{a}t. \tag{1}$$

Для равноускоренного движения в одной плоскости уравнению (1) будут соответствовать две формулы для проекций вектора скорости на оси X и Y:

$$v_x = v_{0x} + a_x t,$$
$$v_y = v_{0y} + a_y t.$$

ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РАВНОУСКОРЕННОГО ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ. Если тело движется равноускоренно, то графиками модуля и проекции ускорения будут прямые, параллельные оси времени. Важно понимать, что модуль — неотрицательная величина, поэтому график модуля ускорения не может быть расположен ниже оси времени (рис. 2.28). В то же время проекции ускорения могут иметь как положительные (рис. 2.29, *а*), так и отрицательные значения (рис. 2.29, *б*). Из рисунка 2.29, *б* следует, что ускорение направлено противоположно оси X. По графику проекции ускорения можно найти, кроме a_x, изменение проекции скорости Δv_x. Оно численно равно площади прямоугольника $OABC$ или $OKMN$, так как $\Delta v_x = a_x t$, а произведение $a_x t$ численно равно площади прямоугольника $OABC$ или $OKMN$.

Значение площади берётся со знаком «минус», если она расположена ниже оси времени, что соответствует рисунку 2.29, *б*, где $\Delta v_x = a_x t < 0$.

На рисунке 2.30 изображены графики *1* и *2* проекций скорости двух тел при равноускоренном прямолинейном движении. Оба тела имеют начальную скорость, равную нулю. Первое тело движется в положительном

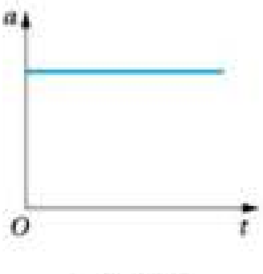


Рис. 2.28

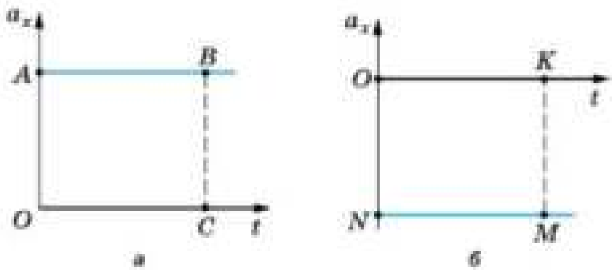


Рис. 2.29

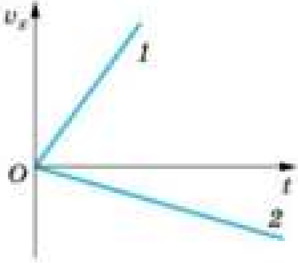


Рис. 2.30

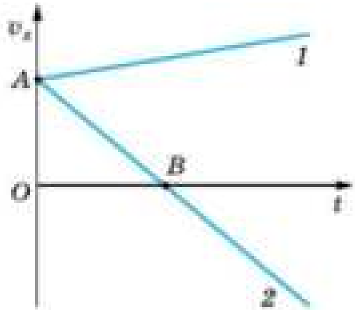


Рис. 2.31

направлении оси X и так как $\Delta\upsilon_x > 0$, то $a_{1x} > 0$. Второе тело движется противоположно оси X и так как $\Delta\upsilon_x < 0$, поэтому $a_{2x} < 0$.

На рисунке 2.31 также изображены графики *1* и *2* проекций скорости двух тел. Оба тела имеют одно и то же значение проекции начальной скорости, соответствующее отрезку OA. Согласно графику *1* тело движется в положительном направлении оси X, причём модуль и проекция скорости равномерно возрастают. Согласно графику *2*, тело в течение некоторого промежутка времени (отрезок OB) движется в положительном направлении оси X ($\upsilon_x > 0$) с равномерно уменьшающимся до нуля (остановка) значением проекции скорости. После этого проекция скорости становится отрицательной. Это означает, что тело стало двигаться в направлении, противоположном положительному направлению оси X. Проекция ускорения тела отрицательна. Так как проекция скорости точки равномерно убывает, то проекция ускорения остаётся постоянной. Следовательно, тело движется равноускоренно.

КООРДИНАТА И РАДИУС-ВЕКТОР ПРИ РАВНОУСКОРЕННОМ ДВИЖЕНИИ. Запишем уравнение для одной из координат движущегося тела:

$$x = x_0 + \Delta x.$$

В случае равноускоренного движения изменение координаты можно определить с помощью графика зависимости проекции скорости от времени. Ранее мы показали, что изменение координаты Δx при равномерном прямолинейном движении можно найти по площади прямоугольника под графиком проекции скорости:

$$\Delta x = \upsilon_x t.$$

Задача упрощалась тем, что $\upsilon_x = \text{const}$.

При движении с постоянным ускорением проекция скорости тела изменяется в зависимости от времени по линейному закону. В курсе физики 9 класса было получено выражение для изменения координаты тела:

$$\Delta x = \upsilon_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Подставляя значения изменения координат в кинематические уравнения: $x = x_0 + \Delta x$, $y = y_0 + \Delta y$, получим выражения для координат при движении тела с постоянным ускорением как функции времени:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2},$$
$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}. \qquad (2)$$

Формулы (2) применимы для описания как прямолинейного движения (в этом случае целесообразно ось X направить по прямой, вдоль которой движется тело), так и криволинейного движения. Важно лишь, чтобы оно было равноускоренным.

Двум уравнениям (2) соответствует одно векторное уравнение:

$$\boldsymbol{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}}. \qquad (3)$$

Отметим, что при помощи уравнений (2) или (3) можно найти только положение движущегося тела в любой момент времени, но не пройденный путь. При равноускоренном прямолинейном движении возможно изменение направления скорости на противоположное (например, при движении брошенного вверх тела). В таком случае нужно определить, в какой точке траектории произошло изменение направления скорости. Путь находится в результате суммирования длин отрезков траектории, пройденных телом за указанное время.

1. Как можно определить среднее ускорение? 2. Какое движение тела называют равноускоренным прямолинейным? 3. Запишите выражение для скорости движения тела при равноускоренном прямолинейном движении. 4. Как можно определить координаты тела, совершающего равноускоренное движение? 5. Какую информацию можно получить, анализируя графики равноускоренного прямолинейного движения?

1. Используя рисунок 2.32, докажите, что $\Delta x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$. При доказательстве воспользуйтесь методом разбиения площади трапеции на множество прямоугольников.
2. На рисунке 2.33 приведены графики зависимости проекции скорости v_x от времени t для тел *1* и *2*. Как изменяются модули скоростей тел? Чему соответствуют отрезки *OC* и *OD*?
3. В трактате «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки» (1638) Галилей приводит определения двух видов движения тел: а) «...движением я называю такое, при котором расстояния, проходимые движущимся телом в любые равные промежутки времени, равны между собою»; б) «...движением называ-

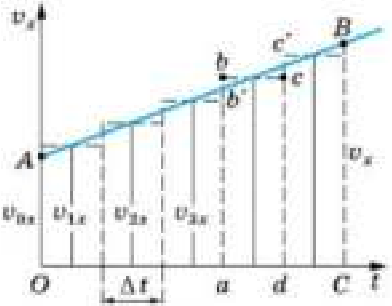


Рис. 2.32

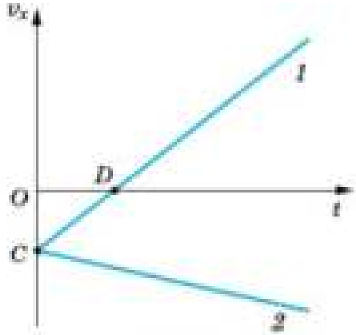


Рис. 2.33

ется такое, при котором после выхода из состояния покоя в равные промежутки времени прибавляются и равные приращения скорости». О каких видах движения идёт речь в первом и во втором случаях?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Ружейная пуля движется равноускоренно внутри ствола длиной 0,6 м в течение 0,004 с. Найдите модуль скорости пули при вылете из ствола ружья и модуль ускорения её движения внутри ствола. Модуль начальной скорости движения пули считайте равным нулю.

Дано:

$l = 0{,}6$ м

$\tau = 0{,}004$ с

$v_0 = 0$

$v_в$ — ?

a — ?

Решение:

Рис. 2.34

Запишем кинематическое уравнение для пули: $x(t) = \frac{at^2}{2}$ (так как $v_0 = 0$ по условию задачи).

В момент вылета пули из ствола ружья (рис. 2.34) $t = \tau$; $x(\tau) = l$. С учётом этого получим:

$$l = \frac{a\tau^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2l}{\tau^2}.$$

Подставим числовые данные:

$$a = \frac{2 \cdot 0{,}6}{0{,}004^2} \text{ м/с}^2 = 75\,000 \text{ м/с}^2 = 75 \text{ км/с}^2.$$

Найдём модуль скорости вылета $v_в$ пули:

$$v_в = a\tau;\ v_в = 75\,000 \cdot 0{,}004 \text{ м/с} = 300 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_в = 300$ м/с, $a = 75$ км/с^2.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Какой должна быть длина взлётной полосы, если самолёт для взлёта должен приобрести скорость, равную 240 км/ч, за 30 с?
2. Автомобиль, двигаясь равноускоренно и прямолинейно, через 10 с после начала движения достиг скорости, модуль которой равен 36 км/ч. Определите модуль ускорения, с которым двигался автомобиль. Какой путь он прошёл: а) за 10 с; б) за последнюю секунду движения?
3. Склон горы длиной 100 м лыжник прошёл за 20 с, двигаясь с ускорением, равным 0,3 м/с^2. Определите модуль скорости лыжника в начале и в конце склона.
4. Космическая ракета разгоняется из состояния покоя и, пройдя путь 200 км, достигает скорости, модуль которой равен 11 км/с. С каким по модулю ускорением она двигалась? Чему равно время разгона ракеты?
5. Покажите, что при равноускоренном движении по заданным значениям v_{0x}, v_x и a_x можно определить проекцию перемещения s_x по формуле $s_x = \dfrac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$.
6. Какой путь пройдёт моторная лодка, если она движется прямолинейно 5 с с постоянной скоростью 1 м/с, а затем 5 с — равноускоренно с ускорением, равным 1 м/с^2? Определите среднюю путевую скорость лодки за 10 с. Постройте график зависимости скорости и ускорения моторной лодки от времени.

§ 8 СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ ТЕЛ

ОПЫТЫ ГАЛИЛЕЯ. Наиболее распространённый вид равноускоренного движения — *свободное падение тел**. При падении любого тела на Землю из состояния покоя его скорость увеличивается. Ускорение, сообщаемое телам земным шаром, направлено вертикально вниз к центру Земли.

Галилей установил, что свободное падение является равноускоренным движением. Падение тел происходит очень быстро, поэтому для исследования движения необходимо измерять очень малые промежутки времени. Во времена Галилея это делать не умели. Однако гениальный учёный догадался, что можно как бы замедлить свободное падение, изучая скатывание шаров по наклонному жёлобу. При этом он получил формулу для вычисления пути $s = \dfrac{at^2}{2}$ при движении тела с ускорением.

---

* При изучении динамики вы узнаете, что свободное падение — это движение тела под действием только силы тяжести.

Галилей обнаружил, что шары одинакового диаметра, изготовленные из дерева, золота, слоновой кости, движутся по жёлобу с одинаковым ускорением $a = \frac{2s}{t^2}$. Отсюда следует, что ускорения не зависят от массы шаров! Учёный также обнаружил, что с увеличением наклона жёлоба модуль ускорения увеличивается, но остаётся одинаковым для тел различных масс. Свободному падению соответствует движение по вертикально расположенному жёлобу. Следовательно, тела независимо от их массы должны падать с одинаковым ускорением. При этом считают, что влиянием воздуха на движение тел можно пренебречь.

Рис. 2.35

Согласно легенде для проверки своего предположения (гипотезы) Галилей наблюдал падение различных тел (пушечного ядра, мушкетной пули и др.) с Пизанской башни (рис. 2.35). Все эти тела достигали поверхности Земли практически одновременно. Тем самым Галилей доказал, что земной шар сообщает всем телам вблизи поверхности Земли одно и то же ускорение. Впоследствии были сконструированы вакуумные насосы, позволившие создать условия для действительно свободного падения тел.

Особенно убедителен опыт с так называемой *трубкой Ньютона*. В стеклянную трубку помещают различные предметы: дробинку, кусочек пробки, пушинку. Если трубку перевернуть так, чтобы эти предметы могли падать, то быстрее всего промелькнёт дробинка, за ней кусочек пробки и, наконец, плавно опустится пушинка (рис. 2.36, *а*). Но если с помощью насоса откачать воздух из трубки, то всё произойдёт совершенно иначе: пушинка будет падать, не отставая от дробинки и пробки (рис. 2.36, *б*)! Это означает, что её движение задерживалось сопротивлением воздуха, которое в меньшей степени сказывалось на движении, например, пробки. Когда же на эти тела действует только притяжение к Земле, то все они падают с одним и тем же ускорением. Не только этот эксперимент, но и более точные опыты, проведённые с помощью современной экспериментальной техники, приводят к таким же результатам.

а *б*

Рис. 2.36

Итак, земной шар сообщает всем без исключения телам одно и то же ускорение. Если сопротивление воздуха отсутствует, то вблизи поверхности Земли ускорение падающего тела постоянно.

Ускорение, сообщаемое всем телам земным шаром, называют ускорением свободного падения.

Его модуль обозначают буквой g. Свободное падение не обязательно представляет собой движение вниз. Если начальная скорость направлена вверх, то тело при свободном падении некоторое время будет лететь вверх, уменьшая свою скорость, и лишь затем начнёт падать вниз. Ускорение свободного падения несколько изменяется в зависимости от географической широты места падения тела на поверхность Земли*. Но в одном и том же месте оно одинаково для всех тел.

СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ ТЕЛ БЕЗ НАЧАЛЬНОЙ СКОРОСТИ. Свободное падение тел совершается с постоянным ускорением, поэтому при решении задач необходимо правильно записать соответствующие кинематические уравнения. Рассмотрим следующие примеры.

1. Пусть тело свободно падает с высоты h без начальной скорости ($v_0 = 0$) (рис. 2.37). Тогда $y_0 = h$, $v_{0y} = 0$, $v_y = -v$, $a_y = -g$ и формула для проекции вектора скорости $v_y = v_{0y} + a_y t$ примет вид:

$$v = gt. \qquad (1)$$

Запишем для этого случая кинематическое уравнение для координаты тела:

$$y = h - \frac{gt^2}{2}.$$

В момент падения тела на поверхность Земли $y = 0$ и поэтому высота падения h связана со временем падения t формулой:

$$h = \frac{gt^2}{2}. \qquad (2)$$

Из формул (1) и (2) следует, что скорость тела в момент падения можно найти с помощью выражения:

$$v = \sqrt{2gh}.$$

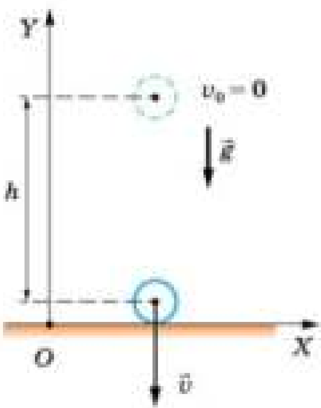


Рис. 2.37

* При решении многих задач можно считать ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли равным 9,8 м/с² или даже 10 м/с².

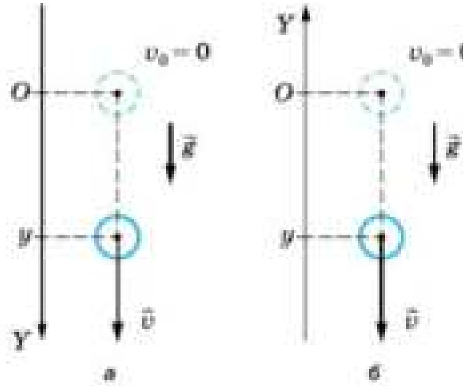


Рис. 2.38

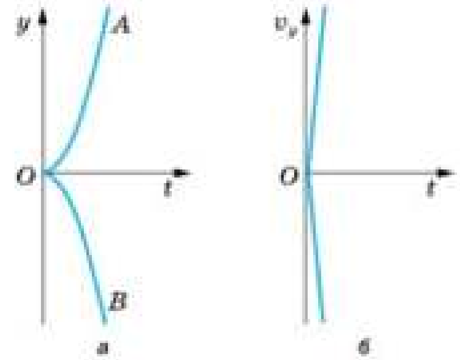


Рис. 2.39

2. Пусть тело свободно падает с некоторой высоты без начальной скорости ($v_0 = 0$). Выберем начало координат в точке, откуда началось движение. Если ось Y направить вертикально вниз (рис. 2.38, *а*), то координаты тела при движении будут положительными: $y > 0$. При этом $v_y > 0$ и $g_y > 0$, так как они имеют такое же направление, что и ось Y.

Графиком зависимости координаты y движущегося тела от времени t является парабола OA (рис. 2.39, *а*) с вершиной в точке O. Если же ось Y направить вертикально вверх (рис. 2.38, *б*), то $g_y < 0$, $v_y < 0$ и координата тела: $y < 0$. В этом случае графиком будет парабола OB с вершиной в точке O (см. рис. 2.39, *а*).

В обоих случаях $y = \frac{g_y t^2}{2}$, $v_y = g_y t$. Графики проекции скорости для обоих случаев показаны на рисунке 2.39, *б*.

1. Какое движение тела называют свободным падением? **2.** Каким образом Галилей смог экспериментально подтвердить гипотезу при исследовании свободного падения? **3.** Какой вывод можно сделать на основе результатов опытов с трубкой Ньютона? **4.** Что называют ускорением свободного падения? Куда оно направлено? **5.** Как изменяется скорость свободно падающего тела от времени?

1. Два камешка один за другим выпущены из рук из одной и той же точки пространства без начальной скорости. Будет ли изменяться расстояние между ними при падении?

2. Проанализируйте высказывания Аристотеля о падении тел. а) «Падение куска золота или свинца, или любого другого тела, наделённого весом, происходит тем быстрее, чем больше его вес». б) «Камень под действием собственного веса падает с определённой скоростью. Если положить на него ещё один такой же камень, то лежащий сверху будет подталкивать нижний, в результате чего скорость последнего возрастает». Прав ли учёный?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Тело свободно падает с высоты 127 м без начальной скорости. Определите, за какое время оно проходит последний метр своего пути. Какой путь проходит тело за последнюю секунду падения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:
$h = 127$ м
$\Delta h = 1$ м
$\Delta t = 1$ с
$g = 9{,}8$ м/с^2

t_1 — ?
s — ?

Решение:

Запишем кинематическое уравнение свободного падения тела (рис. 2.40):

$$y(t) = h - \frac{gt^2}{2}.$$

В момент $t = t_{пад}$:

$$y(t_{пад}) = 0;\ h - \frac{gt_{пад}^2}{2} = 0 \Rightarrow t_{пад} = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

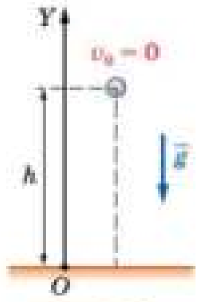


Рис. 2.40

Подставляя числовые данные, получим:

$$t_{пад} = \sqrt{\frac{2 \cdot 127}{9{,}8}}\ с \approx 5{,}09\ с.$$

Запишем кинематическое уравнение для момента времени, когда тело находится на расстоянии Δh от земли: $\Delta h = h - \frac{gt_2^2}{2}$ и найдём время, за которое тело пролетит расстояние $(h - \Delta h)$:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2(h - \Delta h)}{g}}; \qquad t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 126}{9{,}8}}\ с \approx 5{,}07\ с.$$

Тогда $t_1 = t_{пад} - t_2$; $t_1 = 5{,}09\ с - 5{,}07\ с = 0{,}02\ с$.

Выразим путь s как разность путей, пройденных за всё время падения $t_{пад}$ и за время $(t_{пад} - \Delta t)$:

$$s = h - \frac{g(t_{пад} - \Delta t)^2}{2};$$

$$s = 127\ м - \frac{9{,}8 \cdot (5{,}09 - 1)^2}{2}\ м \approx 45\ м.$$

Ответ: $t_1 = 0{,}02$ с, $s = 45$ м.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Тело свободно падает с высоты 80 м без начальной скорости. Какой путь проходит тело в последнюю секунду падения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

2. Мяч брошен с поверхности Земли вертикально вверх с начальной скоростью, модуль которой равен 15 м/с. Сколько времени он будет подниматься и какой будет максимальной высота подъёма? Сопротивлением воздуха пренебречь.

3. Шарик бросили вертикально вверх со скоростью, модуль которой равен 5 м/с. Определите модуль скорости, который он приобретёт за 3 с движения. Чему при этом будет равен модуль перемещения шарика и пройденный им путь? Сопротивлением воздуха пренебречь.

4. Согласно легенде Галилей, проводя эксперименты по исследованию свободного падения тел, бросал шары (без начальной скорости) разной массы с верхней площадки Пизанской башни. Сколько времени падали шары и с какой по модулю скоростью они ударялись о поверхность Земли, если высота башни примерно равна 56 м? Сопротивлением воздуха пренебречь.

5. Согласно легенде при проведении опытов по исследованию свободного падения тел ученик Галилея Пико Делла Мирандола, обладавший феноменальной силой, забрасывал шары массой до 1 кг на верх башни (высотой примерно 56 м), чтобы его учителю не приходилось спускаться и подниматься по её 294 ступеням. Оцените модуль наименьшей скорости, которую Мирандола должен был сообщать шарам. Сопротивлением воздуха пренебречь.

§ 9 ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ

ТРАЕКТОРИЯ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ. Рассмотрим движение тела, брошенного под углом к горизонту. Такое движение совершают, например, футбольный мяч, артиллерийский снаряд, выпущенный из пушки, стоящей на горизонтальной поверхности, и другие тела (рис. 2.41, *а*, *б*). Если сопротивление воздуха не учитывать, то эти движения представляют собой свободное падение. Изучением движения тела, брошенного под углом к горизонту, занимается наука — баллистика.

Пусть тело (будем считать его точкой) в начальный момент времени находилось на высоте h и имело скорость $\vec{v}_0$, направленную под углом α

а

б

Рис. 2.41

к горизонту (рис. 2.42). Ось Y направим вертикально вверх, а ось X — горизонтально так, чтобы векторы начальной скорости $\vec{v}_0$ и ускорения свободного падения $\vec{g}$ лежали в плоскости XOY. Так как тело движется равноускоренно, то для описания его движения можно воспользоваться уравнениями (1) и (2) из § 7.

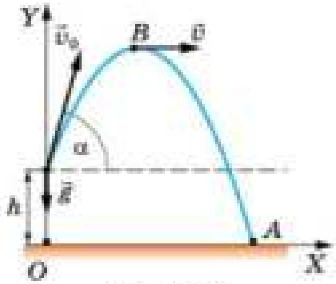


Рис. 2.42

Запишем начальные условия движения тела в соответствии с выбранной системой координат: при $t = 0$, $x_0 = 0$, $y_0 = h$, $v_{0x} = v_0\cos\alpha$, $v_{0y} = v_0\sin\alpha$. Кроме того, $a_x = 0$, $a_y = -g$. С учётом этого, формулы проекций скорости и уравнения координат тела примут вид:

$$v_x = v_0\cos\alpha,\ v_y = v_0\sin\alpha - gt, \tag{1}$$

$$x = v_0\cos\alpha \cdot t,\ y = h + v_0\sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \tag{2}$$

Найдём уравнение траектории тела. Для этого из первого уравнения (2) выразим время t:

$$t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}.$$

Подставляя это выражение во второе уравнение (2), получим:

$$y = h + x\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}.$$

Из курса математики вам известно, что графиком функции $y = ax^2 + bx + c$ является парабола. В нашем случае коэффициенты

$$a = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha},\ b = \mathrm{tg}\,\alpha,\ c = h.$$

Таким образом, траекторией тела, брошенного под углом к горизонту, является парабола, проходящая через точку, из которой брошено тело. Ветви параболы направлены вниз, так как коэффициент при x^2 отрицателен. Очевидно, что вершина параболы находится в наивысшей точке подъёма тела (точка B на рис. 2.42).

ВРЕМЯ ПОДЪЁМА И ВРЕМЯ ПОЛЁТА ТЕЛА. Время подъёма тела нетрудно определить с помощью второго уравнения (1). В наивысшей точке подъёма вектор скорости параллелен оси X и перпендикулярен оси Y. Пусть $t_{под}$ — время подъёма тела. Следовательно, проекция скорости на ось Y равна нулю: $v_y = 0$. Отсюда

$$v_0\sin\alpha - gt_{под} = 0,$$

$$\boxed{t_{под} = \frac{v_0\sin\alpha}{g},} \tag{3}$$

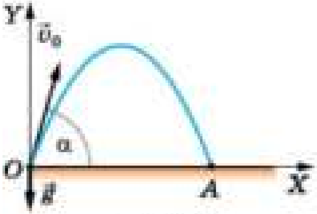


Рис. 2.43

Время полёта $t_{пол}$ тела от точки бросания до точки падения определяется уравнением (2) для координаты y тела. В конце полёта в момент $t = t_{пол}$ координата $y = 0$. Тогда

$$h + v_0 t_{пол} \sin \alpha - \frac{g t_{пол}^2}{2} = 0,$$

$$t_{пол} = \frac{v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh}}{g}. \quad (4)$$

Если $h = 0$, т. е. тело брошено с поверхности Земли (рис. 2.43), то

$$t_{пол} = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (5)$$

Время падения $t_{пад}$ тела по нисходящей части траектории равно:

$$t_{пад} = t_{пол} - t_{под}.$$

С учётом формул (3) и (5) можно записать:

$$\boldsymbol{t_{пад} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}}. \quad (6)$$

Сравнивая формулы (3), (5) и (6), приходим к выводу, что время подъёма и время падения тела при $h = 0$ равны между собой и в 2 раза меньше времени полёта.

ДАЛЬНОСТЬ ПОЛЁТА ТЕЛА. Найдём горизонтальную дальность полёта, т. е. длину отрезка OA (см. рис. 2.42). Для этого в уравнение (2) для координаты x тела нужно подставить время полёта (4) или (5). Если $h = 0$ (рис. 2.43), то дальность полёта равна:

$$\boldsymbol{l = OA = \frac{2 v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}}.$$

Очевидно, что при данном модуле v_0 начальной скорости бросания тела дальность полёта будет наибольшей, когда $\sin 2\alpha = 1$, т. е. при $\alpha = 45°$.

Однако при движении тела в воздухе наибольшая дальность полёта достигается при несколько меньшем угле. При полёте снаряда или пули в воздухе силы сопротивления значительно уменьшают дальность полёта, и наибольшая дальность полёта достигается не при угле 45°. Её значения лежат в пределе 28—43° и зависят от веса и формы снаряда. Например, для пули калибра 7,62 мм наибольшая дальность полёта будет при угле выстрела, равном 35°.

МАКСИМАЛЬНАЯ ВЫСОТА ПОДЪЁМА ТЕЛА. Максимальную высоту подъёма тела y_{max} можно определить из второго уравнения (2), подставив в него выражение для времени подъёма (3):

$$y_{max} = h + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Если бросание происходит с поверхности Земли ($h = 0$), то

$$y_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

Итак, максимальная высота подъёма тела пропорциональна квадрату начальной скорости и возрастает с увеличением угла бросания.

ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ГОРИЗОНТАЛЬНО. Если угол $\alpha = 0°$, то начальная скорость движения тела направлена горизонтально вдоль оси X. Это случай движения тела, брошенного горизонтально (рис. 2.44, *а*). Для его описания можно использовать уравнения (1) и (2).

Траекторией движения тела является парабола с вершиной в точке бросания. Но для рассматриваемой задачи время полёта тела получается таким же, как и при свободном падении тела с той же высоты при $v_0 = 0$. Действительно, из уравнения (4) для $\alpha = 0°$ следует:

$$t_{пол} = \frac{\sqrt{2gh}}{g} = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Этот результат совпадает с выражением для времени, полученным из формулы:

$$h = \frac{gt^2}{2} \text{ (см. § 8).}$$

Наглядное представление о траектории тела (например, стального шарика), брошенного горизонтально, можно получить, если сфотографировать шарик, освещая его во время падения кратковременными вспышками света, следующими друг за другом через одинаковые интервалы. Полученная таким образом картина движения шарика приведена на рисунке 2.44, *б*. Слева для сравнения показаны положения шарика, начав-

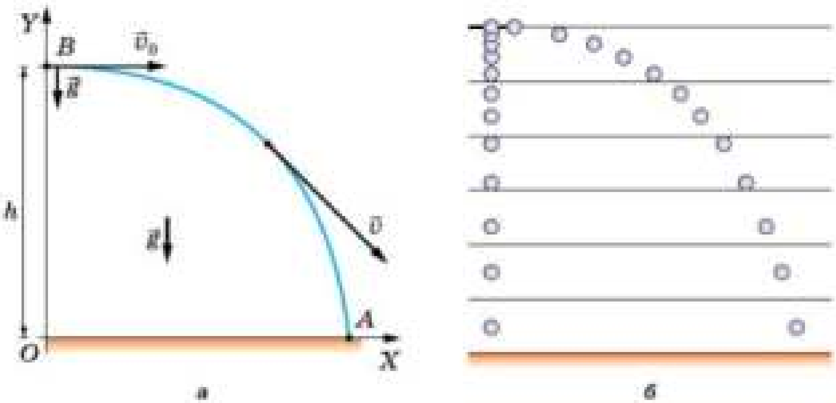


Рис. 2.44

шего свободно падать вниз без начальной скорости в тот момент, когда началось движение шарика, брошенного горизонтально. Обратите внимание на то, что оба шарика в любой момент времени находятся на одной высоте. Это означает, что их координаты y меняются со временем совершенно одинаково, а на изменение координаты y не оказывает никакого влияния смещение шарика в горизонтальном направлении вдоль оси X.

1. Приведите примеры движения тела, брошенного под углом к горизонту. **2.** Что представляет собой траектория тела, брошенного под углом к горизонту? **3.** Запишите выражения для определения: а) времени полёта; б) дальности полёта; в) максимальной высоты подъёма тела, брошенного под углом к горизонту. **4.** Какие выводы можно сделать на основе анализа рисунка 2.44, *б*?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Под каким углом к горизонту необходимо бросить тело, чтобы его максимальная высота подъёма была в 2 раза больше максимальной дальности полёта (рис. 2.45)? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:
$h_{max} = 2l_{max}$

α — ?

Решение:
Запишем кинематические уравнения:
$x(t) = \upsilon_0 \cos\alpha \cdot t$ (движение тела по оси OX равномерное), $y(t) = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2}$ (движение тела по оси OY равнопеременное).

Запишем формулы проекций υ_x и υ_y скорости движения тела:

$$\upsilon_x(t) = \upsilon_0 \cos\alpha,$$
$$\upsilon_y(t) = \upsilon_0 \sin\alpha - gt.$$

В верхней точке траектории

$$\upsilon_y(t_{\text{в.т}}) = 0 \Rightarrow t_{\text{в.т}} = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}.$$

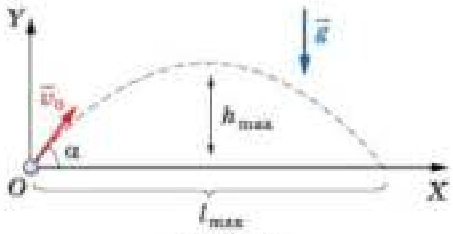


Рис. 2.45

Найдём максимальную высоту подъёма h_{max} тела из условия:

$$y(t_{\text{в.т}}) = h_{max} \Rightarrow h_{max} = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

В момент падения $y(t_{\text{пад}}) = 0 \Rightarrow t_{\text{пад}} = \dfrac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g}$.

$$x(t_{\text{пад}}) = l_{max};\ l_{max} = \frac{2\upsilon_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g}.$$

Из условия $h_{max} = 2l_{max}$ следует $\dfrac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \dfrac{4\upsilon_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g}$.

Отсюда $\sin\alpha = 8\cos\alpha$; $\operatorname{tg}\alpha = 8$; $\alpha \approx 83°$.

Ответ: $\alpha \approx 83°$.

УПРАЖНЕНИЯ

1. С какой высоты был брошен в горизонтальном направлении мяч со скоростью, модуль которой равен 10 м/с, если он упал на расстоянии 4,9 м от места броска? Сопротивлением воздуха пренебречь.
2. Камень брошен с горы в горизонтальном направлении со скоростью, модуль которой равен 15 м/с. Через какое время его скорость будет направлена под углом 45° к горизонту? Сопротивлением воздуха пренебречь.
3. Мяч брошен под углом 30° к горизонту с начальной скоростью, модуль которой равен 10 м/с. Определите: а) проекции v_{0x} и v_{0y} начальной скорости; б) высоту подъёма; в) время полёта; г) дальность полёта мяча. Сопротивлением воздуха пренебречь.
4. Двое ребят играют в мяч, бросая его друг другу. На какую максимальную высоту поднимется мяч во время игры, если он от одного игрока к другому летит в течение 2 с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

§ 10 ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ

ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ. Ранее для описания механического движения тела мы ввели понятие системы отсчёта. Дело в том, что не имеют определённого смысла слова «тело движется». Нужно обязательно сказать, по отношению к каким телам или относительно какой системы отсчёта это движение рассматривается. Например, пассажиры движущегося поезда неподвижны относительно стен вагона. И в то же время те же пассажиры движутся в системе отсчёта, связанной с Землёй. Таким образом, скорость одного и того же тела различна в разных системах отсчёта.

При решении конкретной задачи мы можем выбрать ту или иную систему отсчёта. Но среди этих систем отсчёта можно найти наиболее удобные, в которых движение выглядит проще. Особенно важен выбор системы отсчёта в космонавтике. Стыковку космических кораблей рассматривают в системе отсчёта, связанной с одним из кораблей. При выводе корабля на орбиту удобно использовать систему отсчёта, связанную с Землёй. Полёт межпланетных станций изучают в системе отсчёта, связанной с Солнцем и звёздами. Оси координат этой системы отсчёта направлены на удалённые звёзды, а начало координат совмещено с центром Солнца.

Представьте себе пассажира, выпускающего из рук мяч в равномерно движущемся относительно поверхности Земли вагоне. Он видит, как мяч падает относительно вагона вертикально вниз с ускорением. Свяжем с вагоном систему координат $X_1O_1Y_1$ (рис. 2.46). В этой системе координат за

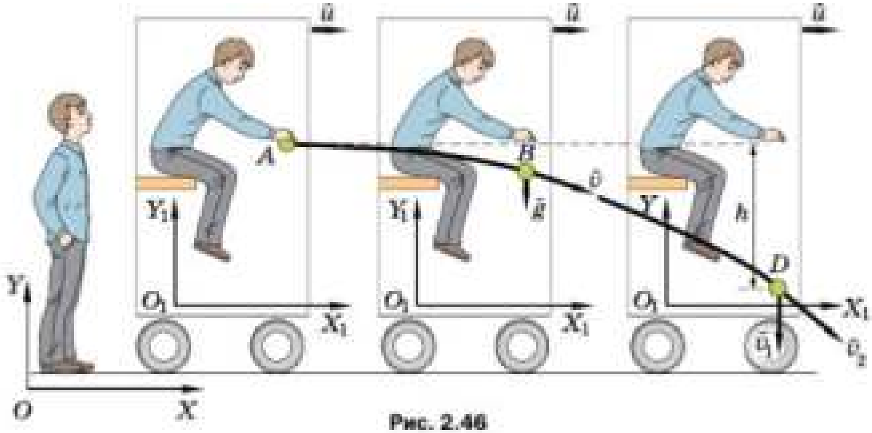


Рис. 2.46

время падения мяч пройдёт путь $AD = h$, и пассажир отметит, что мяч упал на пол со скоростью $\vec{v}_1$, направленной вертикально вниз.

А что же увидит наблюдатель, находящийся на неподвижной платформе, с которой связана система координат XOY? Он заметит (представим себе, что стены вагона прозрачны), что траекторией мяча является парабола AD, и мяч упал на пол со скоростью $\vec{v}_2$, направленной под углом к горизонту (см. рис. 2.46). Итак, наблюдатели в системах координат $X_1O_1Y_1$ и XOY обнаруживают различные по форме траектории, скорости и пройденные пути при движении одного тела — мяча.

Такие кинематические понятия, как траектория, координаты, путь, перемещение, скорость, при переходе от одной системы отсчёта к другой могут измениться. В этом и состоит *относительность движения*, и в этом смысле механическое движение всегда относительно.

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГАЛИЛЕЯ И ИХ СЛЕДСТВИЯ. Найдём связь между координатами, проекциями скоростей и ускорений в двух системах отсчёта K и K_1, движущихся относительно друг друга с постоянной скоростью $\vec{u}$. Для простоты будем считать, что координатные оси X и X_1 обеих систем отсчёта совпадают, а оси Y, Y_1 и Z, Z_1 параллельны друг другу. Пусть в начальный момент времени начала координат обеих систем отсчёта совпадают. Если в момент времени t движущееся тело находилось в положении A (рис. 2.47), то его положения в системах отсчёта K и K_1 можно задать радиусами-векторами $\vec{r} = \overrightarrow{OA}$ и $\vec{r}_1 = \overrightarrow{O_1A}$.

Тогда $\vec{r} = \vec{r}_1 + \overrightarrow{OO_1}$. За время t начало координат системы отсчёта K_1 переместилось на расстояние $\overrightarrow{OO_1} = \vec{u}t$. Поэтому предыдущее равенство примет вид:

$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{u}t. \qquad (1)$$

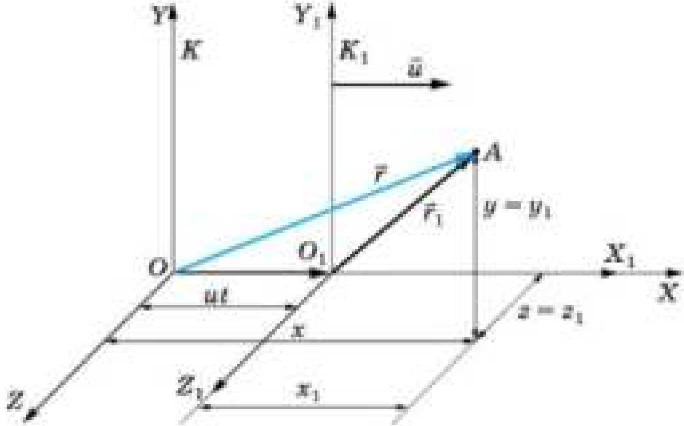


Рис. 2.47

Для проекций на ось X можно записать:

$$x = x_1 + u_x t. \qquad (2)$$

Координаты y, z и y_1, z_1 одинаковы в обеих системах отсчёта. При этом считается, что время течёт одинаково в системах отсчёта K и K_1, так что $t = t_1$. Выражения (1) или (2) вместе с утверждением о независимости течения времени от движения ($t = t_1$) называют *преобразованиями Галилея*. Преобразования координат при переходе от системы отсчёта K_1 к системе отсчёта K будут иметь вид (с учётом того, что $u_x = u$):

$$\begin{cases} x = x_1 + ut, \\ y = y_1, \\ z = z_1, \\ t = t_1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 = x - ut, \\ y_1 = y, \\ z_1 = z, \\ t_1 = t. \end{cases} \qquad (3)$$

ЗАКОН СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ. Найдём теперь преобразования скоростей движения тела при переходе от одной системы отсчёта к другой. При движении тела, находящегося в точке A, её радиус-вектор $\vec{r}$ в системе отсчёта K за малый интервал времени Δt изменится на $\Delta\vec{r}$ и станет равным $\vec{r} + \Delta\vec{r}$. За то же время в системе отсчёта K_1 вектор $\vec{r}_1$ изменится на $\Delta\vec{r}_1$ и станет равным $\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_1$. Согласно выражению (1), эти новые векторы должны быть связаны соотношением:

$$\vec{r} + \Delta\vec{r} = \vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_1 + \vec{u}(t + \Delta t).$$

Учитывая, что $\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{u}t$, получим

$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_1 + \vec{u}\Delta t.$$

Рис. 2.48

Эта формула связывает перемещения $\Delta\vec{r}$ и $\Delta\vec{r}_1$ за время Δt. Разделим правую и левую части этого равенства на Δt и будем считать, что интервал $\Delta t \to 0$. Тогда скорости тела в различных системах отсчёта, движущихся относительно друг друга с постоянной скоростью $\vec{u}$, будут связаны соотношением (*закон сложения скоростей*):

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{u}. \qquad (4)$$

Часто для большей наглядности и удобства используют понятия абсолютного, относительного и переносного движений. Для этого одну из систем координат, например XOY, считают условно неподвижной. Движение тела относительно неподвижной системы координат называют *абсолютным*. Движение тела относительно подвижной системы координат (относительно $X_1O_1Y_1$) называют *относительным*. Движение подвижной системы координат относительно неподвижной называют *переносным*. Скорость, ускорение, перемещение, путь и траекторию тела в неподвижной системе координат называют абсолютными, а в подвижной системе — относительными. В формуле (4) $\vec{v}$ — абсолютная скорость ($\vec{v}_а$), $\vec{v}_1$ — относительная скорость ($\vec{v}_{отн}$) и $\vec{u}$ — переносная скорость ($\vec{v}_п$). С учётом этого закон сложения скоростей (4) можно записать в виде:

$$\vec{v}_а = \vec{v}_{отн} + \vec{v}_п. \qquad (5)$$

Абсолютная скорость равна векторной сумме относительной и переносной скоростей.

Закон сложения скоростей (5) геометрически осуществляется по правилу параллелограмма (рис. 2.48, *а*) или треугольника (рис. 2.48, *б*).

В заключение отметим, что, если одна система отсчёта движется относительно другой равномерно и прямолинейно, ускорения тела в них одинаковы.

?

1. В чём состоит относительность механического движения? Приведите примеры. **2.** Что называют преобразованиями Галилея? **3.** Как связаны между собой скорости тела в различных системах отсчёта, движущихся относительно друг друга с постоянной скоростью $\vec{u}$?

4. Какой физический смысл имеет: а) абсолютная; б) относительная; в) переносная скорость? 5. Каким соотношением связаны данные физические величины?

1. Пассажир перемещается вдоль палубы корабля, движущегося по реке. Какие из физических величин — перемещение пассажира, скорость его движения, длина палубы, промежуток времени — имеют одинаковые значения в системе отсчёта, связанной с берегом реки?
2. Чему равна относительная скорость автомобилей, движущихся навстречу друг другу по прямолинейному участку дороги?
3. Чему равна относительная скорость автомобилей, движущихся друг за другом по одному прямолинейному участку шоссе, но с разными скоростями?

УПРАЖНЕНИЯ

1. Пассажир, сидящий у окна поезда, идущего со скоростью 72 км/ч, видит в течение 10 с встречный поезд, длина которого 290 м. Определите модуль скорости встречного поезда относительно пассажира и относительно Земли.
2. Два поезда идут навстречу друг другу: один со скоростью, модуль которой равен 10 м/с, второй — со скоростью, модуль которой равен 20 м/с. Пассажир второго поезда, длина которого 200 м, замечает, что первый поезд проходит мимо него в течение 20 с. В течение какого времени второй поезд обогнал бы первый, если бы они шли в одном направлении?
3. Вагон поезда, движущийся со скоростью 54 км/ч, был пробит пулей, летевшей перпендикулярно направлению движения вагона. Смещение отверстий в стенках вагона относительно друг друга равно 6 см. Ширина вагона равна 2,4 м. Чему равен модуль скорости пули?
4. Самолёт движется относительно воздуха со скоростью, модуль которой равен 50 м/с. Модуль скорости ветра относительно Земли равен 15 м/с. Чему равен модуль скорости самолёта относительно Земли, если он движется: а) по ветру; б) против ветра; в) перпендикулярно направлению ветра?
5. Лодка, двигаясь перпендикулярно берегу, оказалась на другом берегу через 100 с, на расстоянии 25 м ниже по течению. Ширина реки равна 100 м. Определите модуль скорости лодки и модуль скорости течения реки.

§ 11 КИНЕМАТИКА ДВИЖЕНИЯ ПО ОКРУЖНОСТИ

ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ. До сих пор мы изучали движения с постоянным ускорением. Однако чаще встречаются случаи, когда ускорение изменяется. Рассмотрим движение тела с переменным ускорением, когда модуль ускорения не изменяется. Таким движением, в частности, является движение тела по окружности с постоянной по модулю скоростью:

за любые равные промежутки времени тело проходит дуги одинаковой длины. При этом скорость тела не изменяется по модулю, а меняется лишь по направлению.

Мы по-прежнему будем считать тело настолько малым, что его можно рассматривать как точку. Для этого размеры тела должны быть малы по сравнению с радиусом окружности, по которой движется тело.

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ ПО ОКРУЖНОСТИ. Пусть тело в момент времени t занимает на окружности положение A, а через малый интервал времени Δt — положение A_1 (рис. 2.49, *а*). Обозначим скорость тела в этих положениях через $\vec{v}$ и $\vec{v}_1$. При равномерном движении $v_1 = v$. Задачу определения ускорения разобьём на две части: сначала найдём модуль ускорения, а потом его направление. За время Δt тело из положения A совершит перемещение $\overrightarrow{AA_1} = \Delta\vec{r}$. Рассмотрим треугольники OAA_1 и A_1CB (см. рис. 2.49, *а*). Углы при вершинах этих равнобедренных треугольников равны, так как соответствующие стороны перпендикулярны. Поэтому треугольники подобны. Следовательно,

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{v} = \frac{|\Delta\vec{r}|}{r}. \qquad (1)$$

При уменьшении Δt до достаточно малого промежутка времени длина дуги окружности, по которой движется тело, стремится к длине отрезка AA_1. Длина дуги AA_1 — это путь, пройденный телом с постоянной по модулю скоростью v. Он равен $v\Delta t$. С учётом этого соотношение (1) примет следующий вид:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v\Delta t}{r} \quad \text{или} \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}.$$

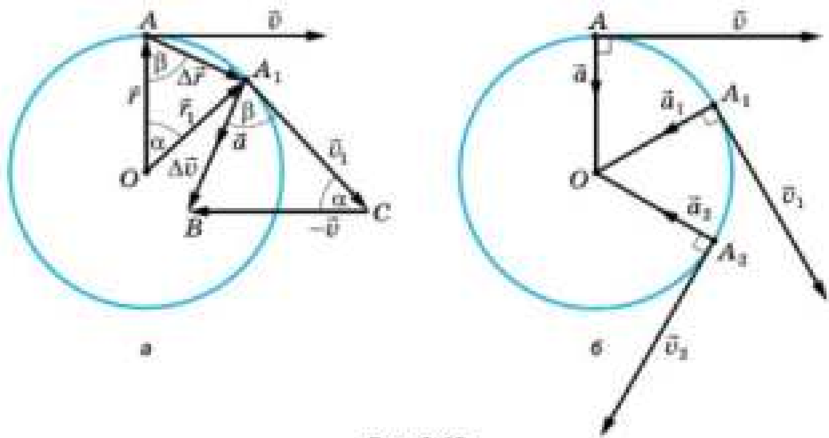


Рис. 2.49

Поскольку $\frac{\Delta v}{\Delta t} = a$, то можно записать

$$a = \frac{v^2}{r}.$$

Очевидно, что модуль ускорения при равномерном движении тела по окружности — постоянная величина, так как модули v и r не изменяются при движении. Найдём направление ускорения. Из треугольника A_1CB следует, что вектор ускорения $\vec{a}$ составляет с вектором скорости $\vec{v}_1$ угол $\beta = (180° - \alpha)/2$. Но при $\Delta t \to 0$ точка A_1 бесконечно близко подходит к точке A и угол $\alpha \to 0°$. Следовательно, вектор ускорения составляет с вектором скорости угол $\beta = 90°$. Поэтому вектор ускорения направлен к центру окружности (рис. 2.49, *б*).

Равномерно движущееся по окружности тело имеет постоянное по модулю ускорение, направленное по радиусу к центру окружности (перпендикулярно скорости). Это ускорение называют *центростремительным* или *нормальным*.

Ускорение при движении по окружности непрерывно изменяется по направлению. Следовательно, равномерное движение тела по окружности является движением с переменным ускорением.

При движении тела по окружности радиус R — постоянная величина. Это позволяет ввести новые величины, описывающие данное движение: положение тела можно охарактеризовать углом, а вместо обычной скорости ввести угловые параметры. Проведём координатную ось X через центр окружности (начало координат), вдоль которой движется тело (рис. 2.50, *а*).

Тогда положение тела в точке A на окружности в любой момент времени однозначно определяется углом φ между осью X и радиусом-вектором $\vec{R}$, проведённым из центра окружности O к движущемуся телу. Углы будем выражать в радианах*. При движении тела угол φ изменяется. Обо-

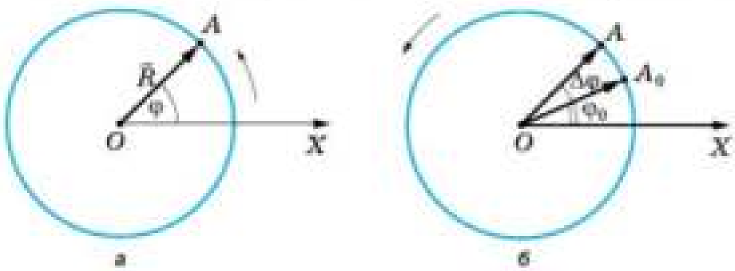


Рис. 2.50

* Напомним, что *радиан* равен центральному углу, опирающемуся на дугу, длина которой равна радиусу окружности. 1 рад приблизительно равен 57°17'48". В радианной мере угол φ равен отношению длины l дуги окружности к её радиусу R: $\varphi = \frac{l}{R}$.

значим изменение угла за время Δt через $\Delta\varphi$. Для нахождения положения тела в любой момент времени необходимо знать угол φ_0 в начальный момент времени t_0 и определить, на сколько изменился угол за время движения (рис. 2.50, *б*):

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi.$$

Пусть тело движется по окружности с постоянной по модулю скоростью. Тогда за любые равные промежутки времени радиус-вектор поворачивается на одинаковые углы. Быстрота обращения тела определяется углом поворота радиуса-вектора за данный интервал времени. Для характеристики быстроты обращения тела на окружности используют физическую величину — *угловую скорость*.

Угловой скоростью при равномерном движении тела по окружности называют отношение угла $\Delta\varphi$ поворота радиуса-вектора к промежутку времени Δt, за который этот поворот произошёл.

Обозначим угловую скорость буквой ω. Тогда по определению

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \qquad (2)$$

В СИ угловая скорость выражается в *радианах в секунду* (рад/с).

Например, угловая скорость точки земной поверхности равна 0,0000727 рад/с, а точильного диска — более 100 рад/с. Угловую скорость можно выразить через *частоту обращения*, т. е. число оборотов за 1 с. Если тело делает n оборотов в секунду, то время одного оборота равно $\frac{1}{n}$. Это время называют *периодом обращения* и обозначают буквой T. Таким образом, частота и период обращения связаны следующим соотношением:

$$T = \frac{1}{n}. \qquad (3)$$

Полному обороту тела на окружности соответствует угол $\Delta\varphi = 2\pi$. Тогда согласно формуле (2) угловая скорость

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n.$$

Если при равномерном обращении тела угловая скорость известна, то можно найти изменение угла поворота $\Delta\varphi$ за время Δt: $\Delta\varphi = \omega\Delta t$.

С учётом этого соотношения можно записать:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega\Delta t.$$

Примем начальный момент времени t_0 равным нулю: $\Delta t = t - t_0 = t$. В результате запишем уравнение, с помощью которого можно найти положение тела на окружности в любой момент времени, т. е. *кинематическое уравнение равномерного движения по окружности*.

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

СВЯЗЬ МЕЖДУ ЛИНЕЙНОЙ И УГЛОВОЙ СКОРОСТЯМИ. Скорость тела, движущегося по окружности, часто называют *линейной скоростью*, чтобы подчеркнуть её отличие от угловой скорости. Между линейной скоростью тела, обращающегося по окружности, и её угловой скоростью существует связь. При равномерном движении тела по любой траектории модуль скорости равен отношению пути s ко времени Δt, за которое этот путь пройден. Пусть тело движется по окружности радиусом R и за время Δt проходит путь, равный длине дуги A_1A_2 (рис. 2.51):

$$s = A_1A_2 = \Delta\varphi R.$$

Модуль линейной скорости движения равен

$$\upsilon = \frac{s}{\Delta t} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}R = \omega R. \qquad (4)$$

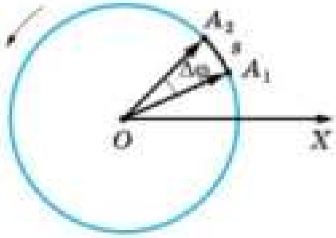


Рис. 2.51

Модуль линейной скорости тела, равномерно движущегося по окружности, равен произведению угловой скорости на радиус окружности. Чем больше радиус окружности, тем больше по модулю линейная скорость тела (при заданной угловой скорости).

Формула (4) справедлива как для равномерного, так и для неравномерного движения тела по окружности.

Модуль ускорения тела, движущегося равномерно по окружности (центростремительное, или нормальное, ускорение) можно выразить через угловую скорость тела и радиус окружности. Так как $a = \frac{\upsilon^2}{R}$ и $\upsilon = \omega R$, то

$$a = \omega^2 R.$$

Таким образом, чем больше радиус окружности, тем большее по модулю ускорение имеет тело при заданной угловой скорости.

? **1.** Назовите особенности равномерного движения тела по окружности. **2.** Почему при равномерном движении тела по окружности у него есть ускорение? **3.** Куда направлено центростремительное ускорение тела при движении по окружности с постоянной скоростью? **4.** Какую физическую величину называют: а) угловой скоростью; б) периодом обращения; в) частотой обращения; г) линейной скоростью? **5.** Запишите кинематическое уравнение равномерного движения по окружности.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Шкив диаметром 16 см делает 300 оборотов за 3 мин. Чему равна: а) частота обращения; б) скорость движения точек обода шкива?

Дано:	**СИ:**
$d = 16$ см	0,16 м
$N = 300$	
$t = 3$ мин	180 с
n — ?	
υ — ?	

Решение:

Используя определение частоты обращения, найдём:

$$n = \frac{N}{t};\ n = \frac{300}{180}\ \text{об/с} \approx 1{,}67\ \text{об/с}.$$

Скорость точек обода шкива (линейную скорость) определим по формуле:

$$\upsilon = \omega R = 2\pi n R = \pi d n;$$

$$\upsilon = 3{,}14 \cdot 0{,}16 \cdot 1{,}67\ \text{м/с} \approx 0{,}84\ \text{м/с}.$$

Ответ: $n \approx 1{,}67$ об/с, $\upsilon \approx 0{,}84$ м/с.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Определите путь и модуль перемещения точки на краю диска радиусом 5 см, если диск сделал: а) четверть оборота; б) полоборота; в) целый оборот; г) 2,5 оборота.
2. Определите период обращения секундной, минутной и часовой стрелок часов. Для каждого из указанных случаев найдите частоту обращения.
3. Минутная стрелка часов на Спасской башне Кремля имеет длину 3,5 м. Определите модуль перемещения и путь, которые совершит конец этой стрелки: а) за 30 мин; б) 15 мин; в) 10 мин.
4. Ветряное колесо радиусом 2 м делает 40 об/мин. Чему равен модуль центростремительного ускорения концевых точек лопастей колеса? При какой частоте обращения центростремительное ускорение будет в 2 раза больше?

Рис. 2.52

5. Два тонких диска вращаются на общей оси. Расстояние между ними $s = 30$ см, частота обращения дисков равна 2000 об/мин (рис. 2.52). Пуля, летящая параллельно оси вращения на расстоянии $h = 12$ см от неё, пробивает оба диска. Пробоины в дисках смещены относительно друг друга на $L = 0,3$ см, считая по дуге окружности. Определите модуль скорости пули.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

1. Оцените время реакции человека. Для этого потребуются достаточно длинная линейка (или палка) и ассистент. Он держит линейку так, чтобы нулевое деление шкалы находилось около пальцев испытуемого (рис. 2.53).
Отвлекая испытуемого разговором, ассистент внезапно отпускает линейку, а испытуемый должен её поймать. Линейка свободно падает и за время, в течение которого реагирует испытуемый, линейка пройдёт путь, равный h. Измерив путь, пройденный линейкой, и вычислив время падения, оцените время реакции человека. Чему равен модуль скорости линейки в момент захвата её испытуемым?

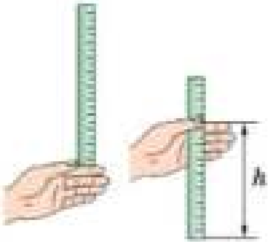


Рис. 2.53

2. Оцените скорость движения вашего пальца, во время сбрасывания предмета со стола в горизонтальном направлении (рис. 2.54). Для этого необходимо использовать небольшое тело и линейку. Измерьте высоту бросания h и дальность полёта L. Рассчитайте начальную скорость движения тела. Эта скорость будет приблизительно равна скорости движения пальца. Найдите: а) скорость тела в момент падения; б) направление скорости в момент падения.

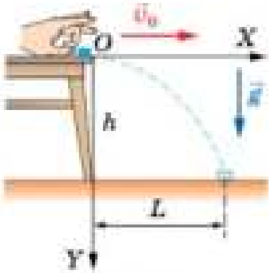


Рис. 2.54

Примерные темы рефератов и проектов

1. Взгляды Аристотеля и Галилея на движение тел.
2. Опыты Галилея по изучению свободного падения тел.
3. Баллистические задачи. Настильная и навесная траектории полёта.
4. Равномерное и равноускоренное движения тела по окружности.
5. Построение и анализ графиков движения тела.

Глава 3 ДИНАМИКА

При изучении различных движений в кинематике (равномерного прямолинейного движения, равноускоренного движения и т. д.) мы не интересовались, почему в каждом конкретном случае происходит именно это движение, а не другое. Мы также не задавались вопросом о том, что является причиной движения вообще и изменения скорости в частности. На эти вопросы можно получить ответы, изучая динамику.

Динамика (от греч. *dynamikos* — обладающий силой) — *раздел механики, в котором рассматривают движение тел под действием приложенных к ним сил.*

В её основе лежат три закона Ньютона, использование которых позволяет описать движение и взаимодействие тел в инерциальных системах отсчёта (ИСО).

Взаимное действие тел друг на друга характеризуется силой. Из опытов следует, что ускорение тела прямо пропорционально действующей на него силе в ИСО. В механике, в первую очередь, имеют дело с тремя видами сил: гравитационными силами, силами упругости и силами трения. Модули и направления этих сил определяют опытным путём.

§ 12 ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА. ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЁТА

МОДЕЛЬ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ В МЕХАНИКЕ. С помощью простых наблюдений нетрудно убедиться в том, что движение тел зависит от их размеров и формы. Чем сложнее форма тела, тем, как правило, сложнее его движение. По этой причине сложно сразу найти общие законы движения, которые были бы справедливы для тел произвольной формы. Основные законы механики Ньютона относятся не к произвольным телам, а к материальной точке.

Материальная точка — тело, обладающее массой, но лишённое геометрических размеров.

Причём одно и то же тело в одних случаях можно считать материальной точкой, а в других — нет. Всё зависит от условий, при которых происходит движение тела, и от того, что именно нас интересует.

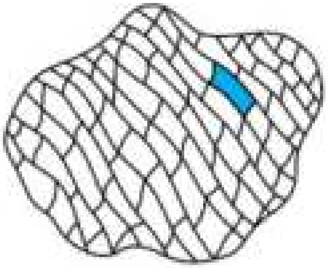


Рис. 3.1

Приведём пример. При движении твёрдого тела, например кубика, соскальзывающего с доски, все его части движутся совершенно одинаково. Напомним, что такое движение называют поступательным. Поэтому кубик можно рассматривать как материальную точку с массой, равной массе кубика. Но если тот же кубик вращается, считать его материальной точкой уже нельзя: его разные части имеют различные скорости. В этом случае тело можно мысленно разделить на такие малые элементы, что каждый из них допустимо считать материальной точкой (рис. 3.1).

Итак, *в механике любое тело можно рассматривать как совокупность большого числа материальных точек. Материальная точка — это простейшая модель реального тела.*

ЗАКОН ИНЕРЦИИ. Вопрос о выборе системы отсчёта в динамике не является простым. Начнём рассуждения в системе отсчёта, связанной с Землёй. Вся совокупность опытных фактов говорит о том, что изменение скорости тела (т. е. ускорение) вызывается в данной системе отсчёта воздействием на данное тело других тел. А как будет двигаться *свободное тело*, т. е. тело, на которое не действуют другие тела?

Ответить на этот вопрос, не проводя опыт, нельзя. Однако невозможно поставить ни одного опыта, который бы в чистом виде показал, как движется ни с чем не взаимодействующее тело, так как таких тел нет. Из этой ситуации имеется лишь один выход — необходимо создать для тела такие условия, при которых влияние внешних воздействий можно сделать незначительным (т. е. внешним воздействием в условиях данной задачи можно пренебречь). Можно наблюдать за движением гладкого камня на горизонтальной поверхности, после того как ему сообщена некоторая скорость. В этом случае притяжение камня к Земле уравновешивается действием поверхности, на которую он опирается, и на скорость его движения влияет только трение. Легко обнаружить, что чем более гладкой является поверхность, тем медленнее будет уменьшаться скорость камня. На гладком льду камень скользит достаточно долго, заметно не меняя скорость. Этот факт используется в таком виде спорта, как кёрлинг (рис. 3.2, *а*).

а

б

Рис. 3.2

Трение можно значительно уменьшить с помощью воздушной подушки — струй воздуха, поддерживающих тело над твёрдой или жидкой поверхностью, вдоль которой происходит движение. Этот принцип используется в движении судна на воздушной подушке (рис. 3.2, *б*).

На основе подобных наблюдений можно сделать вывод: если бы поверхность была идеально гладкой, то при отсутствии сопротивления воздуха (в вакууме) камень совсем не изменял бы своей скорости. Именно к такому выводу впервые пришёл Галилей.

Результаты своих исследований Галилей сформулировал в виде *закона (принципа) инерции*.

Тело (материальная точка), не подверженное внешним воздействиям, находится в состоянии либо покоя, либо равномерного и прямолинейного движения, т. е. движения по инерции.

ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА. Первый закон Ньютона, или закон инерции, как его часто называют, был установлен Галилеем. Но строгую формулировку этого закона дал и включил его в число основных законов механики Ньютон.

Наблюдения за движениями тел и анализ характера этих движений приводят нас к выводу о том, что свободные тела движутся с постоянной скоростью, по крайней мере, по отношению к определённым телам и связанным с ними системам отсчёта (например, по отношению к Земле). В этом состоит содержание *первого закона Ньютона*.

Существуют системы отсчёта, называемые инерциальными, относительно которых тела покоятся или движутся равномерно и прямолинейно, если на них не действуют другие тела или действие других тел скомпенсировано.

Этот закон, с одной стороны, содержит определение *инерциальной системы отсчёта* (ИСО) — системы отсчёта, относительно которой свободные тела покоятся или имеют постоянную скорость. С другой стороны, в первом законе Ньютона формулируется утверждение (которое с той или иной степенью точности можно проверить на опыте) о том, что ИСО существуют в действительности.

Если относительно какой-нибудь системы отсчёта тело движется с ускорением, не вызванным действием на него других тел, то такую систему называют *неинерциальной*. Так, неинерциальна система отсчёта, связанная с вращающейся каруселью. Относительно карусели все тела, лежащие на земле, будут описывать окружности, т. е. двигаться с ускорением. Однако никаких внешних воздействий, вызвавших это ускорение, обнаружить нельзя.

Любая система отсчёта, движущаяся относительно инерциальной с постоянной скоростью, также является инерциальной. Напротив, любая система отсчёта, движущаяся с ускорением относительно инерциальной системы отсчёта, является неинерциальной.

ГЕОЦЕНТРИЧЕСКАЯ И ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКАЯ СИСТЕМЫ ОТСЧЁТА. Как установить, что данная система отсчёта является инерциальной? Это можно сделать только опытным путём. Именно опыт подтверждает, что с большой степенью точности систему отсчёта, связанную с Землёй, — *геоцентрическую систему отсчёта* (рис. 3.3) — можно считать инерциальной. Но строго инерциальной она не является. С гораздо большей точностью можно считать инерциальной систему отсчёта, в которой начало координат совмещено с центром Солнца, а координатные оси направлены к трём удалённым звёздам, положение которых практически не меняется со временем (вследствие их удалённости от Солнечной системы). Такую систему отсчёта называют *гелиоцентрической* (рис. 3.4).

Земля же движется по отношению к этой системе с ускорением. Во-первых, она вращается вокруг своей оси и, во-вторых, движется вокруг

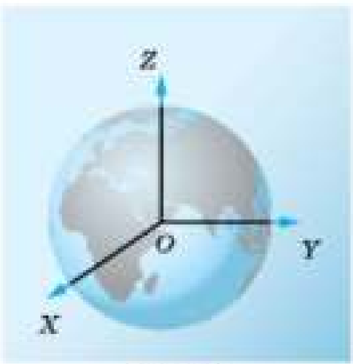


Рис. 3.3

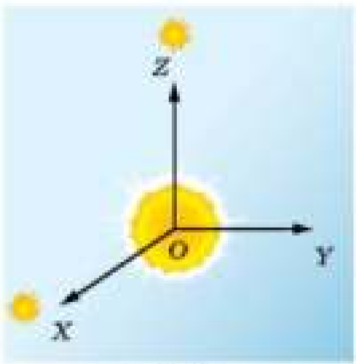


Рис. 3.4

Солнца. Ускорение, обусловленное обращением Земли вокруг Солнца, очень мало, так как велик период обращения (год). Значительно больше (примерно в шесть раз) ускорение, возникшее из-за вращения Земли вокруг своей оси с периодом обращения $T = 24$ ч. Но и оно не очень большое. На поверхности Земли у экватора, где это ускорение наибольшее, его модуль равен

$$a = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = 3{,}5\ \text{см/с}^2,$$

т. е. составляет всего 0,35% от модуля ускорения свободного падения, равного примерно 9,8 м/с². Именно поэтому систему отсчёта, связанную с Землёй, можно приближённо рассматривать как инерциальную.

1. Что изучает динамика? **2.** Какое тело называют: а) свободным; б) материальной точкой? **3.** Сформулируйте: а) закон (принцип) Галилея; б) первый закон Ньютона. **4.** Может ли ускорение свободного тела быть отличным от нуля? **5.** Какую систему отсчёта называют: а) геоцентрической; б) гелиоцентрической? Какую из них можно с большей степенью точности считать инерциальной?

1. Как объяснить опускание столбика ртути при встряхивании медицинского термометра?

2. Галилей в книге «Диалог о двух главнейших системах мира — птолемеевой и коперниковой» (1632) описывает движение шара по наклонной плоскости. «...В том и другом случае возникает различие в зависимости от того, больше или меньше наклон или подъём плоскости, причём при большем наклоне имеет место большая скорость и, наоборот, при поднимающейся плоскости то же тело, движимое той же самой силой, продвигается на тем большее расстояние, чем меньше высота подъёма. А теперь скажите мне, что произошло бы с тем же движущимся телом на поверхности, которая не поднимается и не опускается?». Как бы вы ответили на вопрос Галилея?

3. Представьте себе, что к потолку каюты корабля, плывущего равномерно и прямолинейно, подвешен шарик на тонкой нити. Как будет двигаться шарик относительно каюты, если корабль: а) будет увеличивать свою скорость движения; б) замедлить её; в) повернёт влево; г) внезапно остановится?

Это любопытно...

Из истории развития физики и техники

Согласно Аристотелю для поддержания постоянной скорости тела необходимо, чтобы что-то (или кто-то) воздействовало на него. Другими словами, тело нуждается для поддержания своего движения в действиях, производимых на него извне. Предполагалось, что без такой поддержки движение тела обязательно прекратится. Аристотель считал покой относительно Земли естественным состоянием тела, не требующим особой причины.

Опытные факты свидетельствуют о том, что изменение скорости тела (т. е. ускорение) всегда вызывается воздействием на данное тело каких-либо других тел. Это положение — одно из краеугольных в механике Ньютона. Если действий со стороны других тел на данное тело нет, то ускорение тела равно нулю, т. е. оно будет покоиться или двигаться с постоянной скоростью.

Однако понадобился гений Галилея и Ньютона, чтобы осознать этот факт. Ньютону вслед за Галилеем удалось окончательно развеять одно из глубочайших убеждений человечества о законах движения тел. В действительности свободное тело могло бы сохранять свою скорость постоянной сколь угодно долго или находиться в покое. Только действие со стороны другого тела способно изменить его скорость. Действовать на тело, чтобы поддерживать его скорость постоянной, нужно лишь потому, что в обычных условиях всегда существует сопротивление движению со стороны земли, воздуха или воды.

§ 13 СИЛА. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ СИЛ

СИЛА. ИЗМЕРЕНИЕ СИЛЫ. Взаимное действие тел друг на друга характеризуется физической величиной — *силой*.

Количественную меру действия тел друг на друга, в результате которого тела получают ускорения, называют силой.

Важно отметить, что понятие силы относится к двум телам, а не к одному. Всегда можно указать тело, на которое действует сила, и тело, со стороны которого она действует. Так, сила тяжести действует на камень со стороны Земли, а на шарик, прикреплённый к растянутой пружине, действует сила упругости со стороны пружины. Вы можете подействовать на лежащую книгу на столе мускульной силой в любом направлении. Отсюда можно предположить, что сила является векторной величиной, т. е. характеризуется модулем и направлением.

Для количественного определения силы нужно уметь её измерять. Две силы, независимо от их природы, считаются равными по модулю и противоположно направленными, если их одновременное действие на тело не изменяет его скорость (т. е. не сообщает телу ускорения).

Для измерения сил нужно располагать эталоном единицы силы. В качестве него выберем силу $\vec{F}_0$, с которой некоторая определённая (*эталон-*

Рис. 3.5

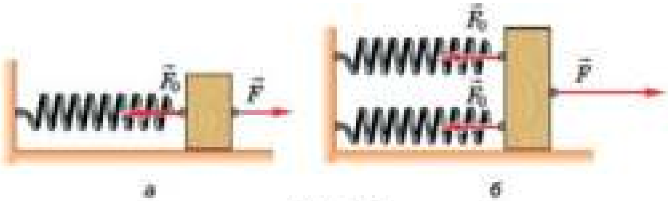


Рис. 3.6

Рис. 3.7

ная) пружина при фиксированном растяжении действует на прикреплённое к ней тело (рис. 3.5). При этом сила упругости пружины направлена вдоль оси пружины.

Измеряемая сила $\vec{F}$ равна по модулю эталонной силе $\vec{F_0}$ и направлена в противоположную сторону, если под действием этих сил тело не получает ускорения (рис. 3.6, *а*). Причём сила может быть любой природы: силой упругости другой пружины, силой трения, мускульной силой и т. д.

При действии вдоль одного направления двух сил $\vec{F_0}$ (рис. 3.6, *б*) будем считать, что измеряемая сила $\vec{F}$, направленная в противоположную сторону, по модулю равна $2\vec{F_0}$, если все три силы, действуя одновременно на тело, не сообщают ему ускорения.

Таким образом, располагая эталоном силы, можно измерять силы, кратные эталону. Процедура измерения состоит в следующем: к телу, на которое действует измеряемая сила, прикладывают в сторону, противоположную её направлению, такое количество эталонных сил, чтобы тело не получило ускорения, и подсчитывают число эталонных сил.

На практике для измерения сил применяют одну пружину, проградуированную на различные значения силы, — *динамометр* (рис. 3.7). Использование динамометра основано на том, что сила упругости пружины в определённых пределах прямо пропорциональна её деформации. Поэтому по длине растянутой пружины можно судить о значении силы.

Покажем на опыте, что силы складываются геометрически (векторно). Для этого возьмём три нити и свяжем их концы узлом. На свободных концах нитей сделаем петли и наденем их на крючки трёх динамометров. После этого все три динамометра укрепим на доске гвоздями так, чтобы их пружины были растянуты (рис. 3.8, *а*). На узел *O* будут действовать со стороны динамометров три силы $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ и $\vec{F_3}$, значения которых можно определить с помощью динамометров. На листе бумаги, закреплённом на доске, отмечают положение узла O, направления всех трёх нитей и значения сил в произвольном масштабе.

После этого динамометр *2* отцепляют, а динамометр *1* снимают с гвоздя и закрепляют в новом положении так, чтобы узел O остался на прежнем месте, а направление нити, прикреплённой к динамометру *3*, и его показания не изменились (рис. 3.8, *б*). Показание динамометра *1* будет, очевидно, совпадать с показанием динамометра *3*, так как узел O находится в равновесии.

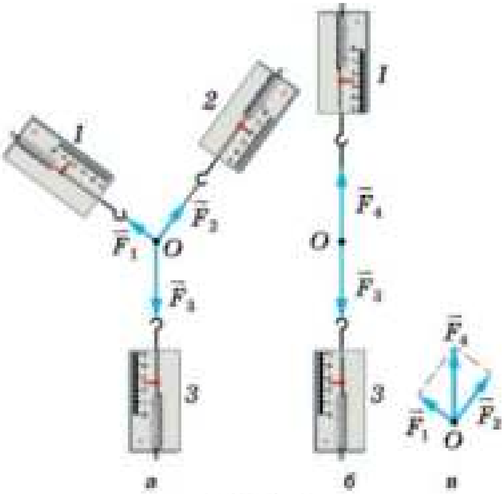


Рис. 3.8

Пружина динамометра *1* в новом положении оказывает на узел O точно такое же действие, как и два динамометра *1* и *2* при начальном расположении динамометров (см. рис. 3.8, *а*). Это означает, что сила $\vec{F}_4$ по своему действию эквивалентна силам $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ и является их равнодействующей.

Отметим на бумаге направление силы $\vec{F}_4$ и её значение в том же масштабе, что и раньше. Сняв динамометры с доски, соединим концы отрезков, изображающих силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_4$. В результате у нас получится параллелограмм, показанный на рисунке 3.8, *в*. Например, если $F_1 = 3$ ед., $F_2 = 4$ ед., то $F_3 = F_4 = 5$ ед. При этом нити *1* и *2* образуют прямой угол.

Согласно теореме Пифагора, $F_3 = F_4 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 5$ ед., как это и следует из эксперимента.

Итак, сила $\vec{F}_4$, эквивалентная по своему действию силам $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, является диагональю параллелограмма, стороны которого изображают силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Тем самым мы показали, что силы складываются, как векторы.

СВЯЗЬ МЕЖДУ УСКОРЕНИЕМ И СИЛОЙ. Как зависит ускорение тела (материальной точки) от действующих на него сил? Для ответа на данный вопрос рассмотрим поступательное движение тела (например, тележки) по горизонтальной поверхности стола. Только при поступательном движении ускорение всех его точек одно и то же, и можно говорить об определённом ускорении тела в целом.

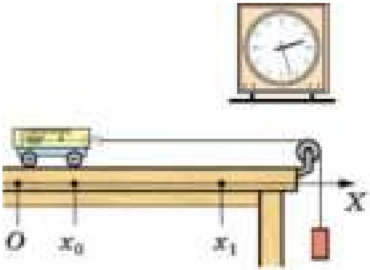


Рис. 3.9

Возьмём тележку с лёгкими колёсами и установим её на рельсы (рис. 3.9). Тогда сила трения будет сравнительно небольшой. Будем считать, что массой колёс можно пренебречь по сравнению с массой тележки, движущейся поступательно. Пусть на тележку действует постоянная сила со стороны нити, к концу которой прикреплён груз. Модуль силы измеряется с помощью пружинного динамометра. Эта сила постоянна, но не равна при движении силе, с которой Земля притягивает подвешенный груз. Измерить ускорение тележки непосредственно, определяя изменение её скорости за малый интервал времени, затруднительно. Но его можно оценить, измеряя время t, затрачиваемое тележкой на прохождение пути s.

Учитывая, что при действии постоянной силы ускорение тоже постоянно, можно использовать кинематические формулы для описания равноускоренного прямолинейного движения. При начальной скорости, равной нулю,

$$s = x_1 - x_0 = \frac{at^2}{2},$$

где x_0 и x_1 — начальная и конечная координаты тележки.

Отсюда $a = \frac{2s}{t^2}$.

Из опыта видно, что скорость тележки увеличивается тем быстрее, чем большая на него действует сила. Измерения модулей силы и ускорения показывают, что между этими величинами существует прямая пропорциональная зависимость: $a \sim F$.

Можно провести и другие опыты, подтверждающие эту связь. Опишем один из них. Массивный каток установлен на платформе (рис. 3.10). Если привести платформу во вращение с постоянной угловой скоростью, то каток под действием натянутой нити приобретёт центростремительное ускорение, модуль которого определяют по радиусу вращения R и числу оборотов n катка в секунду:

$$a = 4\pi^2 n^2 R.$$

Рис. 3.10

Значение силы можно установить с помощью динамометра. Изменяя число оборотов катка и сопоставляя получаемые значения F и a, можно убедиться, что $F \sim a$. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{F}$ направлены по одной прямой в одну и ту же сторону: $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{F}$. Эту связь можно показать на опыте с тележкой: ускорение тележки направлено вдоль привязанной к ней нити.

ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ СИЛ. Если на тело (материальную точку) одновременно действует несколько сил ($\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, ..., $\vec{F}_n$), то модуль ускорения тела будет пропорционален модулю геометрической (векторной) суммы всех этих сил, равной

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... + \vec{F}_n .$$

Этот вывод носит название *принципа суперпозиции сил*.

Если на тело (материальную точку) одновременно действуют несколько сил ($\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, ..., $\vec{F}_n$), то, чтобы найти равнодействующую силу, необходимо векторно сложить все силы, действующие на это тело (материальную точку).

Таким образом, *каждая сила действует на тело независимо от того, действуют ли на него другие силы*.

1. Как можно измерить модуль неизвестной силы с помощью эталона силы? 2. Как на практике измеряют значения сил? Опишите устройство и принцип действия динамометра. 3. Как можно экспериментально доказать, что силы складываются геометрически (векторно)? 4. Как зависит ускорение тела (материальной точки) от действующих на него сил? Приведите примеры опытов, позволяющих установить данную связь. 5. В чём состоит принцип суперпозиции сил?

1. Направление вектора какой физической величины зависит от направления равнодействующей силы, приложенной к телу (материальной точке): скорости, перемещения или ускорения?
2. В каких случаях лебедь, рак и щука из известной басни Крылова не смогут сдвинуть воз? Для ответа используйте рисунок 3.11.

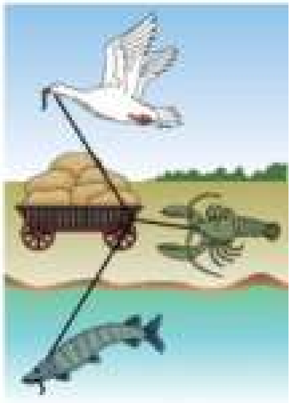


Рис. 3.11

УПРАЖНЕНИЯ

1. Чему равна и куда направлена сумма двух действующих на материальную точку сил, если первая сила направлена в положительном направлении оси X, а вторая — в противоположном направлении? Модули сил, измеренные в эталонных единицах, равны $|\vec{F}_1| = 4$, $|\vec{F}_2| = 2$.

2. Чему равна и куда направлена сумма трёх действующих на материальную точку сил, если первая сила направлена в положительном направлении оси X, а вторая и третья — в противоположном направлении? Модули сил, измеренные в эталонных единицах, равны $|\vec{F_1}| = 20$, $|\vec{F_2}| = 10$, $|\vec{F_3}| = 15$.

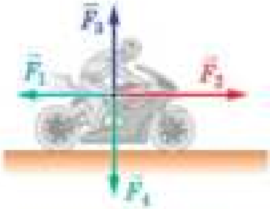


Рис. 3.12

3. На падающего парашютиста действуют: сила притяжения Земли, равная по модулю 800 Н, и сила сопротивления воздуха, модуль которой равен 700 Н. Чему равна равнодействующая этих сил и куда она направлена?

4. Определите равнодействующую всех сил, действующих на мотоциклиста (рис. 3.12), если $F_1 = 700$ Н, $F_2 = 800$ Н, $F_3 = 900$ Н, $F_4 = 600$ Н. Будет ли мотоциклист двигаться с ускорением?

§ 14 ИНЕРТНОСТЬ. МАССА. ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

ИНЕРТНОСТЬ. В рамках механики Ньютона сила однозначно определяет ускорение тела (материальной точки), но не его скорость. Другими словами, сила определяет не скорость, а то, как быстро она изменяется со временем. Поэтому покоящееся тело приобретёт заметную скорость под действием силы лишь за некоторый интервал времени. Даже очень большая сила не в состоянии сообщить телу сразу значительную скорость. Для того чтобы остановить тело, нужно, чтобы тормозящая сила, какой бы она ни была большой по величине, действовала некоторое время.

Именно эти факты имеют в виду, когда говорят, что тела инертны.

Инертность — свойство тела препятствовать изменению скорости под действием приложенной силы в инерциальной системе отсчёта.


Рис. 3.13

Приведём примеры опытов, в которых наглядно проявляется инертность тел.

1. Массивный шар подвешен на тонкой нити, а снизу к нему привязана точно такая же нить (рис. 3.13). Если медленно тянуть за нижнюю нить, то, как и следовало ожидать, рвётся верхняя нить. Ведь на неё действует и вес шара, и сила, с которой мы тянем шар вниз.

Однако если за нижнюю нить очень быстро дёрнуть, то оборвётся именно она, что на первый взгляд достаточно странно. Но это легко объяснить. Когда мы тянем за нить медленно, то шар постепенно опускается, растягивая верхнюю нить до тех пор, пока она не оборвётся. При быстром рывке с большой силой шар получает большое ускорение, но скорость его не успевает увеличиться сколько-нибудь значительно за тот малый промежуток времени, в течение которого нижняя нить сильно растягивается. Поэтому именно она и обрывается, а верхняя нить растягивается незначительно и остаётся целой.

Рис. 3.14

2. Интересен также опыт с длинной палкой, подвешенной на бумажных кольцах (рис. 3.14). Если резко ударить по палке железным стержнем, то палка ломается, а бумажные кольца остаются невредимыми. Постарайтесь этот опыт объяснить самостоятельно.

Ускорение тела определяется действующей на него силой. Но оно зависит и от свойств самого тела. Можно без труда за несколько секунд разогнать лёгкую байдарку до большой скорости, но сделать то же самое с тяжело нагруженной лодкой будет невозможно. Приведём ещё один пример. Стоит отпустить тетиву лука, как лёгкая стрела в доли секунды разовьёт большую скорость. Попробуйте вместо стрелы взять кусок водопроводной трубы. Тот же лук сможет лишь едва сдвинуть её с места. Эти примеры показывают, что модуль ускорения тела зависит не только от оказываемого на него воздействия (т. е. от силы), но и от свойств тела.

Отсюда следует, что необходимо ввести величину, которая характеризовала бы способность того или иного тела менять свою скорость под влиянием определённой силы. Такой величиной в механике является *масса тела*. Чем она больше, тем меньше получаемое телом ускорение при действии на него заданной силы в инерциальной системе отсчёта.

МАССА. Установленная нами ранее прямая пропорциональная зависимость между модулями ускорения и силы означает, что отношение модуля силы к модулю ускорения является постоянной величиной, не зависящей от силы:

$$\frac{F}{a} = \text{const}.$$

Нагружая тележку гирями (см. рис. 3.9), можно заметить, что чем больше гирь на ней находится, тем медленнее она будет набирать скорость, т. е. тем меньше приобретаемое ею ускорение. В связи с этим для нагруженной тележки отношение $\frac{F}{a}$ будет больше, чем для ненагруженной.

Физическую величину, равную отношению модуля силы к модулю ускорения, называют массой тела.

Масса — основная динамическая характеристика тела, количественная мера его инертности, т. е. способности тела приобретать определённое ускорение под действием приложенной силы в ИСО.

Для данного тела ускорение пропорционально силе, и коэффициентом пропорциональности является масса.

ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА. Введя понятие массы тела, сформулируем *второй закон Ньютона*.

> **Произведение массы m тела (материальной точки) на его ускорение $\vec{a}$ равно векторной сумме $\vec{F}$ всех действующих на тело сил.**

$$m\vec{a} = \vec{F}.$$

Можно привести другую формулировку этого закона.

> **В ИСО причиной ускорения тела (материальной точки) является сила. Произведение массы тела на его ускорение равно векторной сумме всех действующих на тело сил в ИСО.**

Справедливость второго закона Ньютона основывается не на результатах отдельных опытов, а на том, что все вытекающие следствия из данного закона, проверяемые как специальными опытами, так и всей человеческой практикой, оказываются правильными. Именно поэтому второй закон Ньютона является фундаментальным законом природы.

Если на тело (материальную точку) не действуют силы или их сумма равна нулю ($\vec{F} = 0$), то относительно ИСО $\vec{a} = 0$, т. е. тело движется равномерно и прямолинейно. Однако это не означает, что первый закон Ньютона является следствием второго закона. В первом законе содержится утверждение о существовании ИСО. Второй закон Ньютона справедлив именно для этих систем отсчёта.

ИЗМЕРЕНИЕ МАССЫ. ЕДИНИЦЫ СИЛЫ И МАССЫ В СИ. Используя второй закон Ньютона, можно вычислить массу тела, измерив независимо модули силы и ускорения:

$$m = \frac{F}{a}.$$

Правда, на практике гораздо точнее и удобнее измерять массу с помощью весов.

Если измерить массы m_1, m_2, m_3 нескольких (например, трёх) тел, а затем соединить эти тела вместе и измерить массу m одного объединённого тела, то будет выполняться простое соотношение:

$$m = m_1 + m_2 + m_3.$$

Справедливо и обратное утверждение: если разделить тело на части, то сумма масс этих частей будет равна массе тела до разделения. Это свойство массы часто называют *аддитивностью*. Аддитивность массы подтверждается результатами экспериментов.

Второй закон Ньютона содержит две динамические величины — силу и массу. Ни одну из этих величин нельзя выразить только через кинематические величины. С равным правом можно считать основной величиной как силу, так и массу. Выбрав для единицы одной из этих величин эталон, получают единицу для другой, используя второй закон Ньютона. Соответственно получают две различные системы единиц.

В настоящее время наиболее широко в физике и технике используется система единиц, в которой основной величиной является масса. При этом единица силы устанавливается на основе второго закона Ньютона.

В Международной системе единиц (СИ) массу тела измеряют в *килограммах* (кг). Ранее за эталон килограмма была принята масса цилиндра диаметром и высотой 39,17 мм из платино-иридиевого сплава (90% платины, 10% иридия). Этот эталон килограмма хранится в Международном бюро мер и весов в Севре (близ Парижа). Его точные копии имеются во всех странах. Приближённо массу 1 кг имеет 1 л воды при комнатной температуре.

Однако при сравнении эталона килограмма и его копий было обнаружено, что разница в их массах в среднем достигает 50 мкг за 100 лет. Наблюдаемое расхождение несущественно при бытовом использовании эталона массы. Но для дальнейшего развития техники измерений требуется более точный и стабильный эталон массы. В связи с этим в 2018 г. на 26-й Генеральной конференции по мерам и весам было принято решение об отказе от материального эталона килограмма. Теперь единицу массы определяют через фундаментальную физическую константу — постоянную Планка (с ней вы познакомитесь при дальнейшем изучении курса физики).

За единицу силы в СИ принимают силу, которая телу массой 1 кг сообщает ускорение, модуль которого равен 1 м/с^2. Эту единицу силы называют *ньютоном* (Н). Ньютон выражается через основные единицы СИ следующим образом:

$$1\ \text{Н} = 1\ \text{кг} \cdot 1\ \text{м/с}^2 = 1\ \text{кг} \cdot \text{м/с}^2.$$

1. В чём состоит свойство инертности тел? Приведите примеры опытов, которые демонстрируют инертность тел. 2. Какую физическую величину называют массой тела? 3. Сформулируйте второй закон Ньютона. 4. Является ли первый закон Ньютона следствием второго закона? Почему? 5. Как можно измерить массу тела? 6. Назовите единицы массы тела и силы в СИ.

1. К центру шара приложена сила $\vec{F}$ (рис. 3.15). Куда движется шар? Первоначально шар находился в состоянии покоя.

Рис. 3.15

2. За много лет до Ньютона Леонардо да Винчи высказал следующее утверждение: «Если сила $\vec{F}_1$ за время t продвинет тело, имеющее массу m, на расстояние s, то: а) та же сила за это же время продвинет тело массой $\frac{m}{2}$ на расстояние $2s$; б) та же сила за время $\frac{t}{2}$ продвинет тело половинной массы на то же расстояние s». Верно ли это утверждение? Ответ обоснуйте.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Масса канистры, заполненной керосином, равна 24 кг. Масса канистры, заполненной водой, составляет 29 кг. Определите массу пустой канистры.
2. Найдите объём алюминиевого бруска, который имеет такую же массу, как медный брусок объёмом 5,4 дм³.
3. Чему равна масса латунной отливки, если её деревянная модель, изготовленная из сосны, имеет массу, равную 4 кг?
4. На рисунке 3.16 показаны графики зависимости модуля ускорения a от модуля действующей силы F для двух тел (материальных точек). На рисунке 3.17 представлены графики зависимости модуля ускорения a от массы m для двух тел. Как соотносятся между собой массы m_1 и m_2 тел (см. рис. 3.16), модули сил F_1 и F_2 (см. рис. 3.17)?

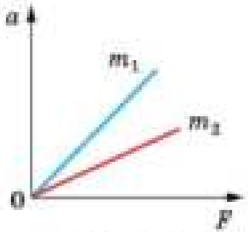


Рис. 3.16

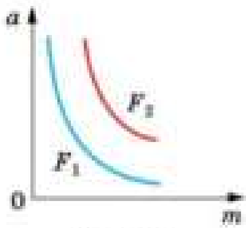


Рис. 3.17

5. Полый стеклянный куб с ребром 5 см имеет массу 152,5 г. Чему равна толщина стенок куба?

§ 15 ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА. ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ГАЛИЛЕЯ

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТЕЛ. Любые действия тел (материальных точек) друг на друга носят характер взаимодействия. Это означает, что если тело A действует на тело B, сообщая ему ускорение, то и тело B действует на тело A, также сообщая ему ускорение. Примеров взаимодействия тел можно привести достаточно много. Когда вы, находясь в одной лодке, начнёте за верёвку подтягивать другую, то и ваша лодка обязательно продвинется вперёд (рис. 3.18). Действуя на вторую лодку, вы заставляете её действовать на вашу лодку.

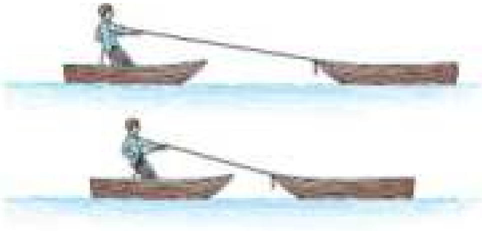


Рис. 3.18

Действия тел друг на друга носят характер взаимодействия не только при непосредственном контакте тел. Если, например, на гладкий стол положить два сильных магнита разноимёнными полюсами навстречу друг другу, можно обнаружить, что магниты начнут двигаться навстречу друг другу.

Заметные изменения скоростей обоих взаимодействующих тел наблюдаются лишь в тех случаях, когда массы этих тел не сильно отличаются друг от друга. Если же взаимодействующие тела значительно различаются по массе, заметное ускорение получает только то из них, которое имеет меньшую массу. Так, при падении камня Земля заметно ускоряет движение камня, но ускорение Земли (а ведь камень тоже притягивает Землю) практически обнаружить нельзя, так как оно очень мало.

Выясним с помощью опыта, как связаны между собой силы взаимодействия двух тел. Для этого возьмём достаточно сильный магнит и железный брусок и положим их на катки, чтобы уменьшить трение о стол (рис. 3.19).

К магниту и бруску прикрепим одинаковые пружины, зацепленные другими концами на столе. Магнит и брусок притянутся друг к другу и растянут пружины. Опыт показывает, что к моменту прекращения движения пружины оказываются растянутыми совершенно одинаково. Это означает, что на оба тела со стороны пружин действуют одинаковые по модулю и противоположные по направлению силы:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2. \qquad (1)$$

Так как магнит покоится, то сила $\vec{F}_2$ равна по модулю и противоположна по направлению силе $\vec{F}_4$, с которой на него действует брусок:

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_4. \qquad (2)$$

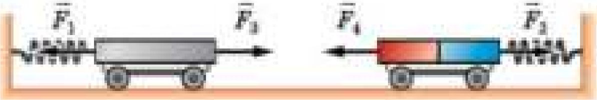


Рис. 3.19

Точно так же равны по модулю и противоположны по направлению силы, действующие на брусок со стороны магнита и пружины:

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_1. \quad (3)$$

Из равенств (1) — (3) следует, что силы, с которыми взаимодействуют магнит и брусок, равны по модулю и противоположны по направлению:

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_4.$$

ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА. На основе этих и других опытов можно сформулировать *третий закон Ньютона.*

Силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по модулю и направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны.

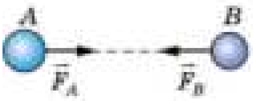


Рис. 3.20

Это означает, что если на тело A со стороны тела B действует сила $\vec{F}_A$ (рис. 3.20), то одновременно на тело B со стороны тела A действует сила $\vec{F}_B$, причём

$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B. \quad (4)$$

Используя второй закон Ньютона, равенство (4) можно записать в следующем виде:

$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} = \text{const}.$$

Отношение модулей a_1 и a_2 ускорений взаимодействующих тел определяется обратным отношением их масс и не зависит от природы действующих между ними сил. При этом никакие другие силы, кроме сил взаимодействия, на эти тела не действуют.

Обратим особое внимание на то, что *силы, о которых идёт речь в третьем законе Ньютона, приложены к разным телам и поэтому не могут уравновешивать друг друга!*

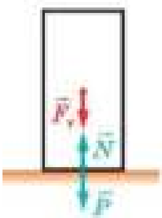


Рис. 3.21

Непонимание этого факта часто приводит к ошибочным заключениям. Например, утверждают, что мел на столе покоится якобы потому, что сила тяжести $\vec{F}_т$, действующая на тело, согласно третьему закону Ньютона, равна по модулю и противоположна по направлению силе упругости $\vec{N}$ (силе реакции опоры), действующей на него со стороны стола (рис. 3.21). На самом деле равенство $\vec{F}_т + \vec{N} = 0$ является следствием второго закона Ньютона, а не третьего: ускорение равно нулю, поэтому и сумма сил, действующих на тело, равна нулю.

Из третьего же закона Ньютона лишь следует, что сила реакции опоры $\vec{N}$ равна по модулю силе $\vec{P}$, с которой мел давит на стол. Эти силы приложены к разным телам и направлены в противоположные стороны.

ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ГАЛИЛЕЯ. Как изменяются законы механики при рассмотрении движения в различных ИСО? Ответ прост: они никак не изменяются. Галилей первым обратил внимание на то, что равномерное прямолинейное движение по отношению к Земле не сказывается на течении механических процессов. Допустим, если находясь в вагоне поезда, движущегося плавно, без толчков, не смотреть в окно, то определить, движется поезд или стоит у платформы, затруднительно. Если в движущемся с постоянной скоростью вагоне изучать падение тел, колебания маятника, то результаты будут точно такими же, как и при исследовании этих явлений на поверхности Земли.

На основе подобных наблюдений был установлен один из фундаментальных законов природы — *принцип относительности*.

Все механические процессы протекают одинаково во всех ИСО.

Этот принцип ещё называют *принципом относительности Галилея*.

В физике используют и другую, эквивалентную первой, формулировку принципа относительности.

Законы механики не зависят от выбора ИСО.

ОСНОВНАЯ (ПРЯМАЯ) И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ. *Основная задача механики* состоит в определении положения и скорости тела (материальной точки) в любой момент времени, если известны его положение и скорость в начальный момент времени и действующие на него силы. Эта задача решается с помощью второго закона Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots . \qquad (5)$$

Его часто называют *уравнением движения*.

Так как ускорение и сила — векторные величины, то уравнение (5) фактически является компактной записью трёх независимых уравнений:

$$\begin{aligned} ma_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots , \\ ma_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots , \qquad (6) \\ ma_z &= F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + \dots , \end{aligned}$$

где a_x, a_y, a_z — проекции вектора ускорения на координатные оси системы отсчёта, а F_{ix}, F_{iy}, F_{iz} — проекции векторов сил на те же оси.

В случае движения на плоскости достаточно двух уравнений в проекциях, а в случае прямолинейного — одного уравнения.

Обычно из опыта нам известны силы как функции координат и скоростей. Зная силы и массу, можно определить проекции ускорения с помощью уравнений (6). Но ускорение не определяет однозначно скорость тела и его координаты. Так, в случае постоянной проекции ускорения a_x на ось X проекция скорости υ_x и координата x находятся из уравнений:

$$\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t,$$

$$x = x_0 + \upsilon_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Для определения проекции скорости в произвольный момент времени нужно знать проекцию начальной скорости υ_{0x} (проекцию в начальный момент времени $t_0 = 0$), а для определения координаты требуется ещё знание начальной координаты x_0.

Кроме прямой задачи законы механики позволяют решать и *обратную задачу*. Она состоит в определении сил по заданному движению, т. е. по зависимости координат, скоростей или ускорений от времени. Такую обратную задачу решил Ньютон, определяя силу тяготения по известным кинематическим законам движения планет (законам Кеплера).

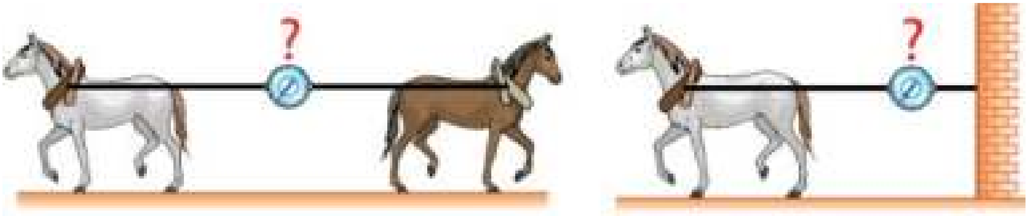
1. Приведите примеры, подтверждающие, что любые действия тел друг на друга носят характер взаимодействия. **2.** Сформулируйте третий закон Ньютона. **3.** Подтвердите примерами, что силы, о которых идёт речь в третьем законе Ньютона, приложены к разным телам и поэтому не могут уравновешивать друг друга. **4.** В чём состоит: а) принцип относительности Галилея; б) основная (прямая) задача механики; в) обратная задача механики?

1. Лошадь тянет сани, а сани действуют на лошадь с такой же по модулю силой, направленной в противоположную сторону. Почему же лошадь везёт сани, а не наоборот?

2. Можно ли двигать парусную лодку, направляя на паруса поток воздуха из мощного вентилятора или мехов, установленных на лодке (рис. 3.22)?

3. Две лошади растягивают пружину динамометра с силой 1000 Н каждая (рис. 3.23, *а*). Какое значение покажет динамометр? С какой силой натянута верёвка? С какой силой будет натянута верёвка, если её второй конец привязать к стене (рис. 3.23, *б*)?

Рис. 3.22



а *б*

Рис. 3.23

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В течение 2 с человек приводит в движение лодку с помощью весла, отталкиваясь им от преграды в воде. Он прикладывает горизонтально направленную силу, модуль которой равен 100 Н. На какое расстояние при этом сместится лодка? Силу сопротивления воды считайте равной нулю. Масса человека и лодки равна 200 кг.

Дано:
$t = 2$ с
$m = 200$ кг
$F = 100$ Н
$v_0 = 0$

s — ?

Решение:

По условию задачи человек отталкивает лодку веслом (рис. 3.24), поэтому по третьему закону Ньютона со стороны весла действует сила:

$$|\vec{F'}| = |\vec{F}|.$$

По второму закону Ньютона:

$$\vec{F}_A + \vec{F'} + m\vec{g} = m\vec{a},$$

где $\vec{F}_A$ — сила Архимеда, $m\vec{g}$ — сила тяжести.

Запишем это уравнение движения в проекции на ось OX:

$$F' = ma.$$

Выразим из него ускорение a лодки $a = \frac{F'}{m}$ и подставим его в кинематическое уравнение: $s = \frac{at^2}{2}$ (так как $v_0 = 0$). Получим:

$$s = \frac{F't^2}{2m}.$$

С учётом числовых данных запишем:

$$s = \frac{100 \cdot 2^2}{2 \cdot 200}\text{ м} = 1\text{ м}.$$

Ответ: $s = 1$ м.

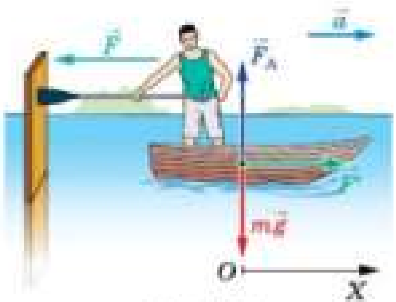


Рис. 3.24

УПРАЖНЕНИЯ

1. Маневровый локомотив массой 100 т толкнул неподвижно стоящий вагон. Во время взаимодействия ускорение вагона было по модулю в 5 раз больше ускорения локомотива. Чему равна масса вагона?

2. Найдите отношение модулей ускорений двух шаров одинакового радиуса во время их взаимодействия, если первый шар изготовлен из стали, а второй — из свинца.

3. После удара футболиста мяч массой 500 г получил скорость, модуль которой равен 10 м/с. Определите модуль силы удара, если он длился 0,5 с.

4. Порожний (ненагруженный) грузовой автомобиль массой 4 т начинает движение с ускорением, модуль которого равен 0,3 м/с^2. Найдите массу груза, принятого автомобилем, если при той же силе тяги он трогается с места с ускорением, модуль которого равен 0,2 м/с^2.

5. Автомобиль массой 1,5 т, двигаясь равноускоренно из состояния покоя на горизонтальном участке дороги под действием постоянной силы тяги, приобрёл скорость, модуль которой равен 36 км/ч. Определите: а) время, за которое эта скорость достигнута; б) путь, пройденный автомобилем за это время. Модуль силы тяги равен 1450 Н. Силой сопротивления движению автомобиля пренебречь.

Это любопытно...

Из истории развития физики и техники

После того как вы изучили три закона Ньютона, дадим их формулировки из книги «Математические начала натуральной философии». При этом приведём эти законы в переводе с латыни, который сделал академик А. Н. Крылов.

И. НЬЮТОН

Закон 1. Всякое тело продолжает удерживаться в своём состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не принуждается приложенными силами изменить это состояние.

Закон 2. Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой сила действует.

Закон 3. Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе взаимодействия двух тел друг на друга и между собой равны и направлены в противоположные стороны.

§ 16 СИЛА ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ. ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

ЗАВИСИМОСТЬ СИЛЫ ТЯГОТЕНИЯ ОТ МАССЫ ТЕЛ. В главе «Кинематика» мы рассматривали свободное падение тел. Опыты Галилея показали, что Земля сообщает всем телам в данном месте одно и то же ускорение независимо от их массы. Это возможно лишь в том случае, если *сила притяжения к Земле прямо пропорциональна массе тела*. Именно в этом случае ускорение свободного падения, равное отношению силы земного притяжения к массе тела, является постоянной величиной.

Действительно, увеличение массы m тела, например, вдвое приведёт к увеличению модуля силы тоже вдвое, а ускорение, которое равно отношению $\frac{F}{m}$, останется неизменным.

Обобщая этот вывод для сил тяготения между любыми телами, можно заключить, что сила всемирного тяготения прямо пропорциональна массе тела, на которое эта сила действует. Но во взаимном притяжении участвуют, по меньшей мере, два тела. На каждое из них, согласно третьему закону Ньютона, действуют одинаковые по модулю силы тяготения. Поэтому каждая из этих сил должна быть пропорциональна как массе одного тела, так и массе другого. Сила всемирного тяготения (или гравитационная* сила) между двумя телами прямо пропорциональна произведению их масс:

$$F \sim m_1 m_2. \quad (1)$$

ЗАКОНЫ КЕПЛЕРА. Наблюдения и исследования движения планет показывают, что оно вызвано силой притяжения к Солнцу. Используя многолетние наблюдения датского астронома Тихо Браге (1546—1601), немецкий учёный Иоганн Кеплер (1571—1630) в начале XVII в. установил кинематические законы движения планет — так называемые *законы Кеплера*.

И. КЕПЛЕР

Первый закон Кеплера

Все планеты движутся по эллипсам, в одном из фокусов которых находится Солнце.

Эллипсом называют плоскую замкнутую кривую, сумма расстояний от любой точки которой до двух фиксированных точек (фокусов) постоянна

---

* От лат. *gravitas* — тяжесть.

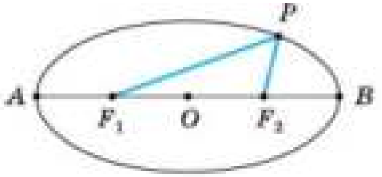


Рис. 3.25

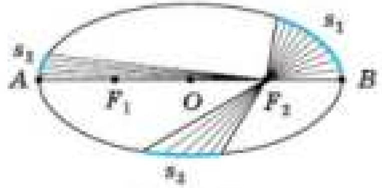


Рис. 3.26

(рис. 3.25). Эта сумма расстояний равна длине большой оси AB эллипса, т. е.

$$F_1P + F_2P = 2b,$$

где F_1 и F_2 — фокусы эллипса; $b = \frac{AB}{2}$ — его большая полуось; O — центр эллипса.

Ближайшая к Солнцу точка орбиты называется *перигелием*, а самая удалённая от него точка — *афелием*. Если Солнце находится в фокусе F_1 (см. рис. 3.25), то точка A — перигелий, а точка B — афелий.

Второй закон Кеплера

Радиус-вектор планеты, соединяющий её с фокусом, за одинаковые промежутки времени описывает равные площади.

Если заштрихованные секторы (рис. 3.26) имеют одинаковые площади, то пути s_1, s_2, s_3 будут пройдены планетой за равные промежутки времени. Из рисунка видно, что $s_1 > s_2$. Следовательно, линейная скорость движения планеты в различных точках её орбиты неодинакова. В перигелии скорость планеты наибольшая, в афелии — наименьшая.

Третий закон Кеплера

Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей их орбит.

Обозначив большую полуось орбиты и период обращения одной из планет через b_1 и T_1 (рис. 3.27), а другой планеты — через b_2 и T_2, этот закон можно записать в следующем виде:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{b_1^3}{b_2^3}.$$

Из этой формулы следует, что чем дальше планета находится от Солнца, тем больше её период обращения вокруг него.

На основе законов Кеплера можно сделать определённые выводы об ускорениях, сообщаемых планетам Солнцем. Для простоты мы будем считать орбиты планет не эллиптическими, а круговыми*. Тогда сила притяжения со стороны Солнца в этом приближении должна быть направлена для всех планет к центру Солнца. Если обозначить периоды обращения планет через T, а радиусы их орбит — через R, то, согласно третьему закону Кеплера, для двух планет можно записать:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}. \qquad (2)$$

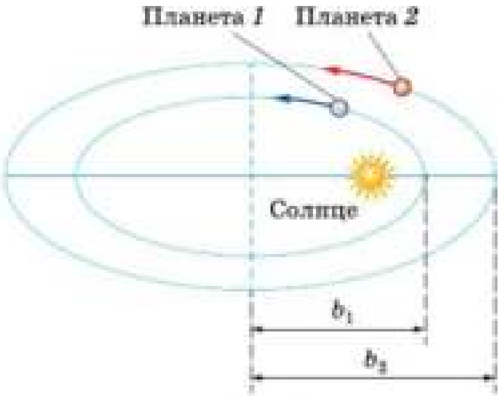


Рис. 3.27

Модуль нормального ускорения при движении по окружности $a = \omega^2 R$. Поэтому отношение модулей ускорений планет

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{T_2^2}{T_1^2}\frac{R_1}{R_2}.$$

С учётом уравнения (2) получим:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}.$$

Так как третий закон Кеплера справедлив для всех планет, то ускорение планеты обратно пропорционально квадрату её расстояния до Солнца.

Таким образом, сила тяготения сообщает телам *ускорение, не зависящее от их массы и убывающее обратно пропорционально квадрату расстояния между ними*:

$$F \sim a \sim \frac{1}{R^2}. \qquad (3)$$

ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ. Обобщая зависимости (1) и (3), Ньютон в 1687 г. открыл *закон всемирного тяготения*. В настоящее время он формулируется следующим образом.

Сила взаимного притяжения двух тел прямо пропорциональна произведению масс этих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}. \qquad (4)$$

---

* Для планет Солнечной системы эта замена не является слишком грубым приближением.

Рис. 3.28

Коэффициент пропорциональности G в формуле (4) называют *гравитационной постоянной*.

Закон всемирного тяготения справедлив только для таких тел, размеры которых пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием между ними. Иначе говоря, он выполняется только для материальных точек. При этом силы гравитационного взаимодействия направлены вдоль линии, соединяющей эти точки (рис. 3.28). Подобного рода силы называют *центральными*. Можно доказать, что сферические тела, плотность которых зависит только от расстояний до их центров, при расстояниях между ними, бо́льших суммы их радиусов, притягиваются с силами, модули которых определяются формулой (4). В этом случае R — это расстояние между центрами шаров.

Кроме того, размеры падающих на Землю тел много меньше размеров Земли, поэтому эти тела можно рассматривать как точечные. Тогда под R в формуле (4) следует понимать расстояние от данного тела до центра Земли.

ГРАВИТАЦИОННАЯ ПОСТОЯННАЯ. Из формулы (4) можно выразить гравитационную постоянную:

$$G = \frac{FR^2}{m_1 m_2}. \tag{5}$$

Если расстояние между телами численно равно единице ($R = 1$ м) и массы взаимодействующих тел тоже равны единице ($m_1 = m_2 = 1$ кг), то гравитационная постоянная численно равна модулю силы всемирного тяготения.

Таким образом, *гравитационная постоянная численно равна модулю силы тяготения, действующей на тело массой* 1 кг *со стороны другого тела такой же массы при расстоянии между телами, равном* 1 м.

Из формулы (5) следует, что в СИ гравитационная постоянная выражается в $\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

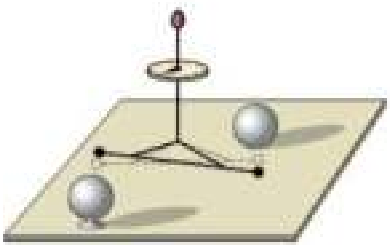


Рис. 3.29

Значение гравитационной постоянной G может быть найдено только опытным путём. Впервые такое измерение было выполнено английским физиком Генри Кавендишем (1731—1810) в 1798 г. с помощью прибора, называемого *крутильными весами*. Схематично крутильные весы показаны на рисунке 3.29.

Кавендиш закрепил два маленьких свинцовых шара (диаметром 5 см и массой

775 г каждый) на противоположных концах двухметрового лёгкого стержня (коромысла). Стержень был подвешен на тонкой проволоке. Два больших свинцовых шара (диаметром 20 см и массой 49,5 кг каждый) можно было близко подводить к маленьким шарам. Силы притяжения со стороны больших шаров заставляли маленькие шары перемещаться по направлению к ним, при этом натянутая проволока немного закручивалась. Степень закручивания служила мерой силы, действующей между шарами. Угол закручивания проволоки (или поворота стержня с малыми шарами) оказался столь малым, что его пришлось измерять с помощью зеркальца, на которое направлялся узкий пучок света. Вращение стержня прекращалось в том случае, когда сила упругости закрученной нити становилась равной по модулю силе гравитационного взаимодействия. Измерив значение силы упругости, можно было получить значение гравитационной силы, действующей между свинцовыми шарами.

Результат, полученный Кавендишем, только на 1% отличается от значения гравитационной постоянной, принятого сегодня:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}.$$

Отметим, что гравитационные силы — самые «слабые» из всех сил природы. Это связано с тем, что гравитационная постоянная мала. Но при больших массах космических тел силы всемирного тяготения становятся очень большими. Эти силы удерживают все планеты возле Солнца.

В заключение сделаем ряд важных замечаний.

1. Силы всемирного тяготения — самые универсальные из всех сил природы. Они действуют между любыми телами, обладающими массой.

2. Масса, которая входит во второй закон Ньютона, определяет инертные свойства тела, т. е. его способность приобретать определённое ускорение под действием приложенной к нему силы. Эту массу естественно назвать *инертной массой* m_i. Массу, определяющую способность тел притягиваться друг к другу, следовало бы назвать *гравитационной массой* m_g. При этом

$$m_i = m_g. \qquad (6)$$

Равенство (6) следует непосредственно из опыта. Тем самым, можно говорить просто о массе тела как количественной мере и инертных, и гравитационных его свойств.

1. Сформулируйте законы Кеплера и объясните их физический смысл. **2.** Приведите формулировку и математическую запись закона всемирного тяготения. **3.** В каких случаях можно применять формулу закона всемирного тяготения? **4.** Раскройте физический смысл гравитационной постоянной. **5.** Опишите опыт Кавендиша по измерению гравитационной постоянной. Чему равно её значение?

1. В книге «Математические начала натуральной философии» Ньютон писал: «Тяготение существует ко всем телам вообще и пропорционально массе каждого из них. ... Все планеты тяготеют друг к другу, тяготение каждой из них в отдельности обратно пропорционально квадратам расстояний места до центра этой планеты...» Выразите данные утверждения в виде формулы.

2. Как стала бы двигаться Луна, если бы: а) исчезло тяготение между Луной и Землёй; б) прекратилось бы движение Луны по орбите?

§ 17 СИЛА ТЯЖЕСТИ. ДВИЖЕНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ

СИЛА ТЯЖЕСТИ. Частным, но важным для нас видом силы всемирного тяготения является сила притяжения тел к Земле. Её называют *силой тяжести* $\vec{F}_т$. Используя закон всемирного тяготения, модуль силы тяжести можно определить по формуле:

$$F_т = G\frac{mM}{(R+h)^2}, \qquad (1)$$

где m — масса тела; M — масса Земли; R — радиус Земли; h — высота тела над поверхностью Земли.

Сила тяжести направлена вертикально вниз (к центру Земли) и сообщает телу ускорение, называемое ускорением свободного падения (рис. 3.30). В соответствии со вторым законом Ньютона

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_т}{m}.$$

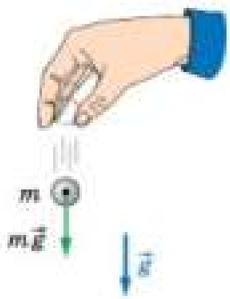


Рис. 3.30

С учётом выражения (1) для модуля ускорения свободного падения можно записать:

$$g_h = G\frac{M}{(R+h)^2}. \qquad (2)$$

На поверхности Земли ($h = 0$) модуль ускорения свободного падения равен

$$g = G\frac{M}{R^2}, \qquad (3)$$

а сила тяжести равна

$$\boldsymbol{\vec{F}_т = m\vec{g}.}$$

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ ТЕЛА. Сила тяжести действует на все тела. Но к какой точке тела приложена эта сила, если тело нельзя считать материальной точкой? При любом положении тела в пространстве точкой приложения си-

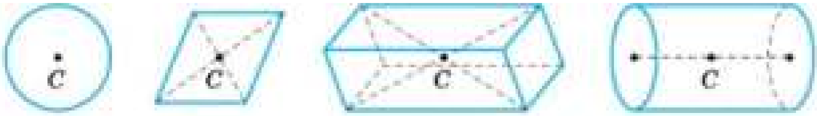


Рис. 3.31

лы тяжести, действующей на тело, является одна и та же точка. Её называют *центром тяжести тела*.

Центром тяжести тела называют точку приложения силы тяжести, действующей на тело, при любом его положении в пространстве.

Важно понимать, что сила тяжести действует на все частицы, из которых состоит тело. Но если положение центра тяжести известно, то мы можем «забыть» о том, что на все части тела действуют силы тяжести, и считать, что есть только одна сила, приложенная в центре тяжести тела.

Руководствуясь соображениями симметрии, можно указать положение центра тяжести однородных тел простой формы (рис. 3.31): диск и шар — в центре; пластинка в форме параллелограмма и брус в форме параллелепипеда — в точке пересечения их диагоналей; цилиндр — на середине его оси.

УСКОРЕНИЕ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ. Из формулы (2) следует, что ускорение свободного падения не зависит от массы тела. Его значение уменьшается при подъёме тела над поверхностью Земли, так как ускорение свободного падения обратно пропорционально квадрату расстояния от центра Земли до тела. Если высота h тела над поверхностью Земли не превышает 100 км, то при расчётах, допускающих погрешность $\approx 1{,}5\%$, этой высотой можно пренебречь по сравнению с радиусом Земли ($R = 6370$ км). Тем самым, ускорение свободного падения на высотах до 100 км можно считать постоянным и равным 9,8 м/с^2.

Однако у поверхности Земли ускорение свободного падения не везде одинаково, оно зависит от географической широты: больше на полюсах Земли, чем на экваторе. Дело в том, что земной шар несколько сплюснут у полюсов. Экваториальный радиус Земли больше полярного на 21 км.

Другой, более существенной причиной зависимости ускорения свободного падения от географической широты является вращение Земли. Второй закон Ньютона, с помощью которого получена формула (3), справедлив в ИСО. Такой системой является, например, гелиоцентрическая система. Систему же отсчёта, связанную с Землёй, строго говоря, нельзя считать инерциальной (см. § 12). Земля вращается вокруг своей оси и движется по замкнутой орбите вокруг Солнца.

Вращение Земли и сплюснутость её у полюсов приводят к тому, что ускорение свободного падения относительно геоцентрической системы отсчёта на разных широтах различно: на полюсах $g_{пол} \approx 9{,}83$ м/с^2, на экваторе $g_{экв} \approx 9{,}78$ м/с^2, на широте 45° $g = 9{,}81$ м/с^2.

Кроме того, ускорение свободного падения зависит от плотности пород, залегающих в недрах Земли. В районах, где залегают породы, плотность которых больше средней плотности Земли (например, железная руда), g больше, а там, где имеются залежи нефти, — оно меньше. Этот факт используют геологи при поиске полезных ископаемых.

ДВИЖЕНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ. Искусственный спутник Земли — космический летательный аппарат, выведенный на околоземную орбиту. Вычислим, какой скоростью должен обладать искусственный спутник Земли, чтобы он двигался по круговой орбите на высоте h над поверхностью Земли*. На больших высотах воздух сильно разрежен и оказывает незначительное сопротивление движущимся телам. Поэтому можно считать, что на спутник действует только гравитационная сила, направленная к центру Земли (рис. 3.32):

$$F = G\frac{Mm}{(R+h)^2},$$

где M — масса Земли; m — масса спутника; R — радиус Земли.

Эта сила сообщает спутнику центростремительное ускорение:

$$a = \frac{v^2}{R+h}.$$

По второму закону Ньютона

$$a = \frac{F}{m} = G\frac{M}{(R+h)^2}.$$

Следовательно, $\dfrac{v^2}{R+h} = G\dfrac{M}{(R+h)^2}$.

Отсюда

$$\boxed{v = \sqrt{G\frac{M}{R+h}}}. \qquad (4)$$

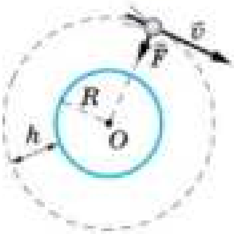


Рис. 3.32

Итак, скорость движения спутника зависит от его высоты над поверхностью Земли: чем больше эта высота, тем с меньшей скоростью он будет двигаться по круговой орбите. Эта скорость не зависит от массы спутника. Другими словами, спутником Земли может стать любое тело, если ему сообщить на данной высоте

* Для упрощения расчётов мы рассматриваем движение спутника по круговой орбите. Между тем спутники движутся по эллиптическим, а не круговым орбитам.

направленную перпендикулярно радиусу Земли скорость, модуль которой определяется выражением (4).

Минимальную скорость, которую необходимо сообщить телу у поверхности Земли (или небесного тела), чтобы оно стало двигаться вокруг Земли (или небесного тела) по круговой орбите вблизи её поверхности под действием гравитационной силы, называют первой космической скоростью.

Первую космическую скорость υ_1 для Земли вблизи её поверхности можно найти, используя формулу (4), если принять $h = 0$:

$$\upsilon_1 = \sqrt{G\frac{M}{R}}. \qquad (5)$$

Из формулы (3) следует, что $GM = gR^2$.

С учётом этого формула (5) примет вид:

$$\upsilon_1 = \sqrt{gR}.$$

Так как $g \approx 9{,}8$ м/с², а $R \approx 6{,}4 \cdot 10^6$ м, то первая космическая скорость для Земли вблизи её поверхности оказывается равной

$$\upsilon_1 \approx 7{,}9 \text{ км/с}.$$

Если модуль скорости превысит значение $\upsilon_{II} = 11{,}2$ км/с (*вторая космическая скорость*), то тело способно, преодолев притяжение Земли, удалиться от неё и улететь в космос. Расчёты показывают, что

$$\upsilon_{II} = \sqrt{2}\upsilon_1 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}.$$

Для того чтобы отправить космический корабль к другим планетам Солнечной системы, ему необходимо сообщить скорость бо́льшую υ_{II}.

?

1. Какую силу называют силой тяжести? Куда она направлена? **2.** Как можно определить ускорение свободного падения, если: а) тело поднято на высоту h над поверхностью Земли; б) высота $h = 0$? **3.** Почему у поверхности Земли ускорение свободного падения не везде одинаково? Где больше его значение: на полюсах или на экваторе? **4.** К какой точке тела приложена сила тяжести? Как называют эту точку? **5.** Что называют первой космической скоростью? Чему примерно равно значение этой скорости для Земли вблизи её поверхности?

??

1. Где больше ускорение свободного падения — в Москве или в Санкт-Петербурге?
2. Каким образом можно определить центр тяжести человека?
3. Какими часами следует определять время на космическом корабле в условиях невесомости: маятниковыми, песочными, пружинными?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Тело (материальная точка) имеет массу, равную 10 кг. Чему равна сила тяжести, действующая на это тело на высоте трёх земных радиусов от поверхности Земли? Ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли считать равным 9,8 м/с^2.

Дано:
$m = 10$ кг
$h = 3R_З$
$g = 9{,}8$ м/с^2

$F_{тh}$ — ?

Решение:

Согласно закону всемирного тяготения, на тело массой m на высоте h (рис. 3.33) действует сила $F_{тh}$:

$$F_{тh} = G\frac{mM_З}{(R_З + h)^2}, \qquad (1)$$

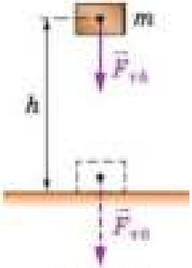


Рис. 3.33

где $R_З + h$ — расстояние между центрами взаимодействующих тел.

Найдём модуль силы тяжести $F_{т0}$ у поверхности Земли:

$$F_{т0} = G\frac{mM_З}{R_З^2} = mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow GmM_З = mgR_З^2. \qquad (2)$$

Подставим выражение (2) в формулу (1) и получим:

$$F_{тh} = \frac{mgR_З^2}{(R_З + h)^2} = \frac{mgR_З^2}{(R_З + 3R_З)^2} = \frac{mg}{16}.$$

С учётом числовых данных запишем:

$$F_{тh} = \frac{10 \cdot 9{,}8}{16}\ \text{Н} \approx 6{,}1\ \text{Н}.$$

Ответ: $F_{тh} \approx 6{,}1$ Н.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Определите силы, с которыми действуют друг на друга вследствие тяготения два соприкасающихся свинцовых шара радиусом 30 см каждый.
2. Во сколько раз уменьшится сила притяжения космического корабля к Земле при его удалении от поверхности Земли на расстояние, равное: а) радиусу Земли; б) трём радиусам Земли; в) пяти радиусам Земли?
3. Определите период обращения искусственного спутника Земли, вращающегося по круговой орбите радиусом, равным трём радиусам Земли. Радиус Земли равен 6400 км, ускорение свободного падения вблизи её поверхности равно 9,8 м/с^2.

4. Первая космическая скорость вблизи поверхности планеты радиусом 4000 км равна 4 км/с. Определите ускорение свободного падения вблизи поверхности этой планеты.

5. Чему равна первая космическая скорость для планеты, масса и радиус которой в 3 раза больше, чем у Земли?

6. Радиус планеты Марс составляет 0,53 радиуса Земли, а масса — 0,11 массы Земли. Зная ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли, найдите его значение на поверхности Марса.

7. Средняя плотность Венеры составляет 5200 кг/м^3, а её радиус — 6100 км. Найдите ускорение свободного падения вблизи поверхности Венеры.

8. Чему равна средняя скорость движения Земли по орбите, если радиус её орбиты равен $1,5 \cdot 10^{11}$ м, а масса Солнца равна $2 \cdot 10^{30}$ кг?

§ 18 СИЛА УПРУГОСТИ. ЗАКОН ГУКА

СИЛА УПРУГОСТИ. Закрепим в лапке штатива один конец пружины (рис. 3.34, *а*). Подвесим к свободному концу пружины груз, пружина при этом растянется (рис. 3.34, *б*). Груз немного покачается и остановится. Почему же он не падает и не приобретает ускорения? Ведь на него действует сила тяжести. Причина состоит в том, что при растяжении (деформации) пружины появилась ещё одна сила, которая тоже действует на груз. Она по модулю равна силе тяжести, но направлена в противоположную сторону, т. е. вертикально вверх (см. рис. 3.34, *б*).

Эту силу, действующую со стороны растянутой пружины на груз, называют *силой упругости*.

На книгу, лежащую на столе, тоже действует сила упругости со стороны стола. Она возникает вследствие деформации стола (не растяжения, а изгиба его крышки). Этот изгиб можно обнаружить с помощью точных приборов.

Итак, при растяжении или сжатии тела в нём возникают силы упругости*, препятствующие изменению размеров тела. Силы упругости возникают только при деформации тел, а их числовые значения

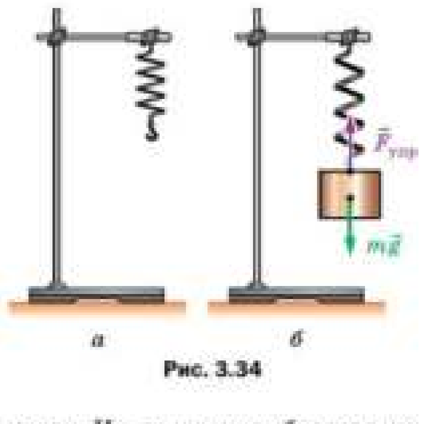


Рис. 3.34

* Силы упругости имеют электромагнитную природу. Их появление обусловлено силами взаимодействия между атомами твёрдых тел при их деформации.

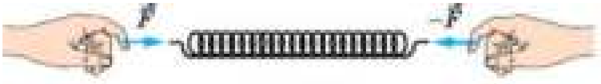


Рис. 3.35

определяются величиной этих деформаций. Сила упругости направлена в сторону, противоположную направлению перемещения частиц тела при его деформации. Например, при растяжении пружины (рис. 3.35) возникает сила упругости, действующая на руки, а при прогибе сетки батута (рис. 3.36) — сила упругости, подбрасывающая акробата. При исчезновении деформации исчезают и силы упругости.

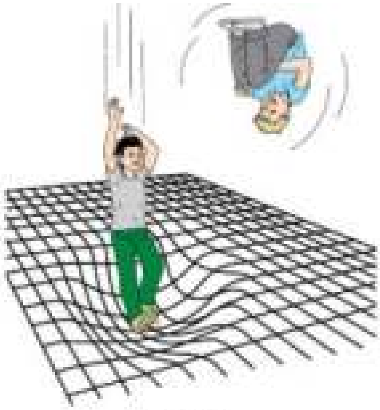


Рис. 3.36

Силу, действующую со стороны деформированного тела на соприкасающиеся с ним тела и направленную в сторону, противоположную перемещению частей тела при его деформации, называют силой упругости.

ЗАКОН ГУКА. Зависимость силы упругости от деформации экспериментально установил современник Ньютона английский учёный Роберт Гук (1635—1703). Открытый им закон справедлив только для *упругих деформаций*, т. е. для тех случаев, когда после прекращения действия сил, деформирующих тело, оно возвращается в исходное состояние (восстанавливаются форма и размеры тела).

Рассмотрим, как можно получить этот закон. Резиновый шнур расположим вертикально и закрепим его верхний конец. Обозначим длину шнура через l_0 (рис. 3.37, *а*). Координатную ось X направим вдоль шнура вертикально вниз, а начало координат совместим с нижним концом нерастянутого шнура. Прикрепим к нижнему концу шнура чашку с находящимся на ней грузом (рис. 3.37, *б*). Шнур растянется, и его длина станет равной l, а координата нижнего конца шнура примет значение x. Сила упругости $\vec{F}_{упр}$ растянутого шнура уравновешивает силу тяжести $\vec{F}_{упр} = m\vec{g}$, действующую на чашку с грузами, т. е. $F_{упр} = mg$. Модуль перемещения шнура назовём абсолютным удлинением (деформацией) шнура:

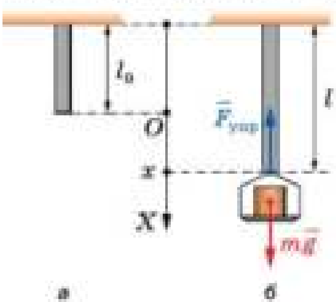


Рис. 3.37

$$\Delta l = l - l_0 = x.$$

Изменяя число гирек на чашке, можно изменять длину, а следовательно, и абсолютное удлинение (деформацию) шнура Δl. Опыт показывает, что *модуль силы упругости при малых абсолютных удлинениях прямо пропорционален изменению длины шнура*.

Этот вывод справедлив не только для резинового шнура. В таблице 2 представлены результаты лабораторного исследования зависимости модуля силы упругости $F_{упр}$ от удлинения Δl стальной проволоки (её первоначальная длина равна 120 см, а диаметр составляет 0,3 мм).

Таблица 2

Δl, мм	0,9	2,0	2,8	3,8	4,7	5,7	6,6	7,5
$F_{упр}$, Н	10	20	30	40	50	60	70	80

На рисунке 3.38 изображён график, построенный по результатам исследования. В пределах допущенных погрешностей измерения график можно считать прямой линией. Это означает, что модуль силы упругости $F_{упр}$ пропорционален удлинению Δl. Такой же вывод можно получить на основании многих других исследований деформаций растяжения и сжатия.

При упругой деформации растяжения (или сжатия) модуль силы упругости прямо пропорционален модулю абсолютного изменения длины тела.

В этом и состоит *закон Гука*.

Математическая запись закона Гука выглядит следующим образом:

$$F_{упр} = k|\Delta l|, \quad \text{или} \quad F_{упр} = k|x|. \qquad (1)$$

Коэффициент пропорциональности k в выражении (1) называют *коэффициентом упругости* или *жёсткостью*. В СИ жёсткость выражается в *ньютонах на метр* (Н/м).

Жёсткость зависит от материала, из которого изготовлено тело, от его размеров и формы.

Учитывая, что координата x тела и проекция $(F_{упр})_x$ силы упругости на ось X имеют противоположные знаки, можно записать:

$$(F_{упр})_x = -kx. \qquad (2)$$

Закону Гука подчиняются деформации, возникающие в стержнях из стали, чугуна,

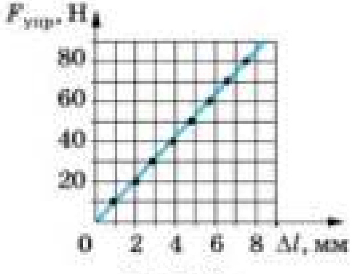


Рис. 3.38

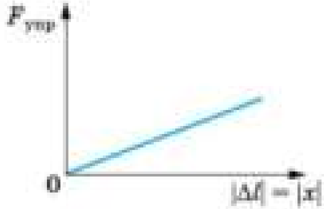


Рис. 3.39

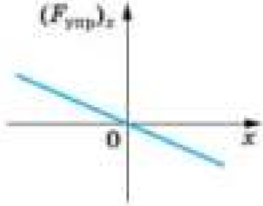


Рис. 3.40

алюминия и в других твёрдых телах, а также в пружинах. Этот закон выполняется и для деформаций сжатия. Формулы (1) и (2) справедливы и в этом случае. На рисунке 3.39 приведён график зависимости модуля силы упругости $F_{упр}$ от модуля деформации $|\Delta l|$, а на рисунке 3.40 — график зависимости проекции силы упругости $(F_{упр})_x$ от координаты x.

Обратим внимание на то, что закон Гука выполняется только при малых деформациях. При больших деформациях сила упругости перестаёт быть пропорциональной изменению длины тела, а при достаточно больших деформациях тело разрушается. Сила упругости, в отличие от силы тяготения, зависит не от расстояния между различными телами, а от изменения расстояния между частями одного и того же тела.

К силам упругости относятся сила реакции опоры, сила натяжения нити (пружины и др.), вес тела.

1. Какую силу называют силой упругости? 2. Какие деформации называют упругими? Приведите примеры. 3. Сформулируйте закон Гука. В каких случаях он выполняется?

УПРАЖНЕНИЯ

1. К упругой пружине жёсткостью 180 Н/м подвесили груз, который растянул её на 6 см. Определите массу груза и постройте график зависимости силы упругости от удлинения пружины.

2. Растягивая резинку с силой, равной 45 Н, мальчик удлинил её на 9 см. Какое удлинение он получил бы, приложив силу, равную 112,5 Н?

3. Определите удлинение обеих пружин (рис. 3.41), если $m_1 = 2$ кг, $m_2 = 3$ кг, а жёсткости пружин равны соответственно $k_1 = 500$ Н/м и $k_2 = 150$ Н/м. Массой пружин пренебречь.

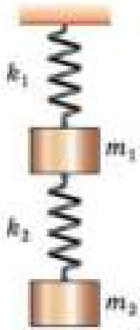


Рис. 3.41

§ 19 ВЕС ТЕЛА. НЕВЕСОМОСТЬ. ПЕРЕГРУЗКИ

ВЕС ТЕЛА. Если тело лежит на опоре, то вследствие притяжения Землёй оно давит на опору. По этой же причине подвешенное тело растягивает подвес.

Силу, с которой тело вследствие его притяжения к Земле действует на опору или подвес, называют весом тела.

Рассмотрим случай, когда тело и опора неподвижны или движутся без ускорения.

Пусть тело A находится на горизонтальной опоре B (рис. 3.42). На него действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$. Но если опора действует на тело с силой $\vec{N}$, то и тело действует на опору с силой $\vec{P}$ (вес тела). Она в соответствии с третьим законом Ньютона равна по модулю и противоположна по направлению силе $\vec{N}$:

$$\vec{P} = -\vec{N}.$$

Если тело и опора неподвижны или движутся равномерно и прямолинейно (т. е. без ускорения), то, согласно второму закону Ньютона,

$$\vec{N} + m\vec{g} = 0.$$

С учётом того, что $\vec{N} = -\vec{P}$, $-\vec{P} + m\vec{g} = 0$,

$$\vec{P} = m\vec{g}. \qquad (1)$$

Таким образом, если ускорение $\vec{a} = 0$, то вес тела равен по модулю силе тяжести. Однако следует иметь в виду, что *сила тяжести приложена к телу, а вес — к опоре или подвесу*.

Природа силы тяжести и веса тоже различна. Сила тяжести является результатом взаимодействия тела и Земли (сила тяготения), а вес появляется в результате взаимодействия тела A и опоры B. Опора B и тело A при этом деформируются, что приводит к появлению сил упругости. Поэтому вес тела (как и сила реакции опоры) является одним из видов силы упругости.

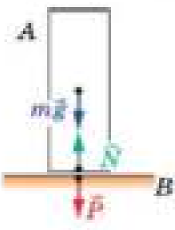


Рис. 3.42

Рассмотрим теперь случай, когда тело и подвес (опора) движутся относительно Земли с ускорением.

Пусть тело находится в кабине лифта, движущегося с ускорением (рис. 3.43, *а*, *б*). Согласно второму закону Ньютона

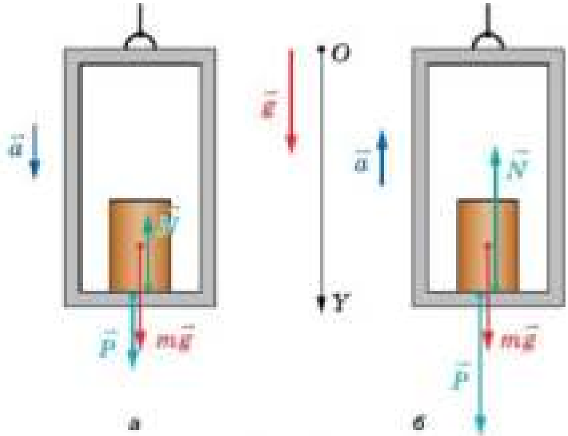


Рис. 3.43

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}, \qquad (2)$$

где N — сила реакции опоры (пола лифта); m — масса тела.

По третьему закону Ньютона вес тела $\vec{P} = -\vec{N}$, поэтому, учитывая выражение (2), получим

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}).$$

Направим координатную ось OY системы отсчёта, связанной с Землёй, вертикально вниз. Тогда проекция веса тела на эту ось будет равна

$$P_y = m(g_y - a_y). \qquad (3)$$

Векторы $\vec{P}$ и $\vec{g}$ сонаправлены с осью координат OY, поэтому $P_y = P$ и $g_y = g$. Если ускорение $\vec{a}$ направлено вниз (см. рис. 3.43, *а*), то $a_y = a$, и равенство (3) примет следующий вид:

$$\boldsymbol{P = m(g - a).} \qquad (4)$$

Из формулы (4) следует, что лишь при $a = 0$ вес тела равен по модулю силе тяжести. При $a \neq 0$ модуль веса тела отличается от модуля силы тяжести. При движении лифта с ускорением, направленным вниз (например, в начале спуска лифта или в процессе его остановки при движении вверх) и по модулю меньшим ускорения свободного падения ($a < g$), *вес тела меньше силы тяжести*.

Следовательно, в этом случае вес тела меньше веса того же тела, находящегося на покоящейся или равномерно движущейся опоре (подвесе). По этой же причине модуль веса тела на экваторе меньше, чем на полюсах Земли, так как вследствие суточного вращения Земли тело на экваторе движется с центростремительным ускорением.

Рис. 3.44

НЕВЕСОМОСТЬ. При свободном падении лифта $\vec{a} = \vec{g}$ и $P = m(g - g) = 0$. Это означает, что наступило состояние *невесомости*. Тела не давят на опоры, и на них не действуют силы реакций опор. Следовательно, и тело, и опора не деформированы. При этом создаётся впечатление исчезновения притяжения к Земле. Но на самом деле Земля притягивает и тело, и опору, сообщая им одинаковое ускорение свободного падения $\vec{g}$. По этой причине тело не давит на опору.

Любое тело находится в состоянии невесомости, если на него действуют только силы тяготения. В таких условиях находятся свободно падающие тела, например тела в космическом корабле (рис. 3.44). Ведь и космический корабль, и тела в нём тоже находятся в состоянии длительного свободного падения. Впрочем, в состоянии невесомости, хотя и непродолжительно, находится каждый из вас, спрыгивая со стула на пол или подпрыгивая вверх.

ПЕРЕГРУЗКИ. Рассмотрим, что произойдёт, если лифт движется с ускорением $\vec{a}$, направленным вертикально вверх (см. рис. 3.43, *б*). В данном случае для модуля веса тела в лифте можно записать следующее выражение:

$$\boldsymbol{P = m(g + a).}$$

Вес тела в лифте, движущемся с ускорением, направленным вертикально вверх, *больше веса покоящегося тела*.

Увеличение веса тела, вызванное его ускоренным движением, называют перегрузкой.

Её можно оценить, найдя отношение модуля веса ускоренно движущегося тела к модулю действующей на него силы тяжести:

$$k = \frac{m(g + a)}{mg} = 1 + \frac{a}{g}. \quad (5)$$

Рис. 3.45

Например, аттракцион Big Shot («Большой выстрел») за несколько секунд поднимает человека на высоту 329 м (рис. 3.45). При этом перегрузка составляет $4g$*. Тренированный человек способен кратковременно выдерживать примерно шестикратную перегрузку. Следовательно, ускорение космического корабля, согласно формуле (5), не должно превышать $5g$.

1. Какую силу называют весом тела? **2.** Как соотносятся между собой модуль веса тела и модуль силы тяжести, действующей на тело в случае, если: а) тело и опора неподвижны или движутся без ускорения; б) опора (или подвес) совершает ускоренное движение? **3.** Что называют: а) невесомостью; б) перегрузкой?

1. Можно ли на искусственном спутнике Земли определить массу тела с помощью рычажных весов и гирь?
2. Человек с гирей массой 16 кг в руках прыгает со стула. Сколько весит гиря во время падения?
3. На каком этапе движения космического корабля (подъём, движение по орбите, спуск) космонавт ощущает состояние невесомости?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Лифт равноускоренно опускается и за первые 10 с проходит путь, равный 10 м. На сколько уменьшится вес пассажира массой 70 кг, находящегося в этом лифте? За какое время лифт пройдёт эти же первые 10 м пути, если будет двигаться так, что пассажир будет находиться в состоянии невесомости?

Дано:
$v_0 = 0$
$s = 10$ м
$t_1 = 10$ с
$m = 70$ кг
$g = 9{,}8$ м/с^2

ΔP — ?
t_2 — ?

Решение:

Рассмотрим движение лифта с пассажиром (рис. 3.46).

Модуль веса тела в неподвижном лифте:

$$P_0 = mg.$$

Запишем второй закон Ньютона для пассажира, движущегося с ускорением вниз:

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Рис. 3.46

* Часто перегрузку указывают в единицах ускорения свободного падения g. Перегрузка в $1g$ численно равна весу тела, покоящемуся в поле тяжести Земли. Перегрузку в $0g$ испытывает тело, находящееся в состоянии невесомости.

В проекции на координатную ось OY уравнение движения примет вид:

$$mg - N = ma,$$

откуда

$$N = mg - ma.$$

Найдём ускорение лифта с помощью кинематического уравнения:

$$s = \frac{at_1^2}{2} \text{ (так как } v_0 = 0) \Rightarrow a = \frac{2s}{t_1^2}.$$

По третьему закону Ньютона:

$$|\vec{N}| = |\vec{P}| \Rightarrow P = mg - ma = m(g - a).$$

Найдём изменение веса пассажира:

$$\Delta P = P_0 - P = mg - m(g - a) = ma = m\frac{2s}{t_1^2}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$\Delta P = 70 \cdot \frac{2 \cdot 10}{10^2} \text{ Н} = 14 \text{ Н}.$$

В случае невесомости $P = 0 \Rightarrow a = g$.

При этом лифт должен двигаться с ускорением g, направленным вниз. Определим время t_2, за которое лифт пройдёт первые 10 м пути на основе кинематического уравнения:

$$s = \frac{gt_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2s}{g}};$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{9{,}8}} \text{ с} \approx 1{,}43 \text{ с}.$$

Ответ: $\Delta P = 14$ Н, $t_2 \approx 1{,}43$ с.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Девушка массой 50 кг стоит на платформе. Чему равен вес девушки, если платформа движется: а) равномерно; б) с ускорением 2 м/с^2, направленным вверх; в) с ускорением 2 м/с^2, направленным вниз?
2. Груз массой 150 кг лежит на дне кабины лифта. Определите модуль и направление ускорения лифта, если груз давит на дно кабины с силой, равной: а) 1800 Н; б) 1200 Н.

§ 20 СИЛА ТРЕНИЯ

ПРИРОДА СИЛ ТРЕНИЯ. Ещё один тип сил, с которыми встречаются в механике, — это *силы трения*. Причина, по которой книга не соскальзывает со слегка наклонного стола, — шероховатость поверхности стола и об-ложки книги. Эта шероховатость заметна на ощупь, а под микроскопом видно, что поверхность твёрдого стола более всего напоминает горную страну. Бесчисленные выступы цепляются друг за друга, деформируются и не дают книге или грузу скользить.

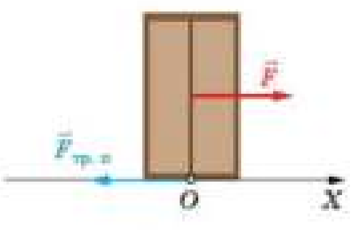
При скольжении гладких брусков рвутся молекулярные связи между молекулами на поверхности брусков, подобно тому, как у шероховатых поверхностей разрушаются связи в самих бугорках. Разрыв молекулярных связей — это то, чем отличаются силы трения от сил упругости, при возникновении которых таких разрывов не происходит.

Итак, силы трения, как и силы упругости, имеют электромагнитную природу, т. е. в основе сил трения лежат электрические силы взаимодействия молекул. Главная особенность сил трения, отличающая их от гравитационных сил и сил упругости, состоит в том, что они *зависят от скорости движения тел относительно друг друга*.

Трение возможно между поверхностью твёрдого тела и окружающей его жидкостью или газообразной средой, в которой оно движется. В этом случае трение называют *жидким* (или *вязким*). В отличие от жидкого трения, *сухое трение* существует между поверхностями двух соприкасающихся твёрдых тел, когда между ними нет жидкой или газообразной смазки.

ТРЕНИЕ ПОКОЯ. Допустим, что вам нужно передвинуть шкаф. Вы действуете на него с силой, направленной горизонтально, но шкаф не сдвигается с места. Это возможно только в том случае, когда приложенная к шкафу сила компенсируется (уравновешивается) какой-то другой силой. Эта сила, равная по модулю приложенной вами силе $\vec{F}$ и направленная противоположно ей, называется *силой трения покоя* $\vec{F}_{тр.п}$ (рис. 3.47, *а*).

Сила трения покоя равна по модулю и направлена противоположно силе, приложенной к телу параллельно поверхности соприкосновения его с другим телом.



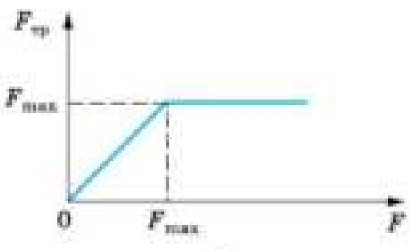


Рис. 3.47

Если параллельно этой поверхности не действуют никакие силы, то сила трения покоя равна нулю. Увеличивая силу, действующую на шкаф, вы в конце концов сдвинете его с места. Следовательно, сила трения покоя может изменяться от нуля до некоторого максимального значения (рис. 3.47, *б*).

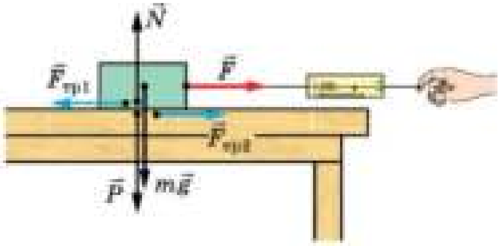


Рис. 3.48

Максимальное значение силы трения, при котором скольжение ещё не наступает, называют *максимальной силой трения покоя*. Если действующая на покоящееся тело сила хотя бы немного превышает максимальную силу трения покоя, то тело начинает скользить.

Выясним, от чего зависит максимальная сила трения покоя. Положим на стол тяжёлый деревянный брусок и начнём тянуть его с помощью динамометра в горизонтальном направлении (рис. 3.48). Будем фиксировать показания динамометра в тот момент, когда брусок начинает трогаться с места. Они соответствуют модулю максимальной силы трения покоя. После этого будем нагружать брусок гирями, увеличивая модуль веса бруска, следовательно, и модуль силы реакции опоры, в 2, 3 и т. д. раз. При этом модуль максимальной силы трения покоя F_{max} тоже увеличивается в 2, 3 и т. д. раза.

Проведённый опыт (как и множество других подобных опытов) позволяет сделать вывод о том, что *максимальное значение модуля силы трения покоя прямо пропорционально модулю силы реакции опоры*.

$$F_{max} = \mu N. \tag{1}$$

В формуле (1) μ — коэффициент пропорциональности, называемый *коэффициентом трения покоя*[*]. Он зависит от материала, из которого изготовлены соприкасающиеся тела, качества обработки их поверхностей, но, как показывает опыт, не зависит от площади их соприкосновения.

Почему сила трения покоя может изменяться от нуля до максимального значения, равного μN? При действии на тело некоторой силы оно слегка (незаметно для глаза) смещается. Это смещение продолжается до тех пор, пока микроскопические шероховатости поверхностей не располо-

[*] Соотношение (1) часто называют *законом сухого трения*.

жатся так, что, зацепляясь друг за друга, они приведут к появлению силы трения $\vec{F}_{тр}$, уравновешивающей силу $\vec{F}$.

При увеличении силы $\vec{F}$ тело немного сдвинется так, что мельчайшие неровности поверхностей по-иному будут цепляться друг за друга и сила трения возрастёт. Лишь при $F > F_{max}$ ни при каком расположении поверхностей по отношению друг к другу сила трения не в состоянии уравновесить силу $\vec{F}$, и начинается скольжение.

ТРЕНИЕ СКОЛЬЖЕНИЯ. Когда тело скользит по поверхности другого тела, на него действует *сила трения скольжения*. В этом можно убедиться на опыте. Прикреплённый к бруску динамометр при равномерном движении бруска по горизонтальной поверхности (рис. 3.49) показывает, что на брусок со стороны пружины динамометра действует постоянная сила упругости $\vec{F}$. Согласно второму закону Ньютона, при равномерном движении бруска ($\vec{a} = 0$) равнодействующая всех сил, приложенных к нему, равна нулю.

Следовательно, кроме силы упругости (сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$ уравновешиваются) во время равномерного движения на брусок действует сила, равная по модулю силе упругости, но направленная противоположно ей. Это сила трения скольжения $\vec{F}_{тр.ск}$.

Сила трения скольжения, как и максимальная сила трения покоя, зависит от силы реакции опоры, от материала соприкасающихся тел и качества обработки их поверхностей, а также от относительной скорости движения тел.

Во-первых, сила трения скольжения всегда направлена противоположно относительной скорости соприкасающихся тел. Это можно пояснить с помощью рисунка 3.50, на котором изображены два соприкасающихся тела. Тело *1* движется относительно тела *2* со скоростью $\vec{v}_{1,2}$, направленной вправо. К телу *1* приложена сила трения скольжения $\vec{F}_{тр1}$, направленная влево. Тело *2* движется относительно тела *1* влево со скоро-

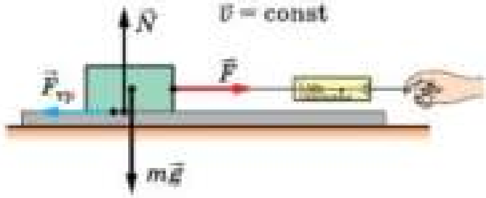


Рис. 3.49

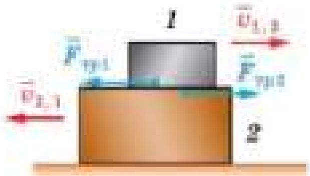


Рис. 3.50

стью $\vec{v}_{2,1}$, а приложенная к нему сила трения скольжения $\vec{F}_{тр2}$ направлена вправо.

Во-вторых, модуль силы трения скольжения $F_{тр.\,ск}$ зависит от модуля относительной скорости v соприкасающихся тел. При малых относительных скоростях движения тел сила трения скольжения мало отличается от максимальной силы трения покоя F_{max}. Поэтому приближённо можно считать её постоянной и равной по модулю силе трения покоя*:

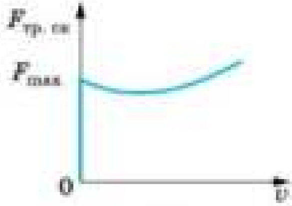


Рис. 3.51

$$F_{тр.\,ск} \approx F_{max} = \mu N.$$

Однако с увеличением относительной скорости сила трения скольжения увеличивается и может превысить F_{max}. Примерный график зависимости силы трения скольжения $F_{тр.\,ск}$ от модуля относительной скорости v приведён на рисунке 3.51.

Отметим, что модуль силы трения скольжения $F_{тр.\,ск}$ обычно меньше модуля силы реакции опоры N. Поэтому коэффициент трения скольжения меньше единицы. По этой причине любое тело легче перемещать волоком, чем поднимать или переносить**.

РОЛЬ СИЛ ТРЕНИЯ. Роль сил трения не сводится только к тому, чтобы тормозить движение тел. В ряде важных случаев движение не могло бы возникнуть без действия сил трения. Это можно проиллюстрировать на примере движущегося автомобиля (рис. 3.52). Сила трения $\vec{F}_2$, действующая со стороны земли на ведомые колёса, и сила сопротивления воздуха $\vec{F}_3$ направлены в сторону, противопо-

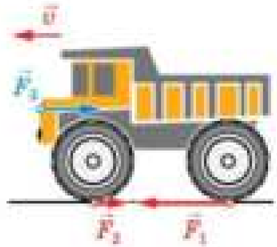


Рис. 3.52

* При движении автомобиля сила трения скольжения заметно меньше силы трения покоя. Поэтому замедление при вращении колёс автомобиля со скоростью, соответствующей скорости его движения, будет эффективнее, чем замедление при проскальзывании колёс относительно дорожного полотна. На этом явлении основана работа антиблокировочной системы, позволяющей предотвратить блокировку колёс автомобиля при торможении, существенно уменьшить его тормозной путь и стабилизировать траекторию движения.

** Существует ещё один вид сил трения — *силы трения качения*. Они препятствуют движению тела в том случае, когда оно не скользит по поверхности другого тела, а, подобно шарику или цилиндру, катится. Причина возникновения силы трения качения — деформация катка и опорной поверхности. В большинстве случаев сила трения качения значительно меньше силы трения скольжения, и поэтому качение является распространённым видом движения в технике.

ложную движению автомобиля, и, следовательно, могут его затормозить. Единственной внешней силой, способной увеличить скорость движения автомобиля, является сила трения покоя $\vec{F}_1$, действующая на ведущие колёса. Не будь этой силы, автомобиль буксовал бы на месте, несмотря на вращение ведущих колёс.

Рис. 3.53

1. Как возникают силы трения? 2. Какие виды сил трения вам известны? Приведите примеры. 3. Какую силу называют: а) силой трения покоя; б) силой трения скольжения? 4. От чего зависит максимальная сила трения покоя? 5. Что характеризует коэффициент трения покоя?

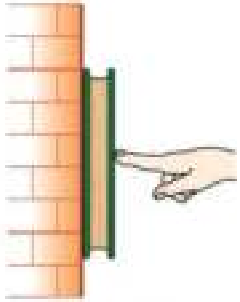


Рис. 3.54

1. Колесо автомобиля буксует (рис. 3.53). Куда направлена сила трения скольжения между колёсами и дорогой относительно: а) колеса; б) дороги? Куда направлена сила упругости опоры (дороги)?
2. Книга прижата к стене (рис. 3.54). Изобразите силы тяжести и трения покоя, действующие на книгу.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

По наклонной плоскости спускают брусок на канате. Масса бруска равна 5 кг. В конце пути брусок тормозит, придерживая канат. Найдите силу натяжения каната при торможении бруска, если его скорость перед торможением равна 2 м/с, а время торможения составляет 5 с. Коэффициент трения бруска о поверхность горы равен 0,2, наклонная плоскость образует с горизонтом угол 30°.

Дано:
$m = 5$ кг
$\upsilon_0 = 2$ м/с
$t = 5$ с
$\mu = 0{,}2$
$\alpha = 30°$
$g = 9{,}8$ м/с^2

T — ?

Решение:
На рисунке 3.55 изображены силы, действующие на брусок.

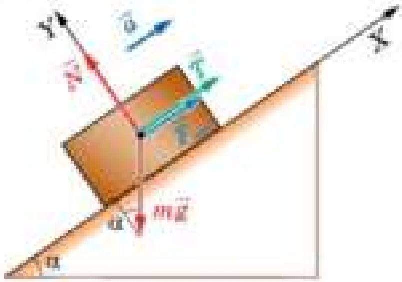


Рис. 3.55

Запишем уравнение движения для рассматриваемого случая:

$$\vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}.$$

Спроецируем это уравнение на оси X и Y.

$$\begin{array}{l} X: \\ Y: \end{array} \begin{cases} -mg\sin\alpha + T + F_{тр} = ma, \\ N - mg\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

Запишем необходимые формулы: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0}{t}$, $F_{тр} = \mu N$.

Отсюда модуль силы натяжения каната:

$$T = \frac{mv_0}{t} + mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).$$

С учётом числовых данных получим:

$$T = \left[\frac{5 \cdot 2}{5} + 5 \cdot 9{,}8 \cdot (\sin 30^\circ - 0{,}2 \cdot \cos 30^\circ)\right] \text{Н} \approx 18\ \text{Н}.$$

Ответ: $T \approx 18$ Н.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Тело лежит на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол, равный 30°. При каком предельном коэффициенте трения покоя тела о поверхность оно может начать скользить по наклонной плоскости?

2. Брусок массой 0,5 кг лежит на горизонтальной плоскости. На него действует сила $\vec{F}$ в горизонтальном направлении. Определите модуль силы трения, действующей на брусок, если: а) $F = 0{,}5$ Н; б) $F = 1$ Н; в) $F = 2$ Н. Коэффициент трения скольжения бруска о плоскость равен 0,2.

3. Два тела массами 5 кг и 2 кг, связанные между собой невесомой и нерастяжимой нитью, движутся по горизонтальной плоскости под действием силы, равной 40 Н. Сила приложена к телу массой 5 кг и направлена под углом 30° к горизонту. Определите модули ускорений тел и модуль силы натяжения нити. Коэффициент трения скольжения тел о поверхность равен 0,2.

4. К вертикальной стене прижали доску с силой, равной 250 Н. Найдите наибольшую массу доски, которая не будет скользить по стене вниз, если коэффициент трения скольжения доски о стену равен 0,2.

5. Стальной магнит массой 50 г прилип к вертикальной стальной плите. Для равномерного скольжения магнита вниз прикладывают силу, модуль которой равен 1,5 Н. С какой силой магнит прижимается к плите? Какую силу необходимо приложить, чтобы перемещать магнит вертикально вверх, если коэффициент трения скольжения магнита о плиту равен 0,2?

§ 21 СИЛА СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ ТЕЛ В ЖИДКОСТЯХ И ГАЗАХ

СИЛА СОПРОТИВЛЕНИЯ. При движении твёрдого тела в жидкости или газе или при движении одного слоя жидкости (газа) относительно другого возникает сила, тормозящая движение, — *сила вязкого трения*, или *сила сопротивления*. Она направлена параллельно поверхности соприкосновения твёрдого тела с жидкостью (газом) в сторону, противоположную скорости тела относительно среды, и тормозит его движение. Сила сопротивления обычно значительно меньше силы сухого трения. Именно поэтому для уменьшения сил трения между движущимися деталями машин применяют смазку.

Особенность силы сопротивления состоит в том, что она появляется только при относительном движении тела и окружающей среды. Сила трения покоя в жидкостях и газах полностью отсутствует. Это приводит к тому, что усилием рук можно сдвинуть тяжёлое тело, например баржу.

Сила сопротивления зависит от размеров, формы и состояния поверхности тела, свойств (вязкости) среды (жидкости или газа), в которой движется тело, и, наконец, от относительной скорости движения тела и среды. Для того чтобы уменьшить силу сопротивления среды, телу придают обтекаемую форму. Наиболее выгодна в этом отношении сигарообразная форма (рис. 3.56, *а*), близкая к форме падающей капли дождя или рыбы.

Влияние формы тела на силу сопротивления наглядно показано на рисунке 3.56, *б*. Модуль силы сопротивления цилиндра обозначим через F_0. Конусообразная насадка к цилиндру уменьшает силу сопротивления от $\frac{1}{2}$ до $\frac{1}{4}F_0$ в зависимости от размера угла при вершине конуса. Сглаженная насадка доводит силу сопротивления до $\frac{1}{5}F_0$. Наконец, если придать телу

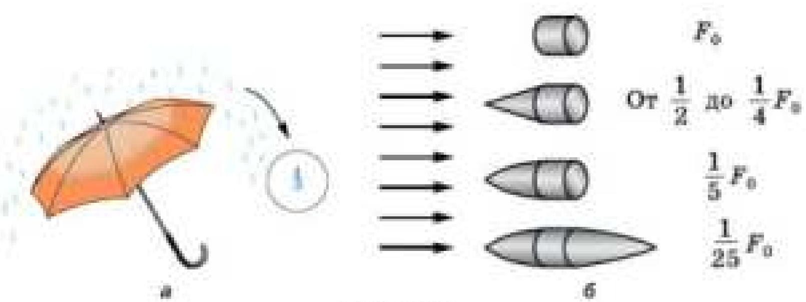


Рис. 3.56

сигарообразную форму, то при том же поперечном сечении сила сопротивления уменьшается до $\frac{1}{25}F_0$.

По этой причине фюзеляж самолёта имеет обтекаемую сигарообразную форму, при которой сопротивление воздуха мало. Наоборот, парашютист должен достигать поверхности Земли с небольшой скоростью. В этом случае необходимо, чтобы воздух оказывал значительное сопротивление движению парашюта. Этого можно добиться, если парашюту придать форму полусферы (рис. 3.57).

Рис. 3.57

Примерный характер зависимости модуля силы сопротивления среды F_c от модуля относительной скорости v тела приведён на рисунке 3.58. Если тело неподвижно относительно вязкой среды (относительная скорость равна нулю), то сила сопротивления равна нулю. С увеличением относительной скорости сила сопротивления растёт медленно, а затем всё быстрее. При малых скоростях движения в жидкости (газе) модуль силы сопротивления среды можно считать приближённо прямо пропорциональным модулю скорости движения тела относительно среды:

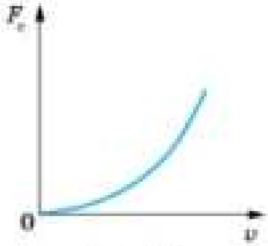


Рис. 3.58

$$F_c = k_1 v, \tag{1}$$

где k_1 — коэффициент сопротивления, зависящий от формы, размеров, состояния поверхности тела и свойств среды (её вязкости).

Коэффициент k_1 в СИ выражается в Н · с/м = кг/с.

При больших скоростях относительного движения модуль силы сопротивления среды пропорционален квадрату скорости тела относительно среды:

$$F_c = k_2 v^2, \tag{2}$$

где k_2 — коэффициент сопротивления, который в СИ выражается в Н · с²/м² = кг/м.

При этом k_2 не равен k_1. Какую именно формулу — (1) или (2) — следует применять в конкретном случае, устанавливают опытным путём.

УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ В ВЯЗКОЙ СРЕДЕ. Благодаря тому, что сила сопротивления растёт с увеличением скорости, любое тело в вязкой среде при действии на него какой-либо постоянной силы, например силы тяжести, в конце концов, начинает двигаться равномерно. Модуль этой постоявной скорости зависит от модуля постоянной силы, действующей на тело, и от того, как быстро сила сопротивления растёт с увеличением скорости (т. е. от коэффициента сопротивления). Так, при падении шарика в вязкой жидкости (например, глицерине) уже при малых скоростях сила сопротивления достигает заметного значения. Модуль этой силы можно считать прямо пропорциональным модулю скорости. С учётом этого запишем уравнение движения шарика:

$$ma = F - k_1 v,$$

где F — модуль постоянной силы, равной векторной сумме силы тяжести $m\vec{g}$ и архимедовой силы $\vec{F}_А$.

В самом начале движения сила сопротивления незначительна (скорость мала), и ускорение a почти равно по модулю g, если архимедова сила невелика. В дальнейшем скорость движения увеличивается, и с ней вместе растёт сила сопротивления. Наконец, при

$$F = k_1 v_у$$

ускорение тела обращается в нуль, и, начиная с этого момента, тело будет двигаться с постоянной скоростью, модуль которой равен

$$v_у = \frac{F}{k_1}.$$

Чем тяжелее тело при прочих равных условиях, тем больше модуль установившейся скорости.

В воздухе тяжёлые тела падают с большей установившейся скоростью, чем лёгкие тела. Соответственно они должны пролетать большее расстояние, прежде чем их скорость станет постоянной. Так, капли дождя имеют установившуюся скорость порядка нескольких метров в секунду, а авиационная бомба — несколько сотен метров в секунду. Такая большая скорость достигается лишь при падении с высоты, равной 5—6 км.

1. В каких случаях возникает сила сопротивления среды? Приведите примеры. **2.** Как можно уменьшить силу сопротивления среды? **3.** Как зависит модуль силы сопротивления среды от модуля скорости тела относительно среды? **4.** Проанализируйте график, показанный на рисунке 3.58. **5.** Почему любое тело в вязкой среде при действии на него какой-либо постоянной силы, например силы тяжести, в конце концов, начинает двигаться равномерно?

1. Почему пловцы, бросаясь в воду, выставляют вперёд сложенные вместе руки?
2. Почему крылышки анемометра (в метеорологии этот прибор используют для измерения скорости ветра) сделаны в виде полусфер, а не в виде плоских лопаток (рис. 3.59)?

Рис. 3.59

УПРАЖНЕНИЯ

1. Какую массу балласта необходимо сбросить с равномерно опускающегося аэростата, чтобы он начал равномерно подниматься с той же по модулю скоростью? Масса аэростата с балластом равна 1200 кг. Модуль архимедовой силы, действующей на аэростат, равен 8000 Н.

2. Парашют сконструирован таким образом, чтобы модуль скорости приземления женщины массой 50 кг составлял 6,5 м/с. С какой по модулю скоростью приземлится мужчина массой 100 кг, если по ошибке воспользуется этим парашютом?

3. При скоростном спуске лыжник шёл по склону с углом наклона 45° к горизонту, не отталкиваясь палками. Коэффициент трения скольжения лыж о снег равен 0,1. Модуль силы сопротивления воздуха пропорционален квадрату скорости $F_c = k_2 v^2$, где $k_2 = 0{,}7$ кг/м. Какую максимальную по модулю скорость смог развить лыжник, если его масса равна 90 кг?

4. Коэффициент трения колёс велосипеда о дорогу равен 0,1. При этом модуль максимальной скорости велосипедиста составляет 10 м/с. Модуль силы сопротивления воздуха, действующей на велосипедиста, пропорционален квадрату его скорости. Оцените величину коэффициента сопротивления. Масса велосипедиста вместе с велосипедом составляет 100 кг.

Это любопытно...

Из истории развития физики и техники

Считается, что идея создания парашюта принадлежит Леонардо да Винчи. Он же исследовал механизм полёта птицы и впервые спроектировал летательный аппарат. В 1483 г. Леонардо да Винчи нарисовал эскиз пирамидального парашюта (рис. 3.60) и описал его следующим образом. «Если сделать из полотна шатёр шириной 12 локтей (6 метров) и глубиной 12 локтей, законопатить в нём все щели, то любой человек сможет броситься с любой высоты с ним вниз, не причинив себе вреда». Кстати говоря, современные парашюты имеют почти такие размеры, как предсказывал Леонардо да Винчи.

Используя эскизы Леонардо, хорватский учёный Фауст Вранчич (1551—1617) собрал свою модель парашюта. В 1597 г. он прыгнул с колокольной башни высотой 87 м и успешно приземлился на рыночную площадь в Братиславе. Именно Вранчич считается первым человеком, успешно испытавшим парашют.

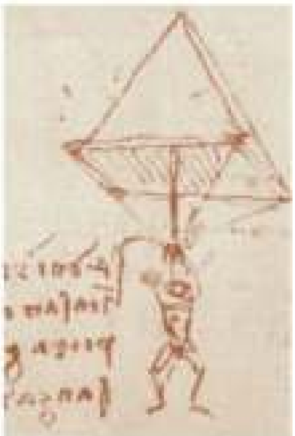


Рис. 3.60

26 декабря 1783 г. французский физик, изобретатель и пионер в области прыжков с парашютом Луи-Себастьян Ленорман (1757—1837) прыгнул с башни в Монпелье на сконструированном им парашюте. Он представлял собой деревянную раму, обтянутую льняной прорезиненной тканью. Ленорману приписывают и введение самого термина «парашют».

2 марта 1784 г. в Париже французский изобретатель, пионер авиации и воздухоплаватель Жан-Пьер Франсуа Бланшар (1753—1809) совершил первый успешный полёт на заполненном водородом воздушном шаре. Он предложил использовать для парашютов шёлковую ткань и выдвинул идею использования парашютов для прыжков с воздушного шара. Свою идею Бланшар осуществил в 1793 г., когда его воздушный шар потерпел аварию. Первый человек, который добровольно прыгнул с воздушного шара, был французский аэронавт Андре-Жак Гарнерен (1769—1823). Это случилось 22 октября 1797 г. Его прыжок с высоты 400 м над парижским парком Монсо стал первым парашютным прыжком в Европе.

§ 22 ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ ПО ОКРУЖНОСТИ

ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПО ОКРУЖНОСТИ. Рассмотрим тело (материальную точку), движущееся по окружности радиусом R с постоянной скоростью $\vec{v}$. При таком движении модуль скорости остаётся постоянным, но направление скорости изменяется с течением времени. Скорость тела в любой момент времени можно считать мгновенной скоростью, и она направлена по касательной к окружности (рис. 3.61). В § 11 было доказано, что при подобном движении тело имеет нормальное (центростремительное) ускорение $\vec{a}_n$, которое направлено перпендикулярно мгновенной скорости тела к центру O окружности.

В этом случае модуль нормального ускорения a тела можно рассчитать по формуле:

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

Рис. 3.61

По второму закону Ньютона при равномерном движении по окружности равнодействующая сил, действующих на тело, равна $m\vec{a}_n$. Эта сила также направлена к центру O окружности.

При решении задач о движении тела по окружности рекомендуется за начало отсчёта ИСО принять его положение в данный момент времени и направить координатную ось X к центру окружности (т. е. сонаправлено с нормальным ускорением).

Рассмотрим несколько примеров вращательного движения тела под действием равнодействующей сил, направленной к центру окружности.

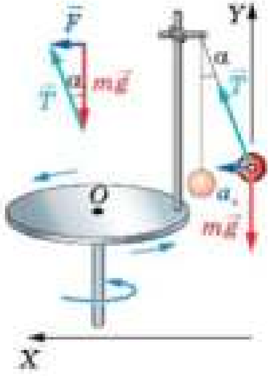


Рис. 3.62

ОТВЕС НА ВРАЩАЮЩЕМСЯ СТОЛИКЕ. На рисунке 3.62 изображён отвес, установленный на вращающемся столике. Если столик неподвижен, то сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила тяжести $m\vec{g}$ направлены по одной прямой и, согласно второму закону Ньютона, равны друг другу по модулю, так как ускорение шарика равно нулю.

При вращении столика отвес отклоняется от вертикали. При этом силы $\vec{T}$ и $m\vec{g}$, действующие на шарик, уже не равны друг другу и направлены под углом друг к другу. Модуль равнодействующей этих сил зависит от угла α, на который отклонился подвес. При данном угле отклонения шарик будет двигаться по окружности с нормальным ускорением.

Модуль равнодействующей сил будет равен

$$F = \frac{mv^2}{R},$$

где R — расстояние между центром шарика и осью вращения.

Используя рисунок 3.62, можно найти зависимость между углом отклонения отвеса α, угловой скоростью ω и радиусом окружности R:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{F}{mg} = \frac{\omega^2 R}{g}.$$

Из формулы видно, что угол отклонения отвеса увеличивается при увеличении угловой скорости.

ДВИЖЕНИЕ ПОЕЗДА НА ЗАКРУГЛЕНИИ ПУТИ. При движении поезда на закруглении пути (рис. 3.63) наклон создаётся благодаря особому устройству пути. Наружный рельс приподнимается относительно внутреннего рельса, т. е. рельсы на закруглении наклонены к центру окружности. В этом случае на вагон действуют две силы: силы тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$, равнодействующая которых направлена к центру окружности и создаёт нормальное ускорение. Понятно, что наклон железнодорожного пути должен быть рассчитан на определённую скорость движения поезда. Значительное её превышение вызовет сильное боковое давление на рельс, что может привести к крушению поезда.

Рис. 3.63

1. Чему равна равнодействующая сил, действующих на тело при его равномерном движении по окружности? Куда направлена эта сила? **2.** Приведите примеры вращательного движения тела под действием равнодействующей силы, направленной к центру окружности. **3.** Как изменяется угол отклонения отвеса на вращающемся столике при увеличении угловой скорости? **4.** Почему наклон железнодорожного пути должен быть рассчитан на определённую скорость движения поезда?

1. Представьте себе фигуру высшего пилотажа — «мёртвую петлю» (петлю Нестерова). В каких точках траектории лётчик должен испытывать наибольшие перегрузки, а в каких точках — наименьшие? **2.** Возможна ли ситуация, при которой автомобиль, равномерно движущийся по выпуклому мосту, не оказывает на него никакой нагрузки? При какой скорости возможно проехать по разрушенному в середине мосту?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Лётчик давит на сиденье самолёта в нижней точке «мёртвой петли» с силой, равной 7100 Н. Чему равна скорость самолёта в этой точке петли? Масса лётчика равна 80 кг, радиус петли составляет 250 м.

Дано:
$P = 7100$ Н
$m = 80$ кг
$R = 250$ м

v — ?

Решение:
На рисунке 3.64 изображены силы, действующие на лётчика.
По второму закону Ньютона:

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

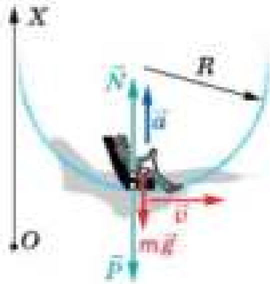


Рис. 3.64

Запишем это уравнение в проекции на ось OX:

$$ma = N - mg \Rightarrow N = ma + mg.$$

При этом $a = \frac{v^2}{R}$.

Лётчик давит на сиденье в нижней точке «мёртвой петли» с силой $\vec{P}$. Используя третий закон Ньютона, можно записать:

$$|\vec{N}| = |\vec{P}|.$$

Таким образом,

$$P = \frac{mv^2}{R} + mg \Rightarrow v = \sqrt{\frac{(P - mg)R}{m}}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$v = \sqrt{\frac{(7100 - 80 \cdot 9{,}8) \cdot 250}{80}} \text{ м/с} \approx 140 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v \approx 140$ м/с.

УПРАЖНЕНИЯ

1. На сколько уменьшится вес автомобиля в высшей точке выпуклого моста, если радиус кривизны моста равен 100 м, масса автомобиля равна 2000 кг, а скорость его движения составляет 60 км/ч?
2. Самолёт делает в вертикальной плоскости «мёртвую петлю» радиусом 400 м. Чему равна скорость движения самолёта, если модуль силы давления лётчика в нижней точке в 5 раз больше, чем в верхней точке петли?
3. Поезд движется равномерно со скоростью 20 м/с по закруглению радиусом 200 м. В его вагоне производится взвешивание груза с помощью очень точного динамометра, подвешенного к потолку вагона. Масса груза равна 5 кг. Определите результат взвешивания.
4. Определите наименьший радиус дуги поворота автомашины, движущейся по горизонтальной дороге со скоростью, равной 36 км/ч. Коэффициент трения скольжения колёс о дорогу равен 0,25.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

1. Легкоподвижная тележка находится на горизонтальной поверхности стола. Сконструируйте устройство, позволяющее приводить тележку в движение с заранее заданным ускорением. Может ли эта тележка двигаться равномерно? Сделайте необходимые расчёты.
2. Выполните проектную работу на тему «Изучение силы сопротивления воздуха» на примере падения фильтров для варки кофе со штатива.

Примерные темы рефератов и проектов

1. Движение искусственных спутников Земли: основные принципы движения, особенности вывода на орбиту.
2. Перегрузки и невесомость в технике и в окружающей жизни.
3. Устройство, физические основы раскрытия и полёта парашюта.
4. Из истории развития трековых гонок на велосипедах и мотоциклах. Расчёт угла наклона трека для гонок.
5. Физика фигур высшего пилотажа.

Глава 4
ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Какую бы систему взаимодействующих тел мы ни рассматривали (Солнечная система или сталкивающиеся бильярдные шары), у тел этой системы с течением времени непрерывно изменяются координаты и скорости в ИСО. При этом в системе тел, на которую не действуют внешние силы (такую систему называют *замкнутой*), имеется ряд величин, зависящих от координат и скоростей (но не ускорений) всех тел системы, которые при движении тел не изменяются со временем. К таким сохраняющимся величинам относятся импульс, механическая энергия и момент импульса. Они подчиняются соответствующим законам сохранения. В данной главе мы рассмотрим закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии.

Законы сохранения в механике позволяют без рассмотрения действующих на тела сил и без изучения движения тел системы решать ряд практически важных задач. Кроме того, открытые в механике законы сохранения импульса, энергии и момента импульса широко используются и в других разделах физики.

§ 23 ИМПУЛЬС МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ. ДРУГАЯ ФОРМУЛИРОВКА ВТОРОГО ЗАКОНА НЬЮТОНА

ИМПУЛЬС МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ. Второй закон Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}$ можно записать в иной форме, которая была приведена самим Ньютоном в книге «Математические начала натуральной философии». Если на тело (материальную точку) действует постоянная сила, то в этом случае постоянным является и ускорение $\vec{a}$:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t},$$

где $\vec{v}_1$ — начальная скорость; $\vec{v}_2$ — конечная скорость движения тела.

Подставив это выражение во второй закон Ньютона, получим:

$$\frac{m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{\Delta t} = \vec{F},$$

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\Delta t. \qquad (1)$$

В уравнении (1) появляется новая физическая величина — *импульс материальной точки*.

Импульсом материальной точки называют физическую величину, равную произведению массы точки на её скорость.

Обозначим импульс буквой $\vec{p}$. Тогда

$$\vec{p} = m\vec{v}. \qquad (2)$$

Рис. 4.1

Из формулы (2) видно, что импульс — векторная величина. Так как $m > 0$, то импульс имеет то же направление, что и скорость (рис. 4.1). Единицей импульса в СИ является *килограмм-метр в секунду* (кг · м/с).

ВТОРОЙ ЗАКОН ДИНАМИКИ В ФОРМУЛИРОВКЕ НЬЮТОНА. Обозначим через $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1$ — импульс материальной точки в начальный момент промежутка времени Δt, а через $\vec{p}_2 = m\vec{v}_2$ — её импульс в конечный момент этого промежутка. Тогда величина $\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta\vec{p}$ будет представлять собой изменение импульса за время Δt.

С учётом этого уравнение (1) можно записать в следующем виде:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t. \qquad (3)$$

В силу того, что $\Delta t > 0$, направления векторов $\Delta\vec{p}$ и $\vec{F}$ совпадают.

Изменение импульса материальной точки пропорционально приложенной к ней силе и имеет такое же направление, как и сила.

Именно так был впервые сформулирован второй закон Ньютона.

Произведение силы на время её действия иногда называют *импульсом силы*. При этом не следует путать импульс $m\vec{v}$ материальной точки и импульс силы $\vec{F}\Delta t$. Это разные понятия. Единица импульса силы в СИ — *ньютон-секунда* (Н · с).

Из уравнения (3) следует, что одинаковые изменения импульса тела могут быть получены в результате действия большой (по величине) силы в течение малого промежутка времени или малой (по величине) силы за большой промежуток времени. Например, для безопасного прыжка спортсмена с высоты важно, чтобы остановка его движения при соприкосновении с Землёй (или полом) происходила постепенно, за больший интервал времени. Чем больше продолжительность столкновения спортсмена с опорой, тем меньше по модулю тормозящая сила. Вот почему при прыжках в высоту спортсмены приземляются на мягкие маты. Прогибаясь, они постепенно тормозят спортсмена.

Приведённая формулировка второго закона Ньютона справедлива не только для случая действия постоянной силы, но и для переменной силы, т. е. изменяющейся с течением времени. Для этого весь промежуток времени Δt действия силы необходимо разделить на столь малые интервалы Δt_i, чтобы на каждом из них значение силы можно было считать постоянным. Для каждого малого интервала времени справедлива формула (3).

Суммируя изменения импульсов за малые интервалы времени, можно получить:

$$\Delta \vec{p} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \Delta t_i^{*}.$$

ИЗМЕНЕНИЕ ИМПУЛЬСА СИСТЕМЫ ТЕЛ (МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК). Совокупность тел, движение которой мы изучаем, называют *механической системой* или просто *системой*. Импульс системы тел (материальных точек) равен векторной сумме импульсов всех тел.

Для определения импульса тела необходимо мысленно разбить тело на отдельные элементы (материальные точки), найти импульсы полученных элементов, а затем их просуммировать, как векторы. В этом случае импульс тела будет равен сумме импульсов его отдельных элементов.

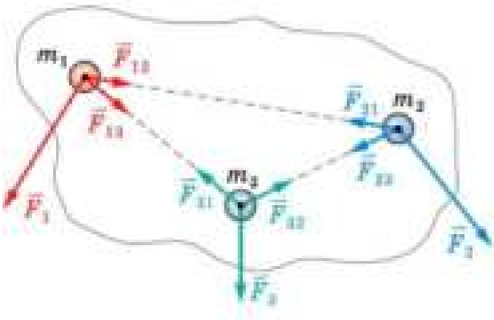


Рис. 4.2

Рассмотрим систему, состоящую из трёх тел. На них действуют *внешние силы* $\vec{F}_i$ (i — номер тела; например $\vec{F}_2$ — это сумма внешних сил, действующих на тело номер два). Между телами системы действуют силы $\vec{F}_{ik}$, называемые *внутренними силами* (рис. 4.2). Здесь

---

* Символ Σ (греческая буква «сигма») означает «сумма». Индексы $i = 1$ (внизу) и N (наверху) показывают, что суммируется N слагаемых.

первая буква i в индексе означает номер тела, на которое действует сила $\vec{F}_{ik}$, а вторая буква k — номер тела, со стороны которого действует данная сила. На основе третьего закона Ньютона можно записать:

$$\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}. \tag{4}$$

Вследствие действия сил на тела системы их импульсы изменяются. Если за малый промежуток времени сила заметно не меняется, то для каждого тела системы можно записать изменение импульса в форме уравнения (3):

$$\begin{aligned} \Delta(m_1\vec{v}_1) &= (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_1)\Delta t, \\ \Delta(m_2\vec{v}_2) &= (\vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_2)\Delta t, \\ \Delta(m_3\vec{v}_3) &= (\vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} + \vec{F}_3)\Delta t. \end{aligned} \tag{5}$$

В левой части каждого уравнения стоит изменение импульса тела $\vec{p}_i = m_i\vec{v}_i$ за малый промежуток времени Δt:

$$\Delta(m_i\vec{v}_i) = m_i\vec{v}_{iк} - m_i\vec{v}_{iн},$$

где $\vec{v}_{iн}$ — скорость движения тела системы в начале интервала времени Δt, а $\vec{v}_{iк}$ — скорость движения тела системы в конце этого интервала.

Если сложить левые и правые части уравнений (5) и провести необходимые математические преобразования, то можно показать, что

$$\Delta\vec{p}_c = (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3)\Delta t\ ,$$

где $\Delta\vec{p}_c$ — изменение импульса системы тел.

Но силы взаимодействия любой пары тел в сумме дают нуль, так как согласно формуле (4):

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},\ \vec{F}_{13} = -\vec{F}_{31},\ \vec{F}_{23} = -\vec{F}_{32}.$$

Поэтому $\Delta\vec{p}_c$ равно импульсу внешних сил:

$$\Delta\vec{p}_c = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3)\Delta t. \tag{6}$$

Мы пришли к важному выводу: *импульс системы тел могут изменить только внешние силы, причём изменение импульса системы пропорционально сумме внешних сил и совпадает с ней по направлению. Внутренние силы, изменяя импульсы отдельных тел системы, не изменяют суммарный импульс системы.*

Уравнение (6) справедливо для любого интервала времени, если сумма внешних сил остаётся постоянной.

1. Какую физическую величину называют импульсом материальной точки? **2.** Куда направлен вектор импульса материальной точки?

3. Как был впервые сформулирован второй закон Ньютона? 4. Как можно найти импульс системы тел? 5. Какие силы могут изменить импульс системы тел?

1. В каком направлении станет перемещаться аэростат, если по свисающей с него лестнице начнёт подниматься человек с постоянной скоростью относительно лестницы?
2. В цирковом аттракционе атлету, лежащему на ковре, устанавливают на грудь наковальню и затем бьют по ней молотком. Опасны ли такие удары для атлета?
3. К пристани на озере приближаются две одинаковые лодки. Оба лодочника подтягиваются к пристани с помощью верёвки (рис. 4.3). Противоположный конец верёвки первой лодки привязан к тумбе на пристани. Матрос, находящийся на пристани, тянет к себе конец верёвки второй лодки. Все трое прилагают одинаковые усилия. Какая лодка причалит раньше?

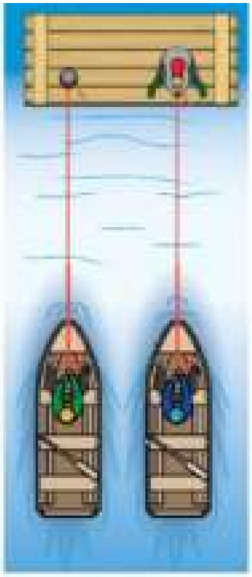


Рис. 4.3

§ 24 ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА. РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА. Рассмотрим следствие из уравнения $\Delta\vec{p}_с = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3)\Delta t$, полученного в § 23. Если сумма внешних сил, действующих на систему тел, равна нулю, то равно нулю и изменение импульса системы: $\Delta\vec{p}_с = 0$. Это означает, что, какой бы интервал времени мы ни взяли, суммарный импульс системы тел в начале этого интервала $\vec{p}_н$ и в его конце $\vec{p}_к$ один и тот же: $\vec{p}_н = \vec{p}_к$.

Таким образом, импульс системы тел остаётся неизменным (сохраняется):

$$\vec{p}_с = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3.$$

Сформулируем *закон сохранения импульса*.

Если сумма всех внешних сил, действующих на тела системы, равна нулю, то импульс системы тел не изменяется с течением времени (сохраняется).

Другими словами, тела системы могут только обмениваться импульсами, суммарное же значение импульса системы не изменяется. Важно понимать, что сохраняется векторная сумма импульсов, а не сумма их модулей.

Закон сохранения импульса является следствием второго и третьего законов Ньютона.

Систему тел, на которую не действуют внешние силы, называют замкнутой или изолированной.

С учётом этого понятия закон сохранения импульса можно сформулировать следующим образом.

При любых движениях и взаимодействиях тел замкнутой системы векторная (геометрическая) сумма импульсов тел сохраняется.

Отметим, что закон сохранения импульса выполняется для ИСО.

Но область применения закона сохранения импульса шире: если даже на тела системы действуют внешние силы, но их сумма равна нулю, импульс системы тел всё равно сохраняется. Полученный результат можно обобщить на случай системы, содержащей произвольное число N тел:

$$m_1 \vec{v}_{1н} + m_2 \vec{v}_{2н} + m_3 \vec{v}_{3н} + \ldots + m_N \vec{v}_{Nн} =$$

$$= m_1 \vec{v}_{1к} + m_2 \vec{v}_{2к} + m_3 \vec{v}_{3к} + \ldots + m_N \vec{v}_{Nк},$$

где $\vec{v}_{iн}$ — скорости тел в начальный момент времени, а $\vec{v}_{iк}$ — в конечный.

Так как импульс — векторная величина, то это уравнение представляет собой компактную запись трёх уравнений для проекций импульса системы тел на координатные оси.

Однако в действительности найти замкнутую систему тел практически невозможно. Несмотря на это, закон сохранения импульса можно применять в следующих трёх случаях.

1. Если векторная сумма всех внешних сил, действующих на тела системы, равна нулю, то начальный импульс $\vec{p}_н$ системы тел равен конечному импульсу $\vec{p}_к$ этой системы: $\vec{p}_н = \vec{p}_к$.

2. В некоторых случаях импульс системы тел не сохраняется. Но при этом может сохраняться его проекция на одну из координатных осей. Если сумма проекций внешних сил на некоторое направление (например, ось X) равна нулю, то в проекции только на это направление (ось X) можно записать: $p_{нx} = p_{кx}$. В этой записи речь идёт о проекции начального и конечного импульсов системы тел.

Например, система тел на Земле или вблизи её поверхности не является замкнутой, так как на все тела действует сила тяжести, которая изменяет импульс системы по вертикали. Однако вдоль горизонтального направления сила тяжести не может изменять импульс, и сумма проекций импульсов тел на горизонтально направленную ось будет оставаться неизменной (сохраняться), если действием сил сопротивления можно пренебречь.

3. Если продолжительность взаимодействия тел системы мала, а возникающие при этом процессе внутренние силы велики, как, например, при ударе, взрыве и т. п., то за это малое время импульсом внешних сил можно пренебречь. Фактически изменение импульса каждого тела системы обусловлено действием только внутренних сил. В итоге импульс системы тел остаётся постоянным. Так, значения скорости осколков снаряда при взрыве в зависимости от калибра может изменяться в пределах 600—1000 м/с. Интервал времени, за который сила тяжести смогла бы сообщить телам такую скорость, равен

$$\Delta t = \frac{m\Delta v}{mg} \approx 100 \text{ с}.$$

Внутренние же силы давления газов сообщают такие скорости за 0,01 с, т. е. в 10 000 раз быстрее.

РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ. Большое значение имеет закон сохранения импульса для исследования реактивного движения. Под *реактивным движением* понимают движение тела, возникающее при отделении некоторой его части с определённой скоростью относительно тела, например при истечении продуктов сгорания из сопла́ реактивного летательного аппарата. При этом появляется так называемая *реактивная сила*, сообщающая телу ускорение.

а б

Рис. 4.4

Примером реактивного движения является движение ракеты (рис. 4.4, *а*). Главная особенность реактивной силы состоит в том, что она возникает без какого-либо взаимодействия с внешними телами. При этом происходит взаимодействие между ракетой и вытекающей из неё струёй вещества.

При истечении продуктов сгорания топлива они за счёт давления в камере сгорания приобретают некоторую скорость относительно ракеты и, следовательно, некоторый импульс $m_т\vec{v}_т$ (рис. 4.4, *б*). Поэтому, в соответствии с законом сохранения импульса, сама ракета получает такой же по модулю импульс $m_р\vec{v}_р$, но направленный в противоположную сторону. Отсюда следует, что чем больше скорость $\vec{v}_т$ и масса $m_т$ выбрасываемых продуктов сгорания топлива, тем больше модуль импульса ракеты $m_р\vec{v}_р$.

Таким образом, принцип реактивного движения основан на том, что истекающие из реактивного двигателя продукты сгорания топлива получают импульс. Такой же по модулю импульс приобретает и ракета.

1. Приведите примеры внутренних и внешних сил. **2.** Сформулируйте закон сохранения импульса. **3.** При каких условиях выполняется закон сохранения импульса? **4.** Какие системы тел называют замкнутыми? **5.** Какое движение тела является реактивным? Приведите примеры такого движения.

1. Как космонавту, находящемуся в открытом космосе, вернуться на космический корабль без посторонней помощи?

2. Почему пуля, вылетевшая из ружья, не разбивает оконное стекло на осколки, а образует в нём круглое отверстие?

3. Один из самых ранних проектов парового автомобиля (рис. 4.5) предложил Ньютон. Объясните принцип его действия.

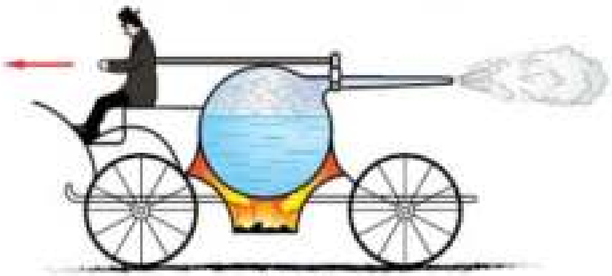


Рис. 4.5

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

На горизонтальной поверхности стоит ящик с песком массой 7 кг. Шарик массой 1 кг, летящий под углом 15° к горизонту со скоростью 6 м/с, попадает в песок и застревает в нём. Найдите скорость ящика сразу после удара и расстояние, пройденное им до остановки. Коэффициент трения скольжения между ящиком и горизонтальной поверхностью равен 0,05. Считайте, что за время удара импульсом силы трения в условиях данной задачи можно пренебречь.

Дано:	Решение:
$M = 7$ кг $m = 1$ кг $\upsilon = 6$ м/с $\alpha = 15°$ $\mu = 0{,}05$ $g = 10$ м/с^2 $u_к = 0$	Рассмотрим систему, состоящую из двух тел: ящик с песком и шарик. Сделаем два рисунка, показав на них скорости тел до (рис. 4.6, *а*) и после (рис. 4.6, *б*) удара.
u_0 — ? s — ?	Внешние силы, действующие на систему за время удара Δt, — это силы тяжести $M\vec{g}$ и $m\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$. Поскольку внешние силы $M\vec{g}$, $m\vec{g}$ и $\vec{N}$ перпендикулярны оси OX, а им-

пульсом силы трения за время удара можно пренебречь (согласно условию), проекция импульса системы на ось OX сохраняется:

$$p_{1x} = p_{2x}. \qquad (1)$$

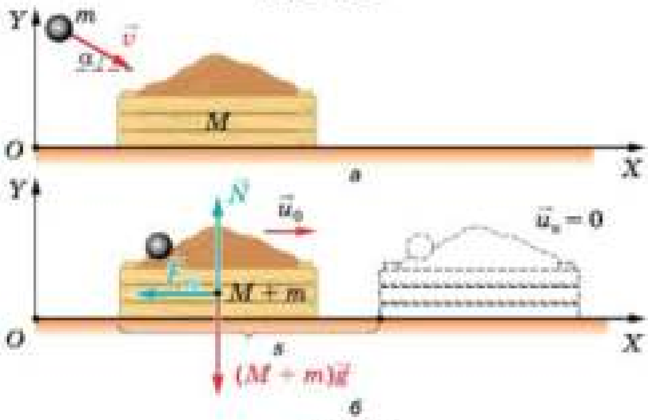


Рис. 4.6

Проекция на ось OX начального импульса системы равна:

$$p_{1x} = m\upsilon\cos\alpha + M\cdot 0 = m\upsilon\cos\alpha. \qquad (2)$$

Проекция на ось OX импульса системы сразу после удара равна:

$$p_{2x} = (M + m)u_0. \qquad (3)$$

Подставим выражения (2) и (3) в уравнение (1):

$$m\upsilon\cos\alpha = (m + M)u_0.$$

Отсюда скорость ящика сразу после удара:

$$u_0 = \frac{m\upsilon\cos\alpha}{m + M}.$$

Подставляя числовые данные, получим

$$u_0 = \frac{1\cdot 6\cdot\cos 15°}{1+7}\,\frac{м}{с} \approx 0{,}7\,\frac{м}{с}.$$

* Проверим, действительно ли можно было пренебречь импульсом силы трения за время удара и считать, что проекция импульса системы на ось OX сохраняется.

Рассмотрим малый промежуток времени $\Delta\tau$ при соударении. Изменение импульса системы за время $\Delta\tau$ равно импульсу внешних сил:

$$\Delta\vec{p} = (M\vec{g} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр})\,\Delta\tau. \qquad (4)$$

Силы тяжести постоянны, поэтому их импульсами за малое время $\Delta\tau$ можно пренебречь. Учитывая, что $F_{тр} = \mu N$, запишем уравнение (4) в проекциях на оси OX и OY:

$$\Delta p_x = -\mu N\Delta\tau, \quad \Delta p_y = N\Delta\tau.$$

Таким образом, $\Delta p_x = -\mu\Delta p_y$. Поскольку это соотношение выполняется для любого малого $\Delta\tau$ при соударении, то оно справедливо и для всего времени соударения. Так как $p_{1x} = mv\cos\alpha$, $p_{2x} = (M + m)u_0$, $p_{1y} = -mv\sin\alpha$, $p_{2y} = 0$, получим

$$(M + m)u_0 - mv\cos\alpha = -\mu(0 + mv\sin\alpha),$$

$$u_0 = \frac{mv(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}{m + M}.$$

С учётом числовых данных

$$u_0 = \frac{1\cdot 6\cdot(\cos 15^\circ - 0{,}05\cdot\sin 15^\circ)}{1 + 7}\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 0{,}7\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Воспользовавшись ранее условием сохранения горизонтального импульса, мы также получили значение $u_0 \approx 0{,}7$ м/с. Значит, импульсом силы трения за время удара при данных значениях μ и α можно было пренебречь. Это оказалось возможным в силу того, что $\cos\alpha \gg \mu\sin\alpha$.

*

Запишем второй закон Ньютона для движения ящика с песком и снарядом:

$$(M + m)\vec{a} = \vec{N} + (M + m)\vec{g} + \vec{F}_{тр}.$$

Запишем это уравнение движения в проекциях на ось OX:

$$(M + m)a = F_{тр}.$$

Учитывая, что $F_{тр} = \mu N$, $N = (M + m)g$, найдём $a = \mu g$.

При равноускоренном движении $s_x = \dfrac{u_x^2 - u_{0x}^2}{2a_x}$. Подставляя в это равенство значения проекций $s_x = -s$, $u_x = 0$, $u_{0x} = -u_0$, $a_x = -a$, получим

$$s = \frac{u_0^2}{2a} = \frac{u_0^2}{2\mu g};$$

$$s = \frac{0{,}7^2}{2\cdot 0{,}05\cdot 10}\ \text{м} \approx 0{,}5\ \text{м}.$$

Ответ: $u_0 \approx 0{,}7$ м/с, $s \approx 0{,}5$ м.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Материальная точка массой 1 кг равномерно движется по окружности со скоростью, равной 10 м/с в ИСО. Найдите изменение импульса точки: а) за четверть периода; б) половину периода; в) период.
2. Чему равна средняя сила давления на плечо при стрельбе из автомата, если масса пули равна 10 г, а скорость пули при вылете из канала

ствола составляет 300 м/с? Автомат делает 300 выстрелов в минуту. Трением при движении пули пренебречь.

3. Тележка массой 90 кг движется со скоростью, равной 4 км/ч. Человек массой 70 кг, бегущий со скоростью 8 км/ч, вскакивает на тележку. С какой скоростью станет двигаться тележка, если: а) человек догонял тележку; б) человек бежал навстречу тележке? Трением при движении человека и тележки пренебречь.

4. Пуля массой 6 г, летящая горизонтально со скоростью 300 м/с, попадает в брусок массой 500 г, лежащий на гладком полу, и пробивает его насквозь. Скорость пули после вылета из бруска равна 150 м/с. Определите скорость бруска после вылета пули.

Это любопытно...

Из истории развития физики и техники

Р. ДЕКАРТ

Закон сохранения импульса сформулировал французский учёный и философ Рене Декарт (1596—1650). В работе «Начала философии» (1644) он писал: «Я принимаю, что во Вселенной... есть известное количество движения, которое никогда не увеличивается, не уменьшается и, таким образом, если одно тело приводит в движение другое, то теряет столько своего движения, сколько его сообщает. Так, если камень падает с высокого места на землю, то в случае, когда он не отскакивает, а останавливается, я допускаю, что он колеблет землю и передаёт ей своё движение».

Декарт понимал под понятием количества движения произведение массы тела на его скорость. При этом он не рассматривал количество движения как векторную величину.

Х. ГЮЙГЕНС

На примере соударения шаров нидерландский физик Христиан Гюйгенс (1629—1695) доказал, что при их взаимодействии сохраняется не арифметическая, а векторная сумма количества движения.

В работе «О движении тела под влиянием удара» (издание вышло в 1703 г. после смерти автора) он писал: «Количество движения, которое имеют два тела, может увеличиваться или уменьшаться при столкновении, но его величина остаётся постоянной в ту же сторону..., если мы вычтем количество движения обратного направления...»

§ 25 РЕАКТИВНЫЕ ДВИГАТЕЛИ. УСПЕХИ В ОСВОЕНИИ КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА

РЕАКТИВНЫЕ ДВИГАТЕЛИ. Реактивные двигатели получили широкое применение в связи с освоением космического пространства. Их применяют также для метеорологических и военных ракет различного радиуса действия. В космическом пространстве использовать какие-либо другие двигатели, кроме реактивных, невозможно: нет опоры, отталкиваясь от которой космический корабль мог бы получить ускорение. Использование же реактивных двигателей для самолётов и ракет, не выходящих за пределы атмосферы, связано с тем, что именно такие двигатели способны обеспечить максимальную скорость полёта.

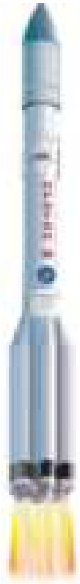
Реактивные двигатели можно разделить на два класса: *ракетные* и *воздушно-реактивные*. В ракетных двигателях топливо и необходимый для его горения окислитель находятся непосредственно внутри двигателя или в его топливных баках. На рисунке 4.7 показана схема ракетного двигателя на твёрдом топливе (РДТТ). Порох или какое-либо другое твёрдое топливо, способное к горению в отсутствие воздуха, помещают внутрь камеры сгорания двигателя. При горении топлива образуются газы, имеющие очень высокую температуру и оказывающие давление на стенки камеры. При этом сила давления на переднюю стенку камеры больше, чем на заднюю стенку, где расположено сопло́. Вытекающие через сопло газы не встречают на своём пути стенку, на которую могли бы оказывать давление. В результате появляется реактивная сила, заставляющая ракету лететь вперёд.

Сопло предназначено для увеличения скорости истечения продуктов сгорания, что в свою очередь повышает реактивную силу. Сужение струи газа вызывает увеличение его скорости, так как при этом через меньшее поперечное сечение в единицу времени должна пройти такая же масса газа, что и при большем поперечном сечении.

На практике применяют также ракетные двигатели, работающие на жидком топливе. В жидкостно-реактивных двигателях (ЖРД) в качестве горючего используются керосин, бензин, спирт, анилин, жидкий водород и др., а в качестве окислителя, необходимого для горения, — жидкий кислород, азотная кислота, жидкий фтор, пероксид водорода. Горючее

Рис. 4.7

а



б

в

Рис. 4.8

и окислитель хранятся отдельно в специальных баках и с помощью насосов подаются в камеру, где при сгорании топлива достигается температура около 3000 °С и давление до 50 атм (рис. 4.8, *а*). В остальном двигатель работает так же, как и двигатель на твёрдом топливе. Жидкостно-реактивные двигатели применяют для запуска космических кораблей (рис. 4.8, *б*). На рисунке 4.8, *в* показан внешний вид современного ракетного двигателя.

Первый работающий ЖРД создал американский изобретатель Роберт Годдард (1882—1945) в 1926 г. В 1931—1933 гг. аналогичные разработки велись в СССР группой учёных во главе с Фридрихом Артуровичем Цандером (1887—1933).

Основное отличие воздушно-реактивных двигателей от ракетных состоит в том, что окислителем для горения топлива является кислород воздуха, поступающего внутрь двигателя из атмосферы. На рисунке 4.9 изображена схема воздушно-реактивного двигателя турбокомпрессорного типа. В носовой части расположен компрессор, засасывающий и сжимающий воздух, который затем поступает в камеру сгорания. Жидкое горючее (обычно керосин) подаётся в камеру сгорания с помощью специальных форсунок. Раскалённые газы (продукты сгорания), выходя через сопло, вращают газовую турбину, приводящую в движение компрессор.

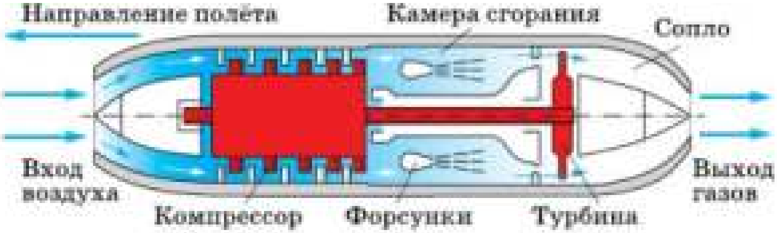


Рис. 4.9

УСПЕХИ В ОСВОЕНИИ КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА. Основы теории реактивного двигателя и научное доказательство возможности полётов в межпланетном пространстве были впервые высказаны и разработаны русским учёным Константином Эдуардовичем Циолковским (1857—1935). В 1903 г. в работе «Исследование мировых пространств реактивными приборами» он предложил теорию полёта ракеты с учётом изменения её массы в процессе движения и выдвинул идею о применении ракетных двигателей для межпланетных кораблей.

В 1929 г. им была создана теория движения составных (многоступенчатых) ракет. Отдельные ступени, из которых составлена ракета, снабжаются собственными двигателями и необходимым запасом топлива. По мере выгорания топлива каждая следующая ступень отделяется от ракеты. Поэтому в дальнейшем на ускорение её корпуса и двигателя топливо не расходуется. Такие ракеты теперь являются основными в космонавтике. Они используются для вывода на орбиты искусственных спутников Земли и запуска космических аппаратов к Луне и планетам Солнечной системы.

Отметим также теоретические работы профессора Петербургского политехнического института Ивана Всеволодовича Мещерского (1859—1935). В 1897 г. им была решена задача определения реактивной силы на основе закона сохранения импульса.


К. Э. ЦИОЛКОВСКИЙ

Нашей стране принадлежит великая честь запуска 4 октября 1957 г. первого искусственного спутника Земли (рис. 4.10). Также в нашей стране был осуществлён полёт космического корабля с космонавтом Юрием Алексеевичем Гагариным (1934—1968) на борту. 12 апреля 1961 г. впервые в мире он совершил полёт в космос на корабле-спутнике «Восток», облетев земной шар за 1 ч 48 мин. Этот и последующие полёты были совершены на ракетах, сконструированных отечественными учёными и инженерами под руководством

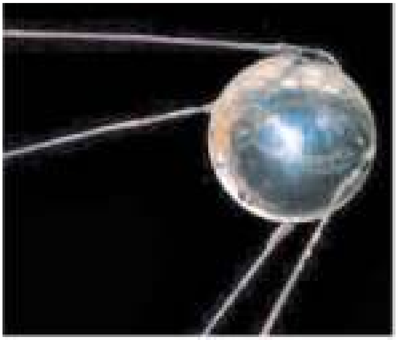


Рис. 4.10

Рис. 4.11

академика, выдающегося учёного, конструктора ракет Сергея Павловича Королёва (1907—1966). Первый искусственный спутник, первый полёт человека в космос невозможно было бы осуществить без его конструкторских идей. Королёв был генеральным конструктором космических кораблей «Восток» и «Восход».

Значительные заслуги в исследовании космического пространства имеют американские учёные, инженеры и астронавты. Два астронавта из экипажа космического корабля «Аполлон-11» — Нил Армстронг (1930—2012) и Эдвин Олдрин — 20 июля 1969 г. впервые совершили пилотируемую посадку на поверхность Луны.

Одним из триумфальных достижений отечественной космонавтики XX в. стало создание уникальной по длительности пребывания на околоземной орбите космической станции «Мир». Она проработала с 20 февраля 1986 г. по 16 марта 2001 г. Станция состояла из нескольких модулей, где проводились исследования в разных областях науки и техники.

В настоящее время работает Международная космическая станция (МКС) — многоцелевой космический исследовательский комплекс (рис. 4.11). МКС — совместный международный проект, в котором участвуют 15 стран, в том числе Германия, Россия, США и др. Управление МКС осуществляется: российским сегментом — из Центра управления космическими полётами в Королёве, американским сегментом — из Центра управления полётами имени Линдона Джонсона в Хьюстоне.

Одна из основных целей МКС — проведение на станции экспериментов, требующих наличия уникальных условий космического полёта (например, вакуума, космических излучений, не ослабленных земной атмосферой). Исследования выполняются с помощью научного оборудования, в основном расположенного в специализированных научных модулях-лабораториях, часть же оборудования для экспериментов, требующих вакуума, закреплена снаружи станции.

1. Опишите схему работы ракетного двигателя на твёрдом топливе. 2. Что используется в качестве горючего и окислителя в ЖРД? 3. В чём состоит главное отличие воздушно-реактивных двигателей от ракетных? 4. С именами каких отечественных учёных и конструкторов связаны успехи в освоении космического пространства?

1. Как можно осуществить торможение космических кораблей? 2. Какой будет траектория спутника при его движении в атмосфере Земли?

§ 26 ЦЕНТР МАСС. ТЕОРЕМА О ДВИЖЕНИИ ЦЕНТРА МАСС

ПОНЯТИЕ ЦЕНТРА МАСС. Бросим палку так, чтобы в полёте она вращалась в вертикальной плоскости. Если палка однородная, то можно заметить, что точка, находящаяся в центре палки, движется по плавной линии — такой, по которой летел бы брошенный камень. Сама же палка будет вращаться вокруг этой точки (рис. 4.12, *а*). Прикрепим к одному из концов палки груз и снова её бросим таким же образом. Движение будет похожим, однако точка, движущаяся по плавной кривой, оказывается не в центре палки, а ближе к грузу (рис. 4.12, *б*).

Из этого примера можно сделать вывод, что существует такая точка тела, которая движется так, как будто на неё действуют только внешние силы, причём её положение зависит от того, как распределена масса внутри тела. Такую точку называют *центром масс тела*.

Пусть система состоит из двух материальных точек, массы которых равны m_1 и m_2. Будем считать, что центр масс расположен на отрезке прямой, соединяющей эти точки, и находится ближе к точке с большей массой. Наиболее простым будет предположение, что расстояния l_1 и l_2 от соответствующих точек до центра масс обратно пропорциональны массам этих точек, т. е.

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{l_2}{l_1}, \quad \text{или} \quad m_1 l_1 = m_2 l_2. \qquad (1)$$

Рис. 4.12

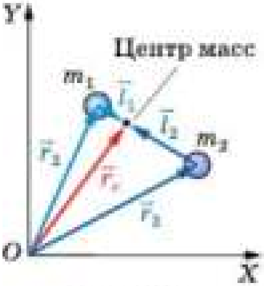


Рис. 4.13

Пусть $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ — векторы, проведённые от точек к центру масс, $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ — радиусы-векторы точек, а $\vec{r}_c$ — радиус-вектор, проведённый из начала координат к центру масс этих двух точек. Тогда, как видно из рисунка 4.13,

$$\vec{r}_1 + \vec{l}_1 = \vec{r}_c, \qquad \vec{r}_2 + \vec{l}_2 = \vec{r}_c.$$

Умножив обе части первого уравнения на m_1, а второго на m_2, сложим их. В результате получим:

$$m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_1\vec{l}_1 + m_2\vec{l}_2 = (m_1 + m_2)\vec{r}_c.$$

Но из рисунка 4.13 и формулы (1) следует, что $m_1\vec{l}_1 = -m_2\vec{l}_2$. Таким образом, для системы, состоящей из двух точек, положение центра масс определяется радиусом-вектором

$$\vec{r}_c = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}. \qquad (2)$$

Обобщим соотношение (2) на случай системы, состоящей из произвольного числа материальных точек. Если массу отдельного i-го элемента (материальной точки) обозначить через Δm_i, а радиус-вектор — через $\vec{r}_i$, то положение центра масс будет определяться по формуле:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum\limits_i \Delta m_i \vec{r}_i}{m}. \qquad (3)$$

При этом $m = \sum\limits_i \Delta m_i$ — суммарная масса системы.

Как и любое векторное соотношение, формула (3) представляет собой компактную запись трёх независимых выражений, определяющих координаты центра масс:

$$x_c = \frac{\sum\limits_i \Delta m_i x_i}{m}, \quad y_c = \frac{\sum\limits_i \Delta m_i y_i}{m}, \quad z_c = \frac{\sum\limits_i \Delta m_i z_i}{m}. \qquad (4)$$

Здесь x_i, y_i, z_i — координаты одного из элементов тела (рис. 4.14).

Далее будет показано, что точка с координатами, определяемыми выражениями (4), действительно движется так, как движется материальная точка под действием сил, приложенных к телу.

Центр масс всех однородных тел, имеющих центр симметрии, совпадает с этим центром. Например, центр масс однородного шара совпадает с его центром. Центр масс параллелепипеда находится в его центре симметрии, а центр масс однородного стержня — в его середине.

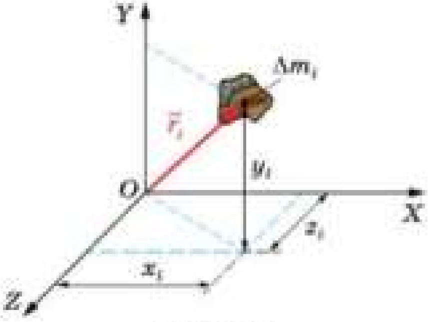


Рис. 4.14

ИМПУЛЬС СИСТЕМЫ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК. Покажем, что импульс тела, представляющего собой систему материальных точек, равен импульсу материальной точки, масса которой равна массе тела, а скорость равна скорости центра масс.

Импульс тела по определению равен суммарному импульсу всех его точек:

$$\vec{p} = \sum_i \Delta m_i \vec{v}_i, \tag{5}$$

где $\vec{v}_i$ — скорости отдельных точек тела.

С другой стороны, согласно формуле (3),

$$m\vec{r}_c = \sum_i \Delta m_i \vec{r}_i.$$

Пусть за малое время Δt радиусы-векторы элементов тела изменяются на $\Delta\vec{r}_i$. Тогда и радиус-вектор центра масс изменится на $\Delta\vec{r}_c$:

$$m\Delta\vec{r}_c = \sum_i \Delta m_i \Delta\vec{r}_i.$$

Разделим левую и правую части этого выражения на Δt:

$$m\frac{\Delta\vec{r}_c}{\Delta t} = \sum_i \Delta m_i \frac{\Delta\vec{r}_i}{\Delta t}.$$

Но $\frac{\Delta\vec{r}_i}{\Delta t} = \vec{v}_i$ (скорость i-го элемента тела), а $\frac{\Delta\vec{r}_c}{\Delta t} = \vec{v}_c$ (скорость центра масс), поэтому

$$m\vec{v}_c = \sum_i \Delta m_i \Delta\vec{v}_i.$$

Сравнив это выражение с формулой (5), можно прийти к выводу:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}_c.}$$

ТЕОРЕМА О ДВИЖЕНИИ ЦЕНТРА МАСС. Эта теорема формулируется следующим образом.

Центр масс системы, состоящей из материальных точек, движется так же, как двигалась бы материальная точка, масса которой равна массе системы, под действием внешних сил, приложенных к данной системе.

Действительно, для изменения импульса системы материальных точек можно записать $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}_c = \sum_i \vec{F}_i \Delta t$ (см. § 23), поэтому:

$$m\vec{a}_c = m\frac{\Delta\vec{v}_c}{\Delta t} = \sum_i \vec{F}_i. \qquad (6)$$

При поступательном движении все точки тела (системы, состоящей из большого числа материальных точек) движутся одинаково. Следовательно, зная движение центра масс, мы можем определить, как движется тело в целом. Таким образом, мы можем заменить тело, имеющее размеры, системой материальных точек при его поступательном движении.

Из теоремы о движении центра масс вытекает важное следствие.

Если сумма внешних сил равна нулю, то центр масс покоится или движется равномерно и прямолинейно в ИСО.

Действительно, если $\sum_i \vec{F}_i = 0$, то согласно выражению (6)

$$\frac{\Delta\vec{v}_c}{\Delta t} = 0 \quad \text{и} \quad \vec{v}_c = \text{const}.$$

Если в начальный момент $\vec{v}_c = 0$, то и в дальнейшем центр масс будет оставаться в покое или двигаться равномерно и прямолинейно.

Например, Мюнхгаузен, герой известной книги Э. Распе «Приключения барона Мюнхгаузена», в действительности не мог бы вытянуть себя из болота за косу. Сила, действующая со стороны руки, является внутренней и не в состоянии поднять центр масс барона.

По тем же причинам неосуществим полёт на Луну по проекту французского поэта Сирано де Бержерака. Он предлагал периодически подбрасывать с железной тележки большой магнит, который якобы должен был с каждым разом подтягивать тележку немного вверх.

Другое дело — ракета. При её старте в космическом пространстве центр масс системы «ракета — отработанные газы» будет оставаться на месте. При этом ракета летит в одну сторону, а отработанные газы — в противоположную. Несколько сложнее обстоит дело при старте ракеты с поверхности Земли. В этом случае остаётся неизменной в инерциальной (гелиоцентрической) системе отсчёта скорость центра масс ракеты, Земли и газов. Ведь при старте огненная струя из сопла ракеты ударяет в Землю и слегка смещает её на орбите. Именно из-за этого малого смещения Земли скорость центра масс системы «ракета — Земля» не меняется при выходе ракеты в космос.

Таким образом, *внутренние силы не в состоянии изменить скорость центра масс. Это могут сделать только внешние силы, если их векторная сумма не равна нулю.*

1. Что называют центром масс тела? **2.** Как можно определить положение центра масс системы, состоящей: а) из двух материальных точек; б) произвольного числа материальных точек? **3.** Сформулируйте теорему о движении центра масс. **4.** Какое важное следствие можно получить из теоремы о движении центра масс? **5.** Какие силы могут изменить скорость центра масс? Приведите примеры.

1. Тетрадь находится в равновесии на острие карандаша (рис. 4.15). Почему это возможно?

2. Бревно уравновешено на тросе (рис. 4.16). Какая часть бревна — A или B — окажется тяжелее, если его распилить в месте подвеса?

3. Однородный стержень, подпёртый в середине, находится в равновесии в горизонтальном положении (рис. 4.17). Будет ли он уравновешен, если правую половину стержня согнуть вдвое?

Рис. 4.15

Рис. 4.16

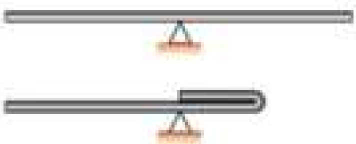


Рис. 4.17

УПРАЖНЕНИЯ

1. От однородного вала отрезали конец длиной 40 см. Куда и на сколько переместился центр масс вала?

2. Одна половина цилиндрического стержня состоит из стали, а другая — из алюминия. Определите положение центра масс стержня, если его длина равна 30 см.

3. Два однородных шара массой 1,5 кг и 12 кг радиусами 3 см и 6 см соединены посредством однородного стержня массой 2 кг. Центры шаров лежат на продолжении оси стержня (рис. 4.18). Определите центр масс этой системы. Длина стержня равна 50 см.

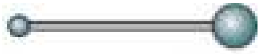


Рис. 4.18

4. Где находится центр масс конструкции, составленной из тонких однородных стержней, имеющей форму: а) прямоугольника; б) треугольника?

§ 27 РАБОТА СИЛЫ. МОЩНОСТЬ. КПД МЕХАНИЗМА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАБОТЫ В ФИЗИКЕ. Работа совершается в природе всегда, когда на какое-либо движущееся тело действует сила (или несколько сил) со стороны другого тела (или других тел). Так, сила тяготения совершает работу при падении капель дождя или камня с обрыва. Одновременно совершают работу и силы трения со стороны воздуха, действующие на падающие капли или камень. Действия сил на тела, приводящие к изменению модуля их скоростей, характеризуются величиной, которая зависит как от сил, так и от перемещений тел. Эту величину называют *работой*[*].

Для приведения тела в движение или для его остановки на тело должна действовать сила, совершающая работу. Но при движении с постоянной скоростью в отсутствие трения совершать работу не нужно. Согласно закону инерции, тело движется с постоянной скоростью без действия на него сил. Не совершается работа и в том случае, когда сила направлена перпендикулярно скорости. В этом случае скорость тела не меняется по модулю и необходимое ускорение телу сообщает сила, перпендикулярная скорости. При движении по окружности модуль этой силы не меняется. Например, камень, раскрученный на верёвке, в отсутствие трения будет двигаться сам по себе сколь угодно долго. Работа при этом не совершается. Она необходима только для сообщения камню постоянной скорости. Изменение скорости по модулю возможно лишь в том случае, когда проекция силы на направление перемещения тела F_r отлична от нуля. Именно эта проекция определяет действие силы, изменяющее скорость тела (материальной точки) по модулю, а следовательно, и совершаемую рабо-

[*] Понятие «работа» ввёл в 1826 г. французский математик и инженер Жан Виктор Понселе (1788—1867). Он же предложил правила расчёта работы силы.

ту. Поэтому работу A следует рассматривать как произведение проекции F_r силы на модуль перемещения $|\Delta\vec{r}|$ (рис. 4.19):

$$A = F_r|\Delta\vec{r}|. \qquad (1)$$

Если угол между направлениями силы и перемещения обозначить через α, то $F_r = F\cos\alpha$. Следовательно, работа постоянной силы равна

Рис. 4.19

$$A = F|\Delta\vec{r}|\cos\alpha. \qquad (2)$$

Работа постоянной силы, действующей на материальную точку, равна произведению модулей векторов силы и перемещения, умноженному на косинус угла между ними.

Подчеркнём, что формулы (1) и (2) справедливы в том случае, когда сила постоянна и перемещение тела происходит вдоль прямой. Малые отрезки траектории всегда можно считать прямолинейными, а силу на малом отрезке постоянной.

Из определения работы следует, что она является не векторной, а скалярной величиной. Знак работы определяется знаком косинуса угла между направлениями силы и перемещения. Предположим, что вектор силы совпадает с вектором перемещения. В этом случае угол $\alpha = 0°$, $\cos 0° = 1$, и из формулы (2) следует, что $A = F|\Delta\vec{r}| > 0$. Если сила, действующая на движущееся тело, противоположна по направлению перемещению, то угол $\alpha = 180°$, $\cos 180° = -1$. Тогда $A = -F|\Delta\vec{r}| < 0$. Если сила перпендикулярна перемещению ($\alpha = 90°$), то проекция этой силы на направление перемещения равна нулю, так как $\cos 90° = 0$, и работа не совершается. Например, сила тяжести не совершает работу при перемещении тела по горизонтальной поверхности стола или при движении спутника по круговой орбите Земли.

При других значениях угла α работа может быть как положительной, так и отрицательной величиной. Работа положительна для углов $\alpha < 90°$, так как косинус острых углов положителен. При $\alpha > 90°$ работа отрицательна, так как косинус тупых углов отрицателен.

Если при перемещении тела на единицу длины на него действует постоянная сила, модуль которой равен единице, а её направление совпадает с направлением перемещения ($\alpha = 0°$), то и работа равна единице. В СИ при $F = 1$ Н, $|\Delta\vec{r}| = 1$ м и $\alpha = 0°$ совершается работа $A = 1\ \text{Н} \cdot 1\ \text{м} = 1\ \text{Н} \cdot \text{м}$, которая и принимается за единицу работы. Её называют *джоу-*

лем (Дж). Джоуль — работа, совершаемая постоянной силой 1 Н *при перемещении тела на* 1 м, *если направления силы и перемещения совпадают**.

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА РАБОТЫ СИЛЫ. Рассмотрим свойства, которыми обладает работа силы.

1. Работа силы зависит от выбора системы отсчёта. Например, если человек стоит в поезде и удерживает растянутую пружину, то в системе отсчёта, связанной с поездом, сила упругости, действующая со стороны пружины на руку человека, не совершает никакой работы, так как точка приложения силы не перемещается. При этом в системе отсчёта, связанной с Землёй, работа будет произведена. При переходе от одной системы отсчёта к другой работа может даже изменить знак, так как направление перемещения зависит от выбора системы отсчёта. Поэтому, когда мы говорим о работе как об определённой величине, нужно указывать, относительно какой системы отсчёта она вычисляется.

2. Для вычисления работы переменной силы на произвольном участке пути следует поступить следующим образом. Участок пути нужно разбить на такие малые участки $\Delta\vec{r}_i$, что силу $\vec{F}_i$ на каждом из них можно считать постоянной по модулю и направлению (рис. 4.20).

Тогда полная работа на участке пути равна сумме элементарных работ

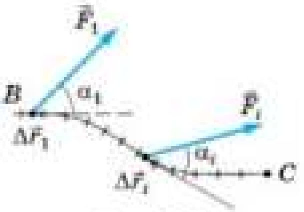


Рис. 4.20

$$A = F_{1r_1}|\Delta\vec{r}_1| + F_{2r_2}|\Delta\vec{r}_2| + F_{3r_3}|\Delta\vec{r}_3| + \ldots =$$

$$= \sum_{i=1}^{N} F_{ir_i}|\Delta\vec{r}_i|. \qquad (3)$$

В данном случае символ Σ означает суммирование произведений $F_{ir_i}|\Delta\vec{r}_i|$, а N — число малых участков, на которые разбит весь участок пути.

3. Работа силы имеет чёткий графический смысл. Пусть тело движется прямолинейно вдоль оси OX. Изобразим график зависимости проекции силы F_x от координаты x тела. Если сила постоянна, то график будет представлять собой прямую, параллельную оси OX (рис. 4.21). Работа этой силы будет равна

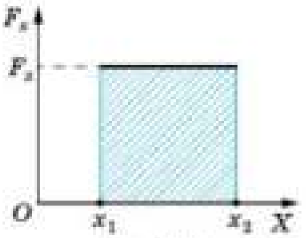


Рис. 4.21

$$A = F|\Delta\vec{r}|\cos\alpha = F_x\Delta x.$$

Очевидно, что площадь прямоугольника, заштрихованного на этом рисунке, численно равна

* На практике часто используют кратные единицы работы — *килоджоуль* (1 кДж = 10^3 Дж), *мегаджоуль* (1 МДж = 10^6 Дж).

работе при перемещении тела из точки с координатой x_1 в точку с координатой x_2.

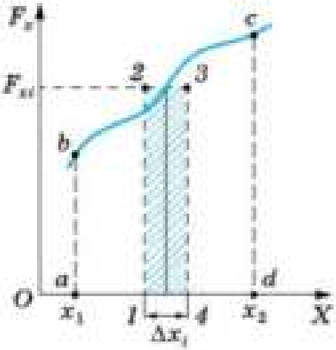


Рис. 4.22

Если при движении по прямой сила меняется от точки к точке траектории, то в этом случае зависимость проекции F_x от координаты x тела можно изобразить в виде некоторой кривой bc (рис. 4.22). Площадь, ограниченная этой кривой, осью OX и отрезками ab и cd, равными проекциям сил в начальной и конечной точках пути, численно равна работе при перемещении тела из точки b в точку c. В самом деле, работа на малом участке пути Δx_i численно равна площади прямоугольника 1234, так как $\Delta A = F_{xi}\Delta x_i$ (F_{xi} — значение проекции силы на этом участке). Полную же площадь фигуры можно представить как сумму площадей таких элементарных прямоугольников. Согласно формуле (3), она равна искомой работе.

4. Если на тело действует несколько сил, то проекция результирующей силы F_r на направление перемещения равна сумме проекций отдельных сил:

$$F_r = F_{1r} + F_{2r} + F_{3r} + \ldots .$$

Поэтому для работы A результирующей силы получим выражение

$$A = F_r|\Delta\vec{r}| = F_{1r}|\Delta\vec{r}| + F_{2r}|\Delta\vec{r}| + F_{3r}|\Delta\vec{r}| + \ldots .$$

Таким образом, *если на тело действует несколько сил, то полная работа (работа всех сил) равна работе результирующей силы*.

Работа данной силы $\vec{F}_i$ представляет собой произведение проекции F_{ir} этой силы на модуль $|\Delta\vec{r}|$ перемещения тела. При этом не важно, что вызывает перемещение тела. На тело, кроме данной силы, могут действовать и другие силы. Перемещение зависит от скорости, которую успело приобрести тело. Работа же данной силы всегда определяется произведением модуля этой силы и модуля перемещения тела, умноженному на косинус угла между силой и перемещением.

МОЩНОСТЬ. На практике часто важно знать не только работу силы, но и время, в течение которого она производится. Временем, в течение которого совершается работа, определяют производительность любого двигателя. Очень большую работу может совершить и небольшой электромотор, но для этого потребуется много времени. В связи с этим наряду с работой вводят величину, характеризующую быстроту, с которой она производится, — *мощность*.

Мощностью (средней мощностью) называют отношение совершённой работы A к интервалу времени Δt, за который эта работа совершена.

$$N = \frac{A}{\Delta t}.$$

Другими словами, мощность численно равна работе, совершённой в единицу времени. Подставляя вместо работы A выражение (2), получим:

$$N = F\frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}\cos\alpha = Fv\cos\alpha. \qquad (4)$$

Таким образом, мощность равна произведению модулей векторов силы и скорости, умноженному на косинус угла между направлениями этих векторов*.

Мощность можно повысить как за счёт увеличения действующих сил, так и за счёт увеличения скорости движения.

В СИ мощность выражают в *ваттах* (Вт)**. *Мощность равна* 1 Вт, *если работа* 1 Дж *совершается за* 1 с.

КПД МЕХАНИЗМА. Все механизмы, двигатели и машины предназначены для выполнения определённой механической работы, которую называют *полезной работой* $A_п$. Однако любой машине приходится совершать бо́льшую по величине работу, так как вследствие действия сил трения некоторая часть подводимой к машине энергии не преобразуется в механическую работу. Поэтому на практике совершённая с помощью механизма полная работа всегда несколько больше полезной работы.

Эффективность работы машины или механизма характеризуют *коэффициентом полезного действия* (КПД). Его обозначают буквой η.

Коэффициент полезного действия (КПД) механизма равен отношению полезной работы к полной (затраченной) работе.

$$\eta = \frac{A_п}{A}.$$

КПД часто выражают в процентах: $\eta = \frac{A_п}{A} \cdot 100\%$.

---

* Если интервал времени Δt стремится к нулю, то выражение (4) представляет собой *мгновенную мощность* (мощность в данный момент времени), определяемую через мгновенную скорость.

** Наряду с ваттом используют более крупные (кратные) единицы мощности: *гектоватт* (1 гВт = 100 Вт), *киловатт* (1 кВт = 1000 Вт), *мегаватт* (1 МВт = = 1 000 000 Вт).

В реальном случае КПД всегда меньше единицы, так как в любой машине полезная работа всегда меньше затраченной работы.

1. Как определяется работа постоянной силы в физике? **2.** При каких значениях угла α работа постоянной силы может быть: а) положительной; б) отрицательной; в) равной нулю? **3.** Подтвердите примерами, что механическая работа зависит от выбора системы отсчёта. **4.** Какой графический смысл имеет работа? **5.** Какую физическую величину называют: а) мощностью; б) КПД механизма?

1. Может ли механическую работу совершать сила трения покоя?
2. Ракета с работающим двигателем «зависла» над поверхностью Земли. На что расходуется мощность её двигателей?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Какая мощность развивается в момент вылета снаряда из ствола, если на снаряд массой 6 кг действует постоянная сила давления газов? Снаряд вылетает из ствола в горизонтальном направлении. Длина ствола равна 1,8 м, модуль силы давления газов равен $6 \cdot 10^4$ Н. Трением при движении снаряда пренебречь.

Дано:	Решение:
$m = 6$ кг $l = 1{,}8$ м $F = 6 \cdot 10^4$ Н $v_0 = 0$	На рисунке 4.23 изображены силы, действующие на снаряд.
N — ?	

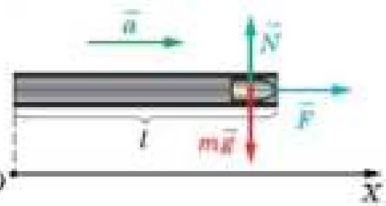


Рис. 4.23

По второму закону Ньютона $m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}$.
Запишем уравнение движения в проекции на ось OX:

$$ma = F \Rightarrow a = \frac{F}{m}.$$

Используя кинематическое уравнение для снаряда $x(t) = l = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ и учитывая, что $v_0 = 0$, получим время движения снаряда в стволе:

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2lm}{F}}.$$

Скорость снаряда при вылете из ствола:

$$v = at = \frac{F}{m}\sqrt{\frac{2lm}{F}} = \sqrt{\frac{2lF}{m}}.$$

Найдём мощность N, развиваемую силой $\vec{F}$ в момент вылета снаряда из ствола:

$$N = Fv = F\sqrt{\frac{2lF}{m}} = \sqrt{\frac{2lF^3}{m}}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$N = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}8 \cdot (6 \cdot 10^4)^3}{6}}\ \text{Вт} \approx 11{,}4\ \text{МВт}.$$

Ответ: $N \approx 11{,}4$ МВт.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Ящик тянут равномерно по горизонтальной поверхности за верёвку, образующую с горизонтом угол, равный 60°. Постоянная сила, приложенная к верёвке, равна 25 Н. Какая работа совершается данной силой при перемещении ящика на расстояние 40 м?
2. Подъёмный кран поднимает с поверхности Земли груз массой 50 кг с ускорением, равным 0,2 м/с^2. Определите работу, совершаемую краном в течение первых 10 с подъёма.
3. Автомобиль массой 3 т начал двигаться по горизонтальному участку дороги с ускорением, равным 2 м/с^2. Какую работу совершит постоянная сила тяги двигателя в течение 20 с? Действующая на автомобиль сила сопротивления равна 600 Н. Какую среднюю мощность развивает двигатель за этот промежуток времени?
4. Определите работу, совершаемую при равномерном подъёме груза по наклонной плоскости, если масса груза равна 100 кг, длина наклонной плоскости — 2 м, угол наклона к горизонту составляет 30°, коэффициент трения скольжения груза о плоскость равен 0,1. Чему равен КПД установки?
5. На шероховатой поверхности лежит брусок массой $m = 1$ кг. Какую работу нужно совершить, чтобы сдвинуть его с места, растягивая в горизонтальном направлении невесомую пружину (рис. 4.24)? Коэффициент трения бруска о поверхность $\mu = 0{,}8$, жёсткость пружины $k = 40$ Н/м.

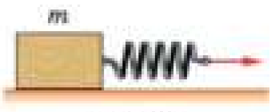


Рис. 4.24

§ 28 МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ. КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ. Если тело или система тел могут совершать работу, то говорят, что они обладают *энергией*. Совершая механическую работу, тело или система тел переходит из одного состояния в другое, в котором их энергия минимальна. Например, груз опускается, пружина распрямляется, движущееся тело останавливается. При совершении работы энергия постепенно расходуется. Для того чтобы система снова приобрела способность производить работу, нужно изменить её состояние: увеличить скорости тел, поднять тела над поверхностью Земли или их деформировать. Другими словами, внешние силы должны совершить над системой положительную работу.

Механическая энергия — физическая величина, определяемая состоянием системы — положением тел и их скоростями; она характеризует механическое движение тел и их взаимодействие.

Изменение механической энергии при переходе системы из одного состояния в другое равно работе внешних сил.

КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ. Вычислим работу силы $\vec{F}$, действующей на тело (материальную точку) массой m, в случае, когда оно движется прямолинейно, сила постоянна и её направление совпадает с направлением скорости. При перемещении тела на $\Delta\vec{r}$ его скорость изменяется от значения $\vec{v}_1$ до значения $\vec{v}_2$. Выберем координатную ось OX так, чтобы векторы $\vec{F}$, $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $\Delta\vec{r}$ были сонаправлены с этой осью (рис. 4.25).

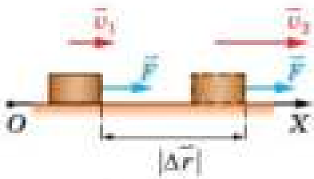


Рис. 4.25

Тогда работа силы

$$A = F_r|\Delta\vec{r}| = F\Delta x. \qquad (1)$$

В кинематике модуль перемещения тела при движении с постоянным ускорением можно определить следующим образом:

$$\Delta x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}.$$

В рассматриваемом случае $v_x = v_2$, $v_{0x} = v_1$, $a_x = a$. С учётом этого выражение (1) примет вид:

$$A = F\frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}.$$

Согласно второму закону Ньютона $\frac{F}{a} = m$, поэтому

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (2)$$

Физическую величину, равную половине произведения массы тела (материальной точки) на квадрат его скорости движения, называют кинетической энергией[*] E_k движущегося тела.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \qquad (3)$$

Любое движущееся тело обладает энергией, пропорциональной его массе и квадрату скорости. Движущиеся тела, например самолёт, ракета, машина, обладают кинетической энергией. Под действием силы тяги двигателей скорость движения машин увеличивается, при этом сила тяги этих двигателей совершает работу. Чем больше модуль скорости движения тела, тем больше его кинетическая энергия.

В СИ кинетическая энергия выражается в тех же единицах, что и работа, т. е. в *джоулях* (Дж).

Учитывая определение кинетической энергии (3), формулу (2) для работы силы можно записать следующим образом:

$$A = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k. \qquad (4)$$

Формула (4) выражает *теорему об изменении кинетической энергии*.

Изменение кинетической энергии тела (материальной точки) за некоторый промежуток времени равно работе, совершённой за это время силой, действующей на тело.

При этом кинетическая энергия увеличивается, если работа положительна, и уменьшается — при отрицательной работе. Можно доказать, что теорема об изменении кинетической энергии справедлива и в тех случаях, когда на тело действует переменная сила и оно движется по криволинейной траектории.

СВОЙСТВА КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ. Укажем ряд свойств кинетической энергии движущегося тела.

1. Кинетическая энергия отдельного тела определяется его массой и скоростью, поэтому она не зависит от того, взаимодействует это тело с другими телами или нет.

2. Значение кинетической энергии движущегося тела зависит от выбора системы отсчёта, как и значение скорости.

3. Кинетическая энергия системы тел равна сумме кинетических энергий отдельных тел, входящих в эту систему.

4. Кинетическая энергия тела не может быть отрицательной.

---

[*] От греч. *kinetikos* — приводящий в движение.

Существенно, что при доказательстве теоремы об изменении кинетической энергии мы использовали лишь определение работы силы и второй закон Ньютона. Никаких предположений о характере сил взаимодействия между телами не было сделано. Это могли быть силы тяготения, силы упругости или силы трения.

1. Что характеризует механическая энергия? 2. Какую физическую величину называют кинетической энергией движущегося тела? 3. Сформулируйте теорему об изменении кинетической энергии. 4. Может ли изменение кинетической энергии тела быть: а) отрицательным; б) положительным; в) равным нулю? 5. Какие свойства кинетической энергии вам известны?

1. Изменится ли кинетическая энергия тела (материальной точки), если оно изменит направление своего движения на противоположное? Будет ли при этом изменяться импульс этого тела?
2. Немецкий учёный Готфрид Лейбниц (1646—1716) ввёл в физику понятия «живая сила» и «мёртвая сила». «Живую силу» он определил как произведение массы движущегося тела на квадрат его скорости, а «мёртвую силу» — как силу, которая не производит движения, а обеспечивает лишь стремление к движению. По Лейбницу «мёртвая сила» равна произведению массы движущегося тела на его скорость. Как в современной физике называют данные величины?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Пуля летит с некоторой начальной скоростью, модуль которой равен v_0. Она пробивает закреплённую доску толщиной 3,6 см и продолжает полёт со скоростью, модуль которой равен $0{,}8v_0$. Определите максимальную толщину доски, которую пуля может пробить.

Дано:	СИ:	Решение:
$d = 3{,}6$ см $v = 0{,}8v_0$	$3{,}6 \cdot 10^{-2}$ м	*I случай* (рис. 4.26, *а*): после того как пуля пробила доску, её скорость $v = 0{,}8v_0$.
d_{max} — ?		

а б

Рис. 4.26

По теореме об изменении кинетической энергии: $A = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$.

$$\Delta E_k = A(F_{сопр}) + A(N) + A(mg),$$

$$\frac{m(0{,}8v_0)^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = -F_{сопр} \cdot d, \quad -\frac{0{,}36mv_0^2}{2} = -F_{сопр} \cdot d.$$

Отсюда

$$F_{сопр} = 0{,}18\frac{mv_0^2}{d}.$$

2 случай (рис. 4.26, *б*): после того как пуля пробила доску максимальной толщины, она остановилась, её скорость $v = 0$.
По теореме об изменении кинетической энергии:

$$\Delta E_k = A(F_{сопр}) + A(N) + A(mg),$$

$$0 - \frac{mv_0^2}{2} = -F_{сопр} \cdot d_{max}.$$

Отсюда

$$d_{max} = \frac{mv_0^2}{2F_{сопр}}.$$

Подставляя в эту формулу выражение для силы сопротивления, получим:

$$d_{max} = \frac{d}{0{,}36}; \quad d_{max} = \frac{3{,}6 \cdot 10^{-2}}{0{,}36} \text{ м} = 0{,}1 \text{ м} = 10 \text{ см}.$$

Ответ: $d_{max} = 10$ см.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Модуль скорости свободно падающего тела массой 4 кг на некотором участке пути увеличился от 2 до 8 м/с. Найдите работу постоянной силы тяжести на этом участке пути.

2. Пуля массой 10 г, выпущенная под углом 60° к горизонту, в верхней точке траектории имеет кинетическую энергию, равную 800 Дж. Определите начальную скорость движения пули. Сопротивлением воздуха пренебречь.

3. Тело массой 500 г брошено в горизонтальном направлении со скоростью, равной 20 м/с. Найдите кинетическую энергию тела в конце второй секунды движения.

4. Брусок массой 1,5 кг лежит на горизонтальной поверхности. В него попадает пуля, летевшая в горизонтальном направлении, и пробивает его. Масса пули равна 9 г, скорость движения пули перед ударом равна 800 м/с, а после вылета из бруска — 150 м/с. Какой путь прой-

дёт брусок до остановки, если коэффициент трения скольжения бруска о поверхность равен 0,2? Смещением бруска во время удара пренебречь.

§ 29 ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ. Механическая энергия характеризует не только движение тел, но и их взаимодействие. В связи с этим, наряду с кинетической энергией, вводят понятие потенциальной* энергии.

Взаимодействующие тела или части одного и того же тела обладают энергией, называемой потенциальной.

Мы уже знаем, что силы могут быть разными, поэтому нужно изучить различные системы тел, обладающие потенциальной энергией. Мы ограничимся лишь наиболее простыми из них.

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТЕЛА И ЗЕМЛИ. Рассмотрим работу силы взаимодействия между телами системы, состоящей из земного шара и поднятого над поверхностью Земли тела (например, камня). При небольших расстояниях от поверхности Земли эту силу можно считать постоянной и равной $\vec{F} = m\vec{g}$.

Вычислим работу A этой силы при перемещении камня вверх вдоль прямой BC (рис. 4.27). Начальная точка B траектории его движения находится на высоте h_1 над Землёй, а конечная точка C траектории — на высоте h_2. Ось OY направим вертикально вверх, а ось OX вдоль поверхности Земли.

Работа силы $\vec{F}$ будет равна

$$A = F_r|\Delta\vec{r}| = mg|\Delta\vec{r}|\cos\alpha =$$
$$= -mg|\Delta\vec{r}|\cos(180° - \alpha) = -mg\Delta y.$$

Так как $\Delta y = h_2 - h_1$ (см. рис. 4.27), то

$$A = -(mgh_2 - mgh_1). \qquad (1)$$

При движении камня вверх сила тяжести совершает отрицательную работу. Если камень движется вниз, то работа будет положительной.

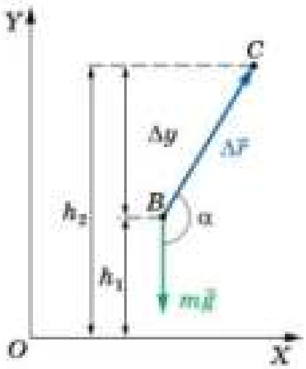


Рис. 4.27

* От лат. *potentia* — возможность.

Работой силы, действующей на Землю со стороны камня, можно пренебречь, так как перемещение Земли ничтожно мало из-за её огромной массы. Тогда работу постоянной силы тяжести можно представить в виде разности двух значений величины, зависящей от взаимного расположения тела и Земли.

Физическую величину, равную произведению массы m тела, ускорения свободного падения g и высоты h тела над поверхностью Земли, называют потенциальной энергией E_p взаимодействия тела и Земли.

$$E_p = mgh. \qquad (2)$$

С учётом определения (2) выражение для работы силы (1) можно записать в виде:

$$A = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p.$$

Работа постоянной силы тяжести равна изменению потенциальной энергии системы взаимодействующих тел, взятому с противоположным знаком.

Когда сила тяжести совершает отрицательную работу, то потенциальная энергия увеличивается: $E_{p2} > E_{p1}$. При совершении положительной работы потенциальная энергия, напротив, уменьшается: $E_{p2} < E_{p1}$.

Из выражения (1) видно, что работа силы тяжести определяется лишь изменением высоты $h_2 - h_1$ тела над поверхностью Земли, но *не зависит от его перемещения* в горизонтальном направлении. Это справедливо не только для работы при перемещении тела вдоль прямой, но и для работы на произвольном участке пути.

*Работа силы тяжести не зависит от формы траектории и определяется только начальным и конечным положениями тела**. На замкнутой траектории работа силы тяжести равна нулю, так как изменение потенциальной энергии при этом равно нулю.

РАБОТА СИЛЫ УПРУГОСТИ. Определим работу, которую совершает растянутая пружина при перемещении прикреплённого к ней тела. На рисунке 4.28, *а* показана пружина, у которой один конец неподвижно закреплён, а к другому её концу прикреплён шар.

Если пружина растянута (рис. 4.28, *б*), то она действует на шар с силой $\vec{F}_1$, направленной к положению равновесия шара, в котором пружина

---

* Потенциальную энергию двух тел, взаимодействующих друг с другом посредством сил всемирного тяготения, можно определить следующим образом:

$$E_p = -G\frac{m_1 m_2}{r}.$$

не деформирована. Начало отсчёта оси OX совместим с концом пружины в нерастянутом состоянии.

Вычислим работу силы упругости при перемещении шара из точки с координатой x_1 в точку с координатой x_2. Из рисунка 4.28, *в* видно, что модуль перемещения пружины $|\Delta\vec{r}| = x_1 - x_2$.

При упругой деформации пружины модуль силы упругости изменяется линейно с изменением координаты (в соответствии с законом Гука): $F = k|x|$.

Для вычисления работы силы упругости воспользуемся графиком зависимости модуля этой силы от координаты шара (рис. 4.29). Работу силы упругости при перемещении $|\Delta\vec{r}| = x_1 - x_2$ можно считать численно равной площади трапеции $BCDM$. Обозначив через F_1 модуль силы упругости в начальном состоянии шара, а через F_2 — в его конечном состоянии, получим

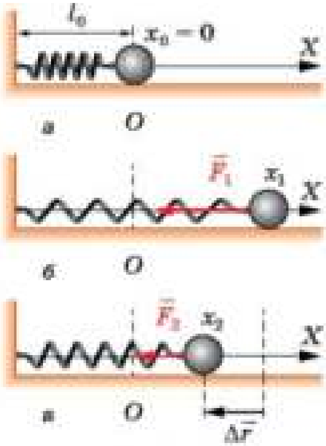


Рис. 4.28

$$A = \frac{F_1 + F_2}{2}(x_1 - x_2).$$

С учётом того, что $F_1 = kx_1$ и $F_2 = kx_2$, можно записать

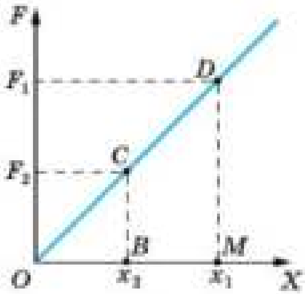


Рис. 4.29

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}.$$

Таким образом, работа силы упругости равна изменению величины $E_p = \frac{kx^2}{2}$, взятому с противоположным знаком

$$\boldsymbol{A = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right).}$$

Можно доказать, что данное выражение для работы силы упругости справедливо независимо от того, по какой траектории движется конец пружины между начальным и конечным положениями. Работа силы упругости зависит только от начальной и конечной деформаций пружины (x_1 и x_2).

Величина $E_p = \frac{kx^2}{2}$ представляет собой потенциальную энергию деформированной пружины (x — величина деформации).

ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ СИЛЫ. Из рассмотренных примеров видно, что существует особый класс сил, которые называют *потенциальными* (или *консервативными*) *силами*.

Силы, работа которых не зависит от формы траектории, а определяется только начальным и конечным положениями (координатами) материальной точки, называют потенциальными силами.

Работа любой потенциальной силы вдоль замкнутой траектории всегда равна нулю. В курсе физики 10 класса рассматриваются следующие виды потенциальных сил: а) гравитационные силы (сила тяжести); б) сила упругости (если она подчиняется закону Гука); в) архимедова сила (в случае, если среда однородна и тело полностью погружено); г) кулоновская (электростатическая) сила.

Системы, в которых действуют только потенциальные силы, называют потенциальными или консервативными.

Работа консервативных сил всегда может быть представлена как изменение потенциальной энергии, взятое с противоположным знаком:

$$A = -\Delta E_p = -(E_{p2} - E_{p1}). \qquad (3)$$

НУЛЕВОЙ УРОВЕНЬ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ. Работа определяет лишь изменение потенциальной энергии, поэтому только изменение энергии в механике имеет физический смысл. Следовательно, можно произвольно выбрать состояние системы, в котором её потенциальная энергия считается равной нулю. Этому состоянию соответствует *нулевой уровень потенциальной энергии*. При этом важна лишь разность значений потенциальной энергии в конечном и начальном состояниях системы тел.

Обычно в качестве состояния с нулевой потенциальной энергией выбирают состояние системы с *минимальной энергией*. В этом случае потенциальная энергия системы всегда положительна. У пружины потенциальная энергия минимальна в отсутствие деформации, а у камня — когда он лежит на поверхности Земли. Поэтому в первом случае можно записать: $E_p = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$ (рис. 4.30), а во втором случае — $E_p = mgh$ (рис. 4.31). К данным выражениям можно добавить любую постоянную величину C, и это ничего не изменит. Можно считать, что $E_p = \frac{k(\Delta l)^2}{2} + C$ и $E_p = mgh + C$.

Отсюда следует важный вывод: так как расстояния во всех системах отсчёта, движущихся и неподвижных, одни и те же, потенциальная энергия не зависит от выбора системы отсчёта. При этом потенциальная энергия зависит от выбора нулевого уровня.

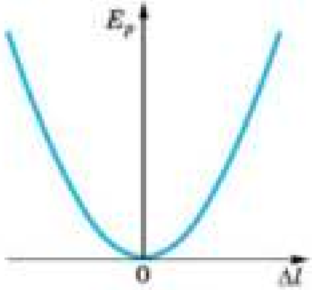


Рис. 4.30

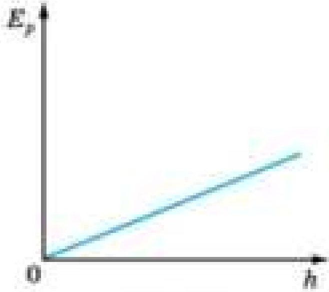


Рис. 4.31

ОТЛИЧИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ ОТ КИНЕТИЧЕСКОЙ. Обсудим различия между кинетической и потенциальной энергиями.

1. Кинетическая энергия — величина, относящаяся к одному телу, а потенциальная энергия — это всегда энергия взаимодействия, по меньшей мере, двух тел (или частей одного тела) друг с другом. Понятие потенциальной энергии относится к системе тел, а не к одному телу. Если в системе имеется несколько тел, то полная потенциальная энергия системы равна сумме потенциальных энергий всех пар взаимодействующих тел (любое тело взаимодействует с каждым из остальных, входящих в систему).

2. Понятие потенциальной энергии имеет смысл для таких систем, в которых силы взаимодействия консервативны, т. е. зависят лишь от расстояния между телами или их частями. Соответственно и потенциальная энергия зависит от расстояния между телами или их частями: от высоты камня, поднятого над поверхностью Земли, от удлинения пружины, от расстояния между материальными точками.

Во всех случаях справедливо следующее утверждение.

Изменение потенциальной энергии двух тел, взаимодействующих с силами, зависящими только от расстояния между телами, равно работе этих сил, взятой со знаком «минус».

Кроме того, положительная работа внутренних сил системы всегда приводит к увеличению кинетической энергии, но обязательно уменьшает потенциальную энергию: $\Delta E_k = A$, но $\Delta E_p = -A$.

Таким образом, кинетическая энергия движущегося тела всегда положительна, а потенциальная энергия системы взаимодействующих тел может быть как положительной, так и отрицательной.

3. Изменение кинетической энергии равно работе всех действующих на тело сил, а изменение потенциальной энергии равно (со знаком «минус») работе только консервативных сил (но не сил трения, зависящих от скорости).

4. И потенциальная, и кинетическая энергия являются функциями состояния системы, т. е. они точно определены, если известны координаты и скорости всех тел системы.

1. Какую физическую величину называют потенциальной энергией взаимодействия тела и Земли? 2. Чему равна работа: а) постоянной силы тяжести; б) постоянной силы упругости? 3. От чего зависит потенциальная энергия упруго деформированной пружины? 4. Какие силы называют потенциальными (консервативными)? Приведите примеры таких сил.

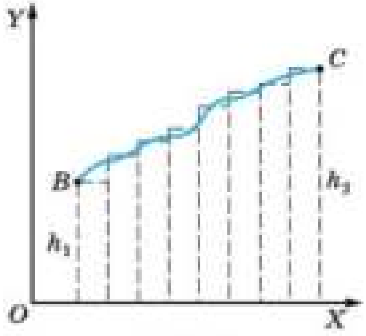


Рис. 4.32

1. Относятся ли силы трения к потенциальным силам? Ответ обоснуйте.
2. Совершает ли работу сила тяжести в следующих случаях: а) шар свободно падает; б) шар катится по горизонтальной поверхности; в) шар катится после толчка по наклонной плоскости вниз?
3. Покажите, используя рисунок 4.32, что работу силы тяжести при перемещении тела на произвольном участке пути можно определить по формуле (1).

§ 30 ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ. В замкнутой системе тел положительная работа внутренних сил увеличивает кинетическую энергию, но при этом уменьшает потенциальную энергию. Отрицательная работа, напротив, увеличивает потенциальную энергию и уменьшает кинетическую. Именно благодаря этому выполняется закон сохранения механической энергии.

Обратимся к уже рассмотренной нами системе взаимодействующих тел, состоящей из земного шара и поднятого над поверхностью Земли тела (например, камня).

Под действием силы тяжести камень падает вниз. Силу сопротивления воздуха при движении камня учитывать не будем. Работа, совершаемая постоянной силой тяжести при перемещении камня из одной точки в другую, равна изменению (увеличению) кинетической энергии камня:

$$A = \Delta E_k. \qquad (1)$$

В то же время эта работа равна уменьшению потенциальной энергии системы:

$$A = -\Delta E_p. \qquad (2)$$

Так как в выражениях (1) и (2) левые части одинаковы, то равны между собой и их правые части:

$$\Delta E_k = -\Delta E_p. \qquad (3)$$

Равенство (3) означает, что увеличение кинетической энергии равно убыли потенциальной энергии системы (или наоборот). Отсюда следует, что

$$\Delta E_k + \Delta E_p = 0,$$

$$\Delta(E_k + E_p) = 0. \qquad (4)$$

Изменение суммы кинетической и потенциальной энергии равно нулю.

Величину E, равную сумме кинетической и потенциальной энергии системы тел, называют механической энергией системы.

$$E = E_k + E_p. \qquad (5)$$

Так как изменение механической энергии, согласно (4), равно нулю, то механическая энергия системы остаётся постоянной (сохраняется).

$$\boldsymbol{E = E_k + E_p = \text{const}}. \qquad (6)$$

В замкнутой системе тел, в которой действуют только потенциальные силы, механическая энергия не изменяется (сохраняется).

В этом состоит *закон сохранения механической энергии*.

Механическая энергия не создаётся и не уничтожается, а только превращается из одной формы в другую: из кинетической в потенциальную или наоборот.

Для рассматриваемого примера закон сохранения механической энергии можно записать в виде:

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const}, \text{ или } \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2.$$

Это уравнение позволяет найти модуль скорости камня v_2 на любой высоте h_2 над Землёй, если известен модуль начальной скорости v_1 камня на исходной высоте h_1.

Закон сохранения механической энергии (6) можно обобщить для любого числа тел и любых потенциальных сил взаимодействия между ними. Тогда под E_k нужно понимать сумму кинетических энергий всех тел системы, а под E_p — полную потенциальную энергию системы.

ИЗМЕНЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ СИСТЕМЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНИХ СИЛ. Пусть система взаимодействующих тел (Земля и камень, поднятый над её поверхностью) незамкнута. На камень действует внешняя сила $\vec{F}$.

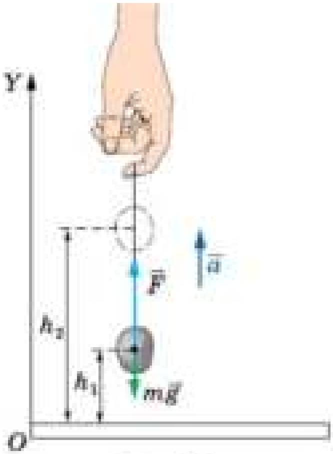


Рис. 4.33

В данном случае происхождение этой силы не имеет значения. Это может быть, в частности, сила упругости верёвки, привязанной к камню (рис. 4.33). Тогда согласно второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g}. \qquad (7)$$

Пусть за некоторый промежуток времени камень переместится вертикально вверх на расстояние $\Delta y = h_2 - h_1$, а модуль его скорости увеличится от v_1 до v_2.

Записав уравнение (7) в проекциях на ось OY, с учётом равенства $\Delta y = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$ получим:

$$m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2\Delta y} = F - mg,$$

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} + mgh_2 - mgh_1 = F(h_2 - h_1),$$

$$\Delta E_k + \Delta E_p = \Delta E = A_{вн}.$$

Изменение механической энергии равно работе внешних сил. Можно показать, что данный вывод справедлив для любого числа тел, взаимодействующих посредством консервативных сил.

УМЕНЬШЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ СИСТЕМЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ ТРЕНИЯ. Если в системе действуют силы трения, то работа этих сил должна учитываться так же, как и работа внешних сил, несмотря на то, что силы трения могут быть внутренними. Для замкнутой системы, в которой между телами действуют силы трения, изменение механической энергии равно работе сил трения: $E_2 - E_1 = A_{тр}$.

Хотя силы трения могут совершать и положительную работу, суммарная работа сил трения внутри системы всегда отрицательна.

Рассмотрим следующий пример. Найдём изменение кинетической энергии в системе, состоящей из тележки массой M, движущейся без трения со скоростью $\vec{v}_0$ по гладкой горизонтальной поверхности, и кирпича массой m, положенного на тележку в начальный момент времени (рис. 4.34). Пусть кирпич сначала скользит по тележке и проходит относительно неё расстояние l.

После этого кирпич движется вместе с тележкой. Коэффициент трения скольжения кирпича о поверхность тележки равен μ. За время t тележка пройдёт относительно Земли путь s, а скользящий по ней кирпич пройдёт путь $s - l$. После этого они будут двигаться с одинаковой скоростью. Сила трения скольжения, равная по модулю $F_1 = \mu mg$, совершит над кирпичом

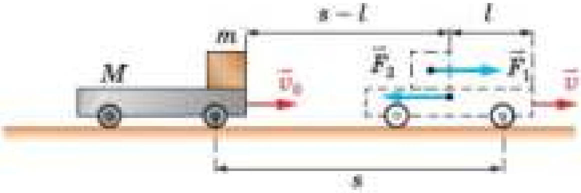


Рис. 4.34

положительную работу, которая увеличит кинетическую энергию кирпича:

$$A_1 = \mu mg(s - l) = \Delta E_{k1} = \frac{mv^2}{2}. \qquad (8)$$

Работа силы трения $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$, действующей на тележку, будет отрицательной, что вызовет уменьшение кинетической энергии тележки:

$$A_2 = -\mu mgs = \Delta E_k = \frac{Mv^2}{2} - \frac{Mv_0^2}{2}. \qquad (9)$$

Складывая почленно уравнения (8) и (9), получим:

$$\frac{(m + M)v^2}{2} - \frac{Mv_0^2}{2} = -\mu mgl.$$

Убыль кинетической энергии системы равна работе силы трения на пути, равном относительному перемещению кирпича и тележки. Этот вывод имеет общее значение. *Работа сил трения, действующих внутри системы, всегда отрицательна и механическая энергия в замкнутой системе тел убывает*: $\Delta E = A_{тр} < 0$.

Убывание механической энергии не означает, что эта энергия исчезает бесследно. В действительности происходит переход энергии из механической формы в другие. Обычно при работе сил трения скольжения тела нагреваются, или, как говорят, увеличивается их внутренняя энергия. Нагревание тел при действии сил трения легко обнаружить. Для этого, например, достаточно энергично потереть монету о стол.

С повышением температуры увеличивается кинетическая энергия теплового (хаотического) движения молекул. Следовательно, при действии сил трения кинетическая энергия тела, движущегося как целое, превращается в кинетическую энергию хаотически движущихся молекул.

1. Какую физическую величину называют механической энергией системы? 2. Сформулируйте закон сохранения механической энергии. 3. При каких условиях выполняется закон сохранения механической энергии? 4. Как изменяется механическая энергия системы при действии в ней неконсервативных сил (сил трения)? 5. В какой вид энергии преобразуется часть механической энергии системы при трении взаимодействующих тел?

1. Камень и теннисный мяч ударяют палкой. Почему мяч при прочих равных условиях летит дальше камня?
2. Как бросить мяч на пол, чтобы он подпрыгнул выше уровня, с которого был брошен?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Камень массой 100 г, брошенный вертикально вверх с начальной скоростью 15 м/с, достиг максимальной высоты 10 м. Определите работу сил сопротивления воздуха на этом участке.

Дано:	СИ:
$m = 100$ г	0,1 кг
$v_0 = 15$ м/с	
$h = 10$ м	
$g = 9{,}8$ м/с^2	
$A(F_{сопр})$ — ?	

Решение:

На участке *1—2* траектории (рис. 4.35) действуют неконсервативные силы сопротивления воздуха. Запишем выражение для изменения механической энергии:

$$E_2 - E_1 = A(F_{сопр}),$$

$$A(F_{сопр}) = mgh - \frac{mv_0^2}{2}.$$

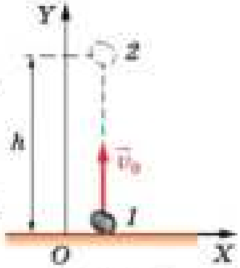


Рис. 4.35

Подставляя числовые данные, получим:

$$A(F_{сопр}) = \left(0{,}1 \cdot 9{,}8 \cdot 10 - \frac{0{,}1 \cdot 15^2}{2}\right) \text{Дж} = -1{,}45 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A(F_{сопр}) = -1{,}45$ Дж.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Тело (материальная точка) брошено под углом к горизонту со скоростью, равной 20 м/с. Найдите скорость мяча на высоте, равной 10 м над поверхностью Земли. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. С какой начальной скоростью нужно бросить мяч с высоты 2 м, чтобы он подпрыгнул на высоту, равную 4 м? Считать, что при ударе скорость тела изменяет своё направление на противоположное, но не изменяет модуль скорости. Сопротивление воздуха не учитывать, трением при движении пренебречь.

3. Пружинный пистолет стреляет шариками вертикально вверх. Масса шарика равна 2,25 г. На какую высоту пистолет выстрелит шарик относительно поверхности Земли, если жёсткость пружины равна 90 Н/м, а деформация пружины — 3 см? С какой скоростью шарик

вылетает из пистолета? Массой пружины и сопротивлением воздуха пренебречь.

4. Самолёт массой 2 т движется в горизонтальном направлении со скоростью, равной 50 м/с в ИСО. Находясь на высоте 1200 м, он переходит на снижение при выключенном двигателе. Пройдя планирующим полётом 8 км, самолёт достигает взлётной полосы, имея скорость 25 м/с. Определите среднее значение силы сопротивления воздуха во время планирующего полёта самолёта.

5. К нижнему концу вертикально висящей лёгкой невесомой пружины жёсткостью 10 Н/см подвесили груз массой 3 кг и отпустили без начальной скорости. Определите максимальное растяжение пружины. Трением при движении пренебречь.

6. Груз подвешен с помощью резинового жгута, первоначальная длина которого равна l_0. Жёсткость жгута равна k. Груз поднимают до точки крепления жгута и отпускают. Определите максимальное удлинение жгута в процессе движения. Трением при движении пренебречь.

§ 31 АБСОЛЮТНО УПРУГОЕ И АБСОЛЮТНО НЕУПРУГОЕ СОУДАРЕНИЯ ТЕЛ

АБСОЛЮТНО УПРУГИЙ УДАР. Применим закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии для исследования различных столкновений (ударов) тел.

Под абсолютно упругим ударом понимают такой удар, при котором механическая энергия соударяющихся тел сохраняется.

При этом важно, чтобы силы взаимодействия между телами зависели только от деформаций, но не от скоростей их движения друг относительно друга. Если начальные скорости шаров направлены по линии, соединяющей их центры (рис. 4.36), то удар называют *центральным*.

Если в замедленном режиме просмотреть видеофрагмент об абсолютно упругом взаимодействии двух тел (например, бильярдных шаров*), то

* Соударение бильярдных шаров (рис. 4.37) можно считать абсолютно упругим ударом с достаточно высокой степенью приближения. В реальных условиях часть полной механической энергии при ударе преобразуется в энергию звуковых волн, во внутреннюю энергию взаимодействующих тел. При соударении бильярдных шаров потери энергии незначительны, и ими можно пренебречь при решении задач.

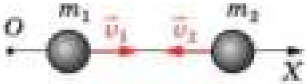


Рис. 4.36


Рис. 4.37

можно увидеть две фазы взаимодействия тел. В первой фазе соударения кинетическая энергия поступательного движения тел частично или полностью переходит в потенциальную энергию упруго деформированных шаров и в конце этой фазы относительная скорость тел становится равной нулю.

Во второй фазе тела восстанавливают свою первоначальную форму, и потенциальная энергия упруго деформированных шаров вновь переходит в кинетическую энергию тел (которую они имели до удара). В этом случае справедлив закон сохранения механической энергии. Отметим, что закон сохранения импульса справедлив как для абсолютно неупругого (о нём расскажем далее), так и для абсолютно упругого ударов.

Найдём скорости шаров после центрального абсолютно упругого удара. Обозначим массы шаров через m_1 и m_2, их скорости до удара через $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, а после удара — $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$. Будем считать шары материальными точками. При этом не будем учитывать силы трения в системе.

До удара первый шар двигался в положительном направлении оси X, а второй шар — в противоположном направлении. Поэтому проекции их скоростей на эту ось будут равны

$$v_{1x} = v_1,\ v_{2x} = -v_2.$$

Учитывая данные выражения, запишем законы сохранения импульса и механической энергии в проекциях на ось OX:

$$m_1v_1 - m_2v_2 = m_1u_{1x} + m_2u_{2x};$$

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1u_{1x}^2}{2} + \frac{m_2u_{2x}^2}{2}.$$

Данную систему уравнений можно переписать в виде:

$$m_1(v_1 - u_{1x}) = m_2(v_2 + u_{2x}); \qquad (1)$$

$$m_1(v_1^2 - u_{1x}^2) = m_2(u_{2x}^2 - v_2^2). \qquad (2)$$

Разделим уравнение (2) на уравнение (1):

$$v_1 + u_{1x} = u_{2x} - v_2. \qquad (3)$$

Теперь умножим уравнение (3) на m_2 и вычтем полученный результат из уравнения (1):

$$u_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)v_1 - 2m_2v_2}{m_1 + m_2}. \tag{4}$$

В результате аналогичных математических преобразований можно получить:

$$u_{2x} = \frac{(m_1 - m_2)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}. \tag{5}$$

Рассмотрим полученное решение для двух частных случаев.

1. Второй шар до удара покоился ($v_2 = 0$), тогда

$$u_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}, \quad u_{2x} = \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2}.$$

При $m_1 > m_2$ первый шар продолжает двигаться в том же направлении, что и до удара, но с меньшей скоростью. Если $m_1 < m_2$, то первый шар после удара отскакивает назад. Второй шар в обоих случаях будет двигаться в ту же сторону, куда двигался до удара первый шар.

2. Оба шара имеют одинаковую массу, тогда

$$u_{1x} = \frac{-2mv_2}{2} = -v_2, \quad u_{2x} = \frac{2mv_1}{2m} = v_1.$$

В результате абсолютно упругого соударения шары обмениваются скоростями. Полученные формулы справедливы не только для столкновения макроскопических тел, но и в широких пределах для атомов и элементарных частиц.

АБСОЛЮТНО НЕУПРУГИЙ УДАР. Примерами абсолютно неупругого соударения тел являются попадание ружейной пули в движущийся ящик с песком, автосцепка вагонов, столкновение тележки с пластилиновым или глиняным шариком.

> **Если после соударения тела соединяются вместе и движутся с одинаковой общей скоростью, то такой удар называют абсолютно неупругим.**

При абсолютно неупругом ударе тел возникают силы взаимодействия, пропорциональные скорости изменения деформаций тел. При выравнивании скоростей тел, т. е. при исчезновении скорости одного тела относительно другого, деформации тел перестают изменяться и силы исчезают. Тела как бы «слипаются» и движутся вместе как единое целое (в частности скорость совместного движения может быть равной нулю). В результате часть механической энергии переходит в другие формы энергии, и поэтому закон сохранения механической энергии не может быть использо-

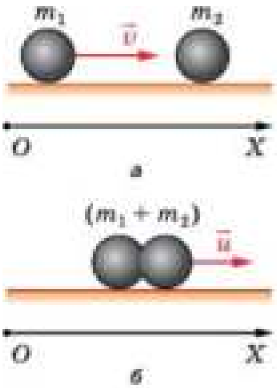


Рис. 4.38

ван. В связи с этим мы будем применять закон сохранения импульса, считая рассматриваемые в задаче тела материальными точками. При этом мы не будем учитывать изменение формы и размеров тел до и после взаимодействия.

Предположим, что шар массой m_1, движущийся по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью $\vec{v}$, сталкивается с неподвижным шаром массой m_2. В результате абсолютно неупругого взаимодействия шары «слипаются» и движутся как единое целое. Определим долю механической энергии, перешедшей в немеханическую форму, и скорость совместного движения шаров при центральном абсолютно неупругом ударе.

На рисунке 4.38, *а* показано состояние системы до взаимодействия, а на рисунке 4.38, *б* — после взаимодействия. Так как сумма проекций внешних сил (сил тяжести и сил реакций опоры) на ось OX в момент взаимодействия равна нулю, то можно применить закон сохранения импульса в проекции на ось OX и записать выражения для проекций импульсов системы до ($p_{нx}$) и после ($p_{кx}$) взаимодействия:

$$p_{нx} = p_{кx} \Rightarrow m_1 v_1 + 0 = (m_1 + m_2)u.$$

Отсюда

$$u = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Используя закон сохранения энергии, запишем:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} + W',$$

где W' — энергия, перешедшая при ударе в немеханическую форму (внутреннюю энергию).

Доля этой энергии по отношению к первоначальной механической энергии W:

$$\frac{W'}{W} = \frac{\frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2}}{\frac{m_1 v_1^2}{2}} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{1 + \frac{m_1}{m_2}}.$$

Из последнего соотношения следует, что если второй шар обладает очень большой массой по сравнению с массой первого шара ($m_2 \gg m_1$), то $\frac{W'}{W} \approx 1$, т. е. вся первоначальная механическая энергия переходит в немеханическую форму (внутреннюю энергию).

1. Какой удар тел называют: а) центральным; б) абсолютно упругим; в) абсолютно неупругим? 2. Приведите примеры абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов. 3. Какие законы сохранения можно использовать при решении задач: а) на абсолютно упругий удар; б) абсолютно неупругий удар?

1. Резиновые баллоны автомашины, рессоры, вагонные буферы ослабляют толчки и удары. Почему?
2. Когда покоящийся шар приобретает бо́льшую скорость от другого такого же шара: при центральном упругом или неупругом ударе?
3. В книге Э. Распе «Приключения барона Мюнхгаузена» описывается такой случай: «Обе пушки грянули в один и тот же миг. Случилось то, чего я ожидал: в намеченной мною точке два ядра — наше и неприятельское — столкнулись с ужасающей силой, и неприятельское ядро полетело назад к испанцам... Наше ядро тоже не доставило им удовольствия...» Возможно ли описанное здесь явление?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В ящик массой 10 кг, подвешенный на параллельных нитях, попадает пуля массой 9 г, летящая горизонтально со скоростью 600 м/с, и застревает в нём. На какую высоту поднимется ящик после попадания пули? Сопротивление воздуха не учитывать, трением при движении пренебречь. Нити считать невесомыми и нерастяжимыми.

Дано:	СИ:	Решение:
$M = 10$ кг		Рассматриваемая в задаче ситуация схематично показана на рисунке 4.39.
$m = 9$ г	$9 \cdot 10^{-3}$ кг	Для абсолютно неупругого удара выполняется только закон сохранения импульса.
$v_0 = 600$ м/с		Запишем закон сохранения импульса в проекциях на ось OX:
$g = 9{,}8$ м/с^2		$mv_0 = (m + M)u$.
h — ?		

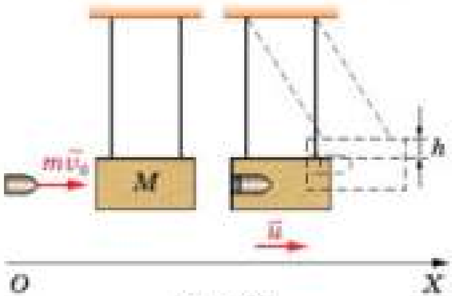


Рис. 4.39

Отсюда

$$u = \frac{mv_0}{m + M}.$$

Для ящика после удара выполняется закон сохранения механической энергии (сила натяжения нити работы не совершает, поскольку проекция этой силы на направление перемещения равна нулю).

$$\frac{(M + m)u^2}{2} = (M + m)gh.$$

Следовательно,

$$h = \frac{u^2}{2g} = \frac{m^2v_0^2}{2g(m + M)^2}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$h = \frac{(9 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 600^2}{2 \cdot 9{,}8 \cdot (9 \cdot 10^{-3} + 10)^2} \text{ м} \approx 0{,}015 \text{ м}.$$

Ответ: $h \approx 0{,}015$ м.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Пуля массой 20 г ударяет со скоростью, равной 400 м/с, в центр шара массой 5 кг, подвешенного на тонкой нити длиной 4 м, и упруго от него отскакивает. Определите угол, на который отклоняется нить. Сопротивление воздуха не учитывать, трением при движении пренебречь.

2. Идеально гладкий шар A, движущийся со скоростью $\vec{v}_0$, одновременно упруго сталкивается с двумя такими же, соприкасающимися между собой шарами B и C (рис. 4.40). Определите скорости шаров после столкновения.

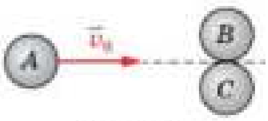


Рис. 4.40

3. Пуля массой 10 г, летящая со скоростью, равной 300 м/с, ударяет в подвешенный на тонких нитях деревянный брусок массой 6 кг и пробивает его. Определите высоту поднятия бруска и количество теплоты, выделившееся при этом.

4. Три одинаковых тела массой $m = 50$ г каждое расположены на горизонтальной плоскости вдоль одной линии. С крайним левым телом соударяется такое же тело, движущееся со скоростью $v = 20$ м/с вдоль линии, на которой расположены тела. Определите кинетическую энергию E_k системы тел после всех соударений, считая их абсолютно неупругими.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

1. На столе установлен трибометр. Попробуйте, не используя динамометр, определить коэффициент трения скольжения тела по доске трибометра. Для того чтобы проверить результат, установите трибометр наклонно и запустите брусок с известной высоты. Используя закон сохранения механической энергии, определите по величине тормозного пути коэффициент трения скольжения. Сравните результаты, полученные обоими способами.
2. Используя модель автомобиля, резиновый шнур, динамометр, нить, измерительную линейку и весы, измерьте тормозной путь модели автомобиля. Установите, зависит или нет тормозной путь автомобиля от его массы.
3. Проведите экспериментальное исследование механической системы, называемой «колыбель Ньютона» («маятник Ньютона»). Какие преобразования энергии происходят в данной системе? Будет ли для неё выполняться закон сохранения импульса?

Примерные темы рефератов и проектов

1. Реактивное движение в природе и технике.
2. Виды ракетных двигателей и их использование при движении самолётов и запуске искусственных спутников Земли.
3. Достижения отечественных учёных и конструкторов ракетной техники при запуске искусственных спутников Земли.
4. Закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии: из истории открытия, формулировки, примеры и границы применения.
5. Вычисление тормозного пути автомобиля.

Глава 5. СТАТИКА. ЗАКОНЫ ГИДРО- И АЭРОСТАТИКИ

Если тело, к которому приложены силы, покоится, то говорят, что оно находится в *равновесии*. Изучение условий равновесия тел имеет большое практическое значение в строительном деле, машиностроении, приборостроении и других областях техники.

Однако выяснить условия равновесия реальных тел непросто, так как под влиянием приложенных к ним сил такие тела изменяют свою форму и размеры, т. е. деформируются.

Во многих случаях, которые имеют место на практике, деформациями можно пренебречь и проводить расчёты так, как если бы тела были недеформируемыми, т. е. *абсолютно твёрдыми* (для краткости мы будем использовать термин «твёрдое тело»). Изучив условия равновесия абсолютно твёрдого тела, мы найдём условия равновесия реальных тел в тех случаях, когда их деформациями можно пренебречь по сравнению с размерами самих тел.

Раздел механики, в котором изучается равновесие абсолютно твёрдых тел, называют статикой.

В этой главе будут рассмотрены законы гидро- и аэростатики, которые применяют при создании различных воздушных и морских судов, а также в различных бытовых устройствах.

§ 32 УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ТВЁРДЫХ ТЕЛ

РАВНОВЕСИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ. Выясним, при каком условии материальная точка находится в равновесии. Поскольку материальная точка покоится, её ускорение равно нулю. Тогда, согласно второму закону Ньютона, $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = m \cdot 0 = 0$.

Таким образом, чтобы материальная точка оставалась в равновесии, векторная сумма всех сил, приложенных к точке, должна быть равна нулю.

ПЕРВОЕ УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ ТВЁРДОГО ТЕЛА. Очевидно, что твёрдое тело может покоиться только относительно определённой системы координат. В статике изучают условия равновесия твёрдых тел именно в такой системе. При равновесии скорости и ускорения всех участков (элементов) твёрдого тела равны нулю. Учитывая это, можно установить одно из необходимых условий равновесия твёрдых тел.

*Используя теорему о движении центра масс (см. § 26), можно показать, что внутренние силы не влияют на движение центра масс, так как их сумма всегда равна нулю. Движение центра масс тела (или системы тел) определяют лишь внешние силы. Так как при равновесии твёрдого тела ускорение всех его элементов равно нулю, то равно нулю и ускорение центра масс. Оно, в свою очередь, определяется векторной суммой внешних сил, приложенных к твёрдому телу:

$$m\vec{a}_c = m\frac{\Delta\vec{v}_c}{\Delta t} = \sum_i \vec{F}_i.$$

Поэтому при равновесии эта сумма должна равняться нулю.

Если сумма внешних сил равна нулю $\left(\sum_i \vec{F}_i = 0\right)$, то и ускорение центра масс $\vec{a}_c = 0$. Отсюда следует, что скорость центра масс $\vec{v}_c = \text{const}$. Если в начальный момент времени скорость центра масс равнялась нулю, то и в дальнейшем центр масс остаётся в покое. Полученное условие неподвижности центра масс является необходимым условием равновесия твёрдого тела.*

Это так называемое *первое условие равновесия твёрдого тела*.

Для равновесия твёрдого тела необходимо, чтобы сумма всех внешних сил, приложенных к нему, была равна нулю.

$$\sum_i \vec{F}_i = 0.$$

Если сумма сил равна нулю, то равна нулю и сумма проекций сил на все три оси координат. Обозначив внешние силы через $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ и т. д., запишем три уравнения, эквивалентных одному векторному уравнению:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \ldots = 0,$$
$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \ldots = 0,$$
$$F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + \ldots = 0.$$

При этом для равновесия твёрдого тела необходимо, чтобы начальная скорость центра масс была равна нулю.

ВТОРОЕ УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ ТВЁРДОГО ТЕЛА. Равенство нулю суммы внешних сил, действующих на твёрдое тело, необходимо для его равновесия, но недостаточно. При выполнении этого условия лишь центр масс с необходимостью будет покоиться. В этом нетрудно убедиться.

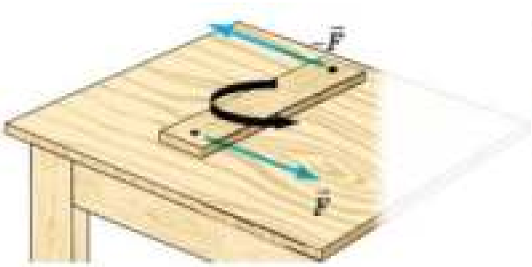


Рис. 5.1

Рис. 5.2

Приложим к доске в разных точках равные по модулю и противоположные по направлению силы так, как показано на рисунке 5.1 (две такие силы называют *парой сил*). Их сумма $\vec{F} + (-\vec{F}) = 0$. Но доска при этом будет поворачиваться. В покое находится только центр масс, если его начальная скорость (скорость до приложения сил) была равна нулю.

Точно так же две одинаковые по модулю и противоположные по направлению силы поворачивают руль велосипеда или автомобиля (рис. 5.2) вокруг оси вращения.

Понятно, что любое твёрдое тело находится в равновесии, когда сумма всех сил, действующих на каждый его элемент, равна нулю. Но если сумма внешних сил равна нулю, то сумма всех сил, приложенных к каждому элементу тела, может быть отличной от нуля. В этом случае твёрдое тело не будет находиться в равновесии. В рассмотренных примерах доска и руль не находятся в равновесии, так как сумма всех сил, действующих на отдельные элементы этих тел, не равна нулю. По этой причине тела вращаются.

Выясним, какое ещё условие, кроме равенства нулю суммы внешних сил, должно выполняться, чтобы тело не вращалось и находилось в равновесии. Для этого вспомним из курса физики основной школы понятие «момент силы». Допустим, к твёрдому телу приложены силы $\vec{F}_i$ и $\vec{F}_k$. Следует иметь в виду, что вращение тела вокруг оси могут вызывать лишь силы $\vec{F}_i$, лежащие в плоскости, перпендикулярной оси вращения (рис. 5.3). Силы же $\vec{F}_k$, направленные параллельно оси вращения, способны вызвать лишь перемещение тела вдоль оси. Момент M каждой силы $\vec{F}_i$ равен взятому со знаком «плюс» или «минус» произведению модуля этой силы на

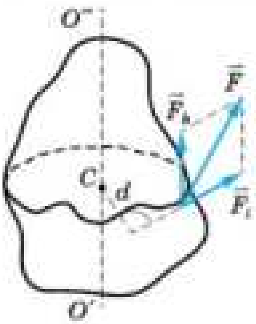


Рис. 5.3

плечо d, т. е. на длину отрезка перпендикуляра, опущенного из точки C оси на линию действия силы* $\vec{F}_1$.

Момент силы M равен произведению модуля F силы, вращающей тело, на плечо силы d.

В СИ момент силы измеряют в *ньютон-метрах* (Н · м).

Момент силы, вращающий тело вокруг данной оси против часовой стрелки, считается *положительным*, а по часовой стрелке — *отрицательным*.

Можно доказать, что

при равновесии твёрдого тела сумма моментов всех внешних сил, действующих на него относительно любой оси, равна нулю.

$$\sum_i M_i = 0.$$

В этом заключается *второе условие равновесия твёрдого тела*.

Для произвольного числа внешних сил условия равновесия твёрдого тела можно записать в следующем виде.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots = 0, \quad M_1 + M_2 + M_3 + \ldots = 0.$$

Таким образом, твёрдое тело будет оставаться в равновесии, если одновременно выполнены эти два условия.

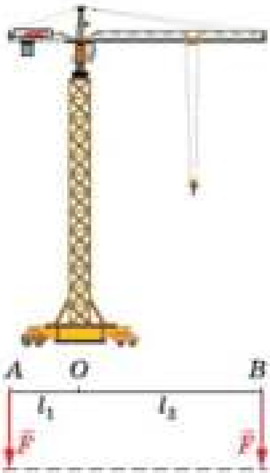


Рис. 5.4

1. Что изучает статика? 2. Какую физическую модель называют абсолютно твёрдым телом? 3. Какие силы определяют движение центра масс тела (или системы тел)? 4. В чём заключается: а) первое условие равновесия твёрдого тела; б) второе условие твёрдого тела? 5. Почему равенство нулю суммы внешних сил, действующих на твёрдое тело, необходимо для его равновесия, но недостаточно?

1. Длинный стержень легче удерживать в горизонтальном положении за середину, чем за его конец. Почему?

2. Почему находящийся в равновесии башенный кран (рис. 5.4) не падает в тот момент,

* *Линию, вдоль которой действует сила, называют линией действия этой силы.* Кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы называют *плечом этой силы* относительно данной оси.

когда он начинает поднимать груз? Ведь в момент начала подъёма возрастает сумма моментов сил, вращающих кран против часовой стрелки.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Цилиндр радиусом 20 см и массой 500 г необходимо вкатить на ступеньку высотой 16 см. Определите модуль минимальной горизонтальной силы F_1, которую следует для этого приложить к центру масс цилиндра. Найдите модуль минимальной негоризонтальной силы F_2, которую следует приложить к центру масс цилиндра для его вкатывания на ступеньку.

Дано:	СИ:
$R = 20$ см	0,2 м
$m = 500$ г	0,5 кг
$h = 16$ см	0,16 м
$g = 9{,}8$ м/с^2	
F_1 — ?	
F_2 — ?	

Решение:

1 случай: сила F_1 направлена горизонтально (рис. 5.5, *а*).

Определим моменты действующих сил относительно оси, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости рисунка.

$M(N) = 0$ (так как линия действия этой силы проходит через ось вращения);

$$M(F_1) = -F_1(R - h);\ M(mg) = mgd,$$

где d — плечо силы тяжести, действующей на цилиндр.

$$d = \sqrt{R^2 - (R - h)^2} = \sqrt{2Rh - h^2}.$$

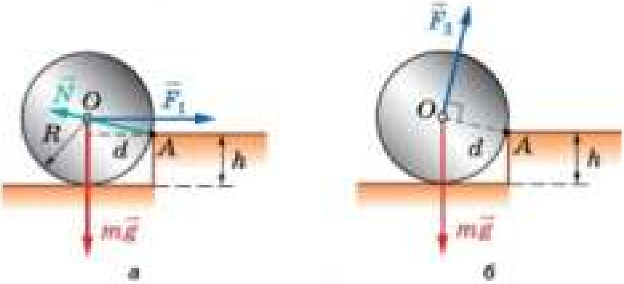


Рис. 5.5

Для подъёма на ступеньку момент $M(F_1)$, вращающий цилиндр вокруг оси A по часовой стрелке, должен быть по модулю не меньше момента $M(mg)$, вращающего цилиндр против часовой стрелки. Сила F_1 минимальна, если

$$|M(F_1)| = |M(mg)|,$$

$$F_1(R - h) = mg\sqrt{2Rh - h^2}.$$

Отсюда

$$F_1 = \frac{mg\sqrt{2Rh - h^2}}{R - h}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$F_1 = \frac{0{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot \sqrt{2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}16 - 0{,}16^2}}{0{,}2 - 0{,}16}\ \text{Н} = 24\ \text{Н}.$$

2 случай: сила направлена не горизонтально (рис. 5.5, *б*).

Вектор силы $\vec{F_2}$ направлен перпендикулярно прямой OA, так как в этом случае плечо силы максимально, а сама она минимальна.

Условие подъёма цилиндра на ступеньку остаётся прежним:

$$|M(F_2)| = |M(mg)|,$$

$$F_2R = mg\sqrt{2Rh - h^2}.$$

Отсюда $F_2 = \dfrac{mg\sqrt{2Rh - h^2}}{R}$.

С учётом числовых данных получим:

$$F_2 = \frac{0{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot \sqrt{2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}16 - 0{,}16^2}}{0{,}2}\ \text{Н} = 4{,}8\ \text{Н}.$$

Ответ: $F_1 = 24$ Н, $F_2 = 4{,}8$ Н.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Однородная балка массой 15 кг лежит на платформе так, что её конец свешивается на $\frac{1}{3}$ длины l. Какую минимальную силу нужно приложить к этому концу, чтобы противоположный конец балки начал подниматься (рис. 5.6)?
2. Тело массой 10 кг подвешено на двух невесомых нерастяжимых нитях, как показано на рисунке 5.7. Определите силы натяжения нитей, если угол $\alpha = 30°$.
3. Однородный шар радиусом 15 см и массой 5 кг висит, как показано на рисунке 5.8. Расстояние от точки крепления нити к стене до точки касания шара со стеной равно 30 см. Определите силу T натяжения нити и силу N реакции стены.

Рис. 5.6

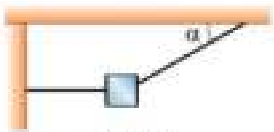


Рис. 5.7

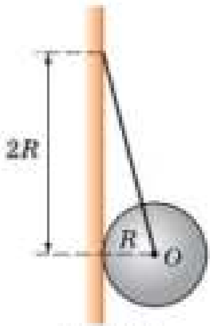


Рис. 5.8

4. К гладкой вертикальной стене привязана нить длиной 6 см. К нити подвешен шар массой 0,5 кг и радиусом 5 см. Найдите силу давления шара на стену.

5. Лестница опирается на гладкую вертикальную стенку, образуя с ней угол 30°. Нижний конец лестницы находится на шероховатом полу. При каком коэффициенте трения между лестницей и полом человек, взбирающийся вверх по лестнице, сможет достичь её вершины? Масса человека в 3 раза больше массы лестницы.

§ 33 ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ ТВЁРДОГО ТЕЛА. ВИДЫ РАВНОВЕСИЯ

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ ТВЁРДОГО ТЕЛА. Предварительные сведения о понятии центра тяжести вы уже получили в главе «Динамика». Найдём положение центра тяжести для наиболее простого случая, когда тело состоит из двух шаров различных масс, соединённых стержнем, массой которого можно пренебречь по сравнению с массами шаров. Кроме того, длину стержня будем считать значительно превышающей радиусы шаров. Тогда шары можно считать материальными точками (рис. 5.9, *а*). На материальные точки A и B, соединённые невесомым стержнем, действуют силы тяжести $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, параллельные друг другу. Геометрическая сумма этих сил представляет собой результирующую (равнодействующую) силу тяжести $\vec{F}_т$:

$$\vec{F}_т = \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

Она направлена к центру Земли, так же как и силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, а её модуль равен сумме модулей складываемых сил. Определим положение центра тяжести, т. е. точки приложения результирующей силы. Для этого мы

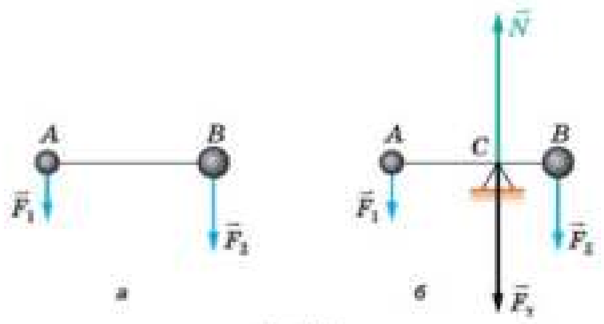


Рис. 5.9

будем использовать тот факт, что твёрдое тело, закреплённое на оси, проходящей через центр тяжести C, должно находиться в равновесии. Ведь относительно этой оси моменты сил тяжести и силы реакции опоры равны нулю, так как равны нулю плечи этих сил (рис. 5.9, *б*).

Согласно условию равновесия, можно записать:

$$F_1 d_1 - F_2 d_2 = 0,$$

где $d_1 = AC$ и $d_2 = CB$ — плечи сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$.

Отсюда

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}. \qquad (1)$$

Данное равенство определяет положение центра тяжести рассматриваемого тела. Точка приложения равнодействующей параллельных сил тяжести делит расстояние между точками приложения этих сил на отрезки, обратно пропорциональные модулям сил.

В случае, когда размеры тела малы по сравнению с расстоянием до центра земного шара, *центр тяжести совпадает с центром масс тела*.

ВИДЫ РАВНОВЕСИЯ ТВЁРДЫХ ТЕЛ. Мы изучили условия, при которых тело находится в равновесии. Познакомимся теперь с видами равновесия.

Пусть шарик покоится на дне вогнутой сферической чаши (рис. 5.10, *а*). Немного сместим шарик из положения равновесия. Если шарик отпустить, то он возвращается в первоначальное положение. Это означает, что положение равновесия является *устойчивым*.

Объяснить это можно так: в отклонённом положении сила тяжести и сила реакции опоры не уравновешивают друг друга. Возникающая равнодействующая сил $\vec{F}_1$ возвращает тело в первоначальное положение.

Сместим немного шарик, находящийся в равновесии на выпуклой поверхности, из положения равновесия (рис. 5.10, *б*). В этом случае шарик в положение равновесия не возвращается. Равнодействующая сил $\vec{F}_2$ на-

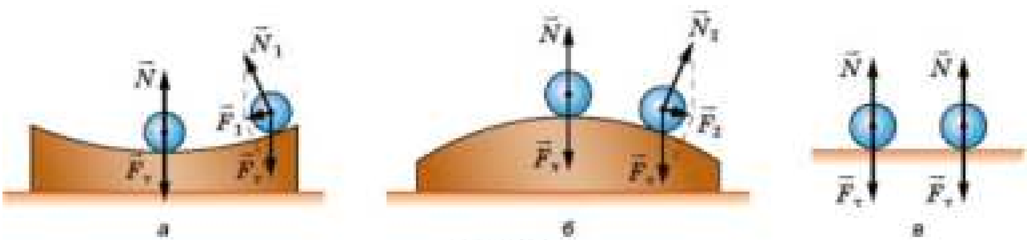


Рис. 5.10

правлена так, что она ещё дальше перемещает тело от положения равновесия. Такое равновесие тела является *неустойчивым*.

Если смещать шарик на гладкой горизонтальной поверхности, то он остаётся в равновесии. Такое равновесие тела называют *безразличным* (рис. 5.10, *в*). Оно сохраняется при всех смещениях и поворотах тела.

ПРИНЦИП МИНИМУМА ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ. Обратим внимание на следующий факт: в устойчивом положении центр тяжести твёрдого тела занимает наинизшее положение по сравнению со всеми возможными соседними положениями тела. Следовательно, потенциальная энергия в устойчивом положении равновесия минимальна.

На основании экспериментальных данных можно сделать следующий вывод: *устойчиво то положение твёрдого тела, в котором его потенциальная энергия имеет минимальное значение*.

На практике важно знать, насколько устойчиво равновесие тел, опирающихся на горизонтальную или наклонную поверхность, когда на них действует сила притяжения к Земле. Нужно быть уверенным, что, например, грузовой автомобиль не опрокинется на склоне холма (рис. 5.11). Устойчивым должен быть подъёмный кран, применяемый на стройках.

Выясним, в каком случае тело, опирающееся на поверхность, не упадёт. Для этого поставим на доску небольшую металлическую этажерку, к центру тяжести которой прикреплён отвес (рис. 5.12, *а*). Начнём постепенно поднимать край доски. Пока линия отвеса пересекает поверхность, ограниченную опорой, равновесие сохраняется (рис. 5.12, *б*). Но как только вертикаль, проходящая через центр тяжести, начнёт выходить за границы поверхности опоры, этажерка опрокидывается. Дело в том, что в этом случае момент силы тяжести относительно оси вращения (точка A на рис. 5.12, *в*) начнёт поворачивать этажерку по часовой стрелке, нарушая равновесие. До этого момент силы тяжести прижимал этажерку к опоре.

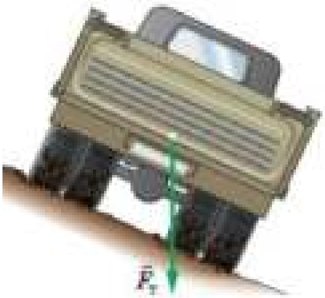


Рис. 5.11

а *б* *в*

Рис. 5.12

Итак, *для равновесия тела, находящегося на плоскости, необходимо, чтобы вертикаль, проходящая через центр тяжести тела, пересекала поверхность, ограниченную опорой.* Устойчивость равновесия тел на плоской поверхности тем больше, чем больше площадь опоры и ниже центр тяжести тела.

1. Какую точку называют центром тяжести? 2. В каком случае центр тяжести тела совпадает с его центром масс? 3. Какие виды равновесия твёрдых тел вам известны? Приведите примеры. 4. В каком положении потенциальная энергия взаимодействующих тел имеет минимальное значение? 5. При каких условиях тело, находящееся на наклонной или плоской поверхности, будет наиболее устойчиво?

1. Почему мяч не остаётся в покое на наклонной плоскости?
2. Как легче сдвинуть с места гружёную телегу: прилагая силу к корпусу телеги или к верхней части обода её колеса?
3. Стержень из проволоки подвешен на нити за середину. Останется ли он в равновесии, если один его конец согнуть вдвое?

Это любопытно…

Из истории развития физики и техники

Голландский учёный и инженер Симон Стевин (1548—1620) открыл закон равновесия сил на наклонной плоскости, не используя правило параллелограмма сил, а только с помощью чертежа. Наклонная плоскость на рисунке 5.13 изображена в виде прямоугольного треугольника с горизонтальной гипотенузой. Часть цепи, обвивающая гипотенузу, имеет бо́льшую длину и содержит большее число шаров, чем те её участки, которые прилегают к катетам.

Бо́льшая часть имеет больший вес, поэтому, казалось бы, вес цепи, прилежащей к большему катету, перетянет, и цепь придёт в движение. Но опыт показывает, что цепь, перекинутая указанным образом, сама не приходит в движение. Очевидно, два правых шара действительно уравновешиваются четырьмя левыми. Получается удивительная ситуация: два шара тянут с такой же силой, как и четыре!

Вечное движение Стевин считает невозможным, поэтому он полагает, что действие веса шаров на обоих катетах одинаково (нижняя часть роли не играет, она совершенно симметрична). Отсюда он делает вывод: сила, скатывающая груз по наклонной плоскости, во столько же раз меньше веса груза, во сколько раз высота плоскости меньше её длины.

Так, исходя из идеи о невозможности вечного двигателя, было сделано важное открытие в статике.

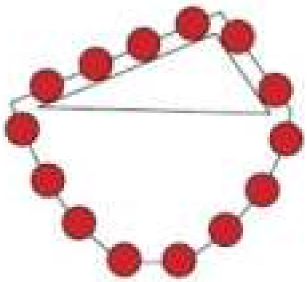


Рис. 5.13

§ 34 ДАВЛЕНИЕ В ЖИДКОСТЯХ И ГАЗАХ. ЗАКОН ПАСКАЛЯ

ДАВЛЕНИЕ В ЖИДКОСТЯХ И ГАЗАХ. Изучение механических свойств жидкости начнём с *гидростатики* — теории, описывающей равновесие неподвижных жидкостей. Закономерности, наблюдаемые в жидкостях, могут быть объяснены на основе применения законов механики.

Сила упругости внутри жидкости почти всегда сжимает выделенный объём. Однако силы упругости в газе возникают только при деформации сжатия, но не при сдвиге слоёв относительно друг друга. Поэтому сила, действующая на поверхность любого элемента жидкости (или газа) со стороны остальной жидкости (газа), а также на поверхность твёрдого тела в случае его неподвижности, перпендикулярна поверхности.

Силу, действующую перпендикулярно поверхности, называют силой давления.

Для описания действия силы давления $\vec{F}$ на поверхность площадью S, введём физическую величину — *давление*.

Давление p равно отношению модуля силы давления, действующей на поверхность к площади этой поверхности.

$$p = \frac{F}{S}.$$

В СИ единицей давления является *паскаль** (Па):

$$1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2.$$

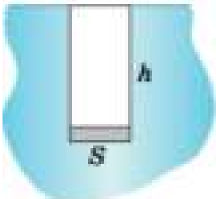


Рис. 5.14

Жидкости (газы) создают давление в результате действия на них сил тяжести. Для того чтобы его рассчитать, выделим мысленно вертикальный столб жидкости высотой h, основанием которого является площадка площадью S (рис. 5.14). Объём выделенного столба жидкости равен $V = Sh$.

Сила, с которой столб жидкости действует на площадку (основание столба), представляет собой вес стол-

* Эта единица названа в честь французского физика Блеза Паскаля (1623—1662). На практике используются и другие единицы давления: *гектопаскаль* (гПа), *килопаскаль* (кПа), *мегапаскаль* (МПа). 1 гПа = 10^2 Па; 1 кПа = 10^3 Па; 1 МПа = 10^6 Па. Для измерения давления используют также внесистемную единицу, называемую физической атмосферой (атм): 1 атм = 101 325 Па.

ба жидкости: $\vec{F} = \vec{P}$. Так как жидкость неподвижна, то вес столба жидкости равен по модулю действующей на него силе тяжести:

$$P = mg = \rho Shg,$$

где ρ — плотность жидкости.

Давление, производимое столбом жидкости на его основание, равно

$$p = \frac{F}{S} = \frac{\rho Shg}{S} = \rho gh.$$

$$\boldsymbol{p = \rho g h.} \quad (1)$$

Давление, которое создаёт жидкость, находящаяся в равновесии при действии силы тяжести, называют гидростатическим.

Гидростатическое давление зависит только от плотности и высоты столба жидкости.

Давление внутри жидкости на любой глубине h представляет собой сумму атмосферного давления p_0 (или внешнего давления)* на жидкость и гидростатического давления ρgh:

$$\boldsymbol{p = p_0 + \rho g h.}$$

Из-за того что по мере погружения в жидкость (например, с увеличением глубины водоёма) давление возрастает, приходится использовать особо прочные конструкции при постройке подводных лодок и батискафов. Увеличение давления жидкости с глубиной ощущают работающие под водой люди: водолазы, дайверы. Для работы на морских глубинах до 40 м используют акваланг.

ЗАКОН ПАСКАЛЯ. Выясним, как жидкости (и газы), заключённые в сосуды, передают производимое на них давление. Если, например, наполнить водой металлический шар, в котором проделано несколько отверстий (шар Паскаля), и затем сжать воду поршнем, то одинаковые струи воды брызнут из всех отверстий (рис. 5.15). Закон Паскаля справедлив также и для газов (рис. 5.16). В этом случае дым, которым заполнен шар Паскаля,

* Напомним, что атмосферное давление, равное давлению столба ртути высотой 760 мм при температуре 0 °С, называют *нормальным*. Нормальное атмосферное давление составляет 101 325 Па. Существование атмосферного давления впервые доказал итальянский учёный Эванджелиста Торричелли (1608—1647). Он изобрёл ртутный барометр и измерил атмосферное давление.

а

б

Рис. 5.15

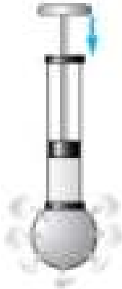


Рис. 5.16

при перемещении поршня выходит из его отверстий одинаковыми струйками во всех направлениях.

Из курса физики основной школы вам известен *закон Паскаля*.

Давление, производимое внешними силами на покоящуюся жидкость, передаётся жидкостью во все стороны одинаково.

В этой формулировке закон Паскаля справедлив и для случая, когда мы учитываем силу тяжести. Если она создаёт внутри покоящейся жидкости давление, зависящее от глубины погружения, то приложенные внешние (поверхностные) силы увеличивают давление в каждой точке жидкости на одну и ту же величину.

Согласно же формуле (1) давление одинаково во всех точках, лежащих на данном уровне. Это давление на нижележащие слои жидкости создаётся столбом жидкости высотой h. Поэтому давление верхних слоёв жидкости на слои жидкости, расположенные под ними, передаётся нижележащими слоями одинаково по всем направлениям.

* Выведем закон Паскаля. Для этого мысленно представим себе, что внутри жидкости в данной точке расположена маленькая площадка. Жидкость производит давление на эту площадку. При этом давление жидкости на неё не зависит от ориентации площадки. Для доказательства справедливости данного утверждения воспользуемся так называемым *принципом отвердевания*. Согласно этому принципу, в том случае, когда элементы жидкости друг относительно друга не смещаются, любой объём жидкости (или газа) можно рассматривать как твёрдое тело и применить к этому объёму условия равновесия твёрдого тела.

Выделим в жидкости небольшой объём в виде длинной треугольной призмы (рис. 5.17, *а*), одна из граней которой (грань $OBCD$) расположена горизонтально. Площади оснований призмы будем считать малыми по сравнению с площадью её боковых граней. Малым будет объём призмы,

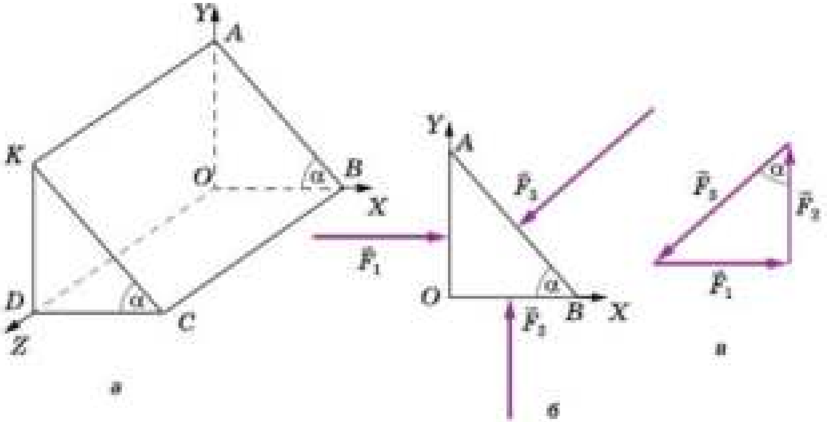


Рис. 5.17

следовательно, в этом случае силой тяжести можно пренебречь по сравнению с силами давления, действующими на боковые грани призмы со стороны окружающей жидкости. На рисунке 5.17, *б* изображено поперечное сечение призмы. На боковые грани призмы действуют силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$.

Силы давления на основания призмы не учитываем, так как они уравновешены. Так как призма покоится, то, согласно условию равновесия, можно записать:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0.$$

Векторы этих сил образуют треугольник, подобный треугольнику AOB, так как углы в этих двух треугольниках соответственно равны (рис. 5.17, *в*). Из подобия треугольников следует, что

$$\frac{F_1}{OA} = \frac{F_2}{OB} = \frac{F_3}{AB}.$$

Умножим знаменатели этих дробей соответственно на OD, BC и KA ($OD = BC = KA$):

$$\frac{F_1}{OA \cdot OD} = \frac{F_2}{OB \cdot BC} = \frac{F_3}{AB \cdot KA}.$$

Из рисунка 5.17, *а* видно, что знаменатель каждой дроби равен площади соответствующей боковой грани призмы. Обозначив площади этих граней призмы через S_1, S_2, S_3, получим:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} = \frac{F_3}{S_3}, \quad p_1 = p_2 = p_3.$$

Таким образом, давление жидкости на каждую из граней одинаково. Выделенный объём может быть ориентирован произвольным образом.

Поэтому давление в неподвижной жидкости (или газе) не зависит от ориентации площадки внутри жидкости.

*

1. Какую физическую величину называют: а) силой давления; б) давлением? 2. Как возникает гидростатическое давление? 3. Чему равно давление внутри жидкости на любой глубине? 4. Сформулируйте закон Паскаля. Как можно его экспериментально подтвердить?

1. В море на большой глубине затонула незакупоренная бутылка. Увеличится или уменьшится вместимость бутылки под давлением воды?

2. На вопрос о том, почему вес воздуха давит во все стороны, Торричелли отвечал: «Был однажды Философ, который, увидев трубку, вставленную в бочку одним из его слуг, упрекнул его, сказав, что вино никогда не пойдёт по этой трубке, так как тяжёлые тела по природе стремятся вниз, а не горизонтально в сторону. Но слуга убедил его на деле, что, если жидкость и тяготеет по природе вниз, она всеми способами устремляется и растекается во все стороны и даже вверх, потому что ищет места, куда бы переместиться, т. е. места, со стороны которого сопротивление меньше, чем сила этой жидкости».
О каком физическом законе идёт речь в этом фрагменте?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В двух сообщающихся цилиндрических сосудах находится ртуть. Диаметр одного сосуда в 4 раза больше диаметра второго сосуда. В левый сосуд наливают воду. Высота её столба $h = 0{,}7$ м. На сколько поднимется уровень ртути в правом сосуде и опустится в левом по отношению к первоначальному уровню?

Дано:
$D = 4d$
$h = 0{,}7$ м
$\rho_{рт} = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3
$\rho_в = 10^3$ кг/м^3

x — ?
y — ?

Решение:

На рисунке 5.18, *а* изображены два сообщающихся сосуда, в которых налита ртуть, а на рисунке 5.18, *б* — после добавления в левый сосуд воды.

Отметим на рисунке 5.18, *б* уровень, на котором давление жидкости одинаково:

$$p_A = \rho_в g h + p_0; \; p_B = \rho_{рт} g(x + y) + p_0.$$

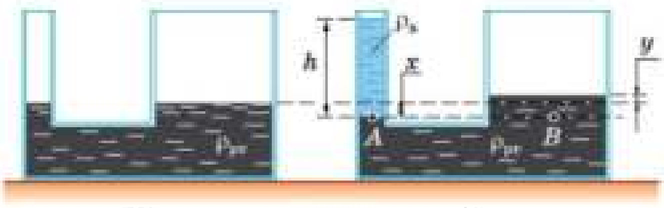


Рис. 5.18

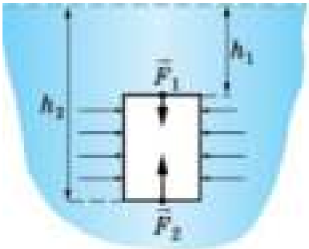


Рис. 5.19

Это тело погружено в жидкость так, что его основания расположены горизонтально (рис. 5.19). Силы, действующие на боковые грани тела, уравновешиваются. Они лишь сжимают тело. Силы же $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, действующие на основания параллелепипеда, не одинаковы. Для простоты будем считать, что внешнее (атмосферное) давление на жидкость отсутствует. Учёт этого давления не оказывает влияния на значение выталкивающей силы.

Модуль силы F_1 давления жидкости, действующей на верхнее основание параллелепипеда, равен:

$$F_1 = p_1S = \rho g h_1 S,$$

где h_1 — высота жидкости над верхним основанием; ρ — плотность жидкости; S — площадь основания.

Модуль силы F_2 давления жидкости, действующей на нижнее основание параллелепипеда, равен:

$$F_2 = \rho g h_2 S,$$

где h_2 — глубина, на которой находится нижнее основание параллелепипеда.

Но $h_2 > h_1$, поэтому и $F_2 > F_1$. Следовательно, модуль F_A равнодействующей силы: $F_A = F_2 - F_1 = \rho g(h_2 - h_1)S$.

Обозначим высоту параллелепипеда буквой h: $h = h_2 - h_1$. Тогда

$$F_A = \rho g V,$$

где $V = Sh$ — объём тела.

Если тело погружено не полностью, а частично, то под V в последней формуле следует понимать объём погружённой части тела. Правая часть этого выражения равна весу жидкости, вытесняемой погружённым телом. Поэтому можно сделать следующий вывод*.

На тело, погружённое в жидкость (или газ), действует выталкивающая сила, равная весу жидкости (газа) в объёме погружённой части тела.

Это утверждение называют *законом Архимеда*.

На рисунке 5.20 изображена схема опыта, подтверждающего закон Архимеда. На пружине подвешены стакан и цилиндр (рис. 5.20, *а*). Их объёмы одинаковы. При погружении цилиндра в сосуд с отливной трубкой (рис. 5.20, *б*) он вытесняет воду,

* Можно показать, что вывод верен для тела произвольной формы.

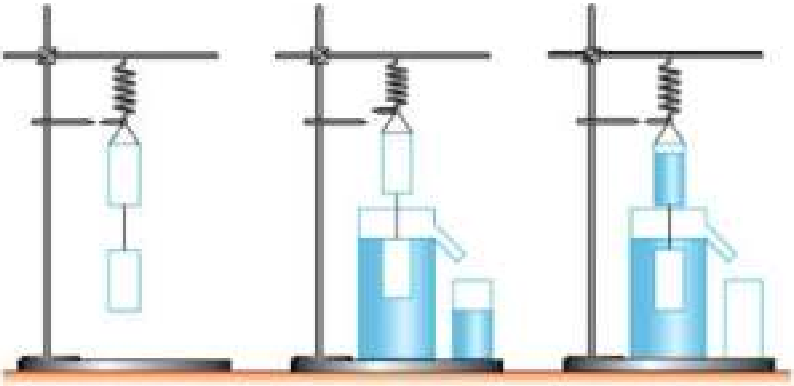


Рис. 5.20

а пружина при этом сжимается. Вес вытесненной воды равен по модулю архимедовой силе. Это можно подтвердить следующим образом: вытесненную воду выливают в подвешенный стакан и отмечают, что указатель пружины принимает первоначальное положение (рис. 5.20, *в*).

УСЛОВИЕ ПЛАВАНИЯ ТЕЛ. Благодаря действию выталкивающей силы возможно плавание тел: лодок, кораблей и др. Для этого необходимо, чтобы вес воды, вытесненной подводной частью корабля, был равен силе тяжести, действующей на корабль. В этом состоит *условие плавания тела на поверхности жидкости*.

Для того чтобы тело плавало на поверхности жидкости, необходимо равенство модуля действующей на него силы тяжести и модуля архимедовой силы.

Плотность стального корпуса корабля более чем в 5 раз больше плотности воды. Но средняя плотность, равная массе всего корабля, делённой на его объём, меньше плотности воды.

Архимедова сила действует также на тела, находящиеся в воздухе. Однако плотность воздуха мала ($\approx 1{,}3$ кг/м^3) и действием выталкивающей силы в большинстве случаев можно пренебречь. Например, для латунных гирь (плотность латуни равна $8{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3), которые часто применяются для взвешивания, выталкивающая сила составляет лишь $1{,}5 \cdot 10^{-2}$% от силы тяжести.

?

1. Сформулируйте закон Архимеда. 2. Как можно экспериментально подтвердить закон Архимеда? 3. В чём состоит условие плавания тел? 4. Почему действием выталкивающей силы на тела, находящиеся в воздухе, можно пренебречь в большинстве случаев?

1. Выполняется ли в состоянии невесомости: а) закон Паскаля; б) закон Архимеда?
2. Два сплошных тела различных масс уравновешены на рычаге. Тела опускают в воду. Нарушится ли при этом равновесие рычага и почему?
3. На дне сосуда с жидкостью лежит тело, плотность которого немного больше плотности жидкости. Можно ли заставить тело всплыть, увеличивая давление на жидкость?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Однородная льдина площадью поперечного сечения 5 м² и высотой 30 см плавает в воде. Как изменится глубина погружения льдины, если на неё встанет человек массой 40 кг? Будет ли она целиком погружена в воду?

Дано:	СИ:	Решение:
$S = 5$ м²		На рисунке 5.21 показаны силы, действующие на плавающую льдину и на льдину со вставшим на неё человеком. Запишем второй закон Ньютона (в проекциях на ось OY) для каждого из рассматриваемых случаев, считая, что тела находятся в покое.
$h = 30$ см	0,3 м	
$m = 40$ кг		
$\rho_л = 900$ кг/м³		
$\rho_в = 1000$ кг/м³		
x — ?		

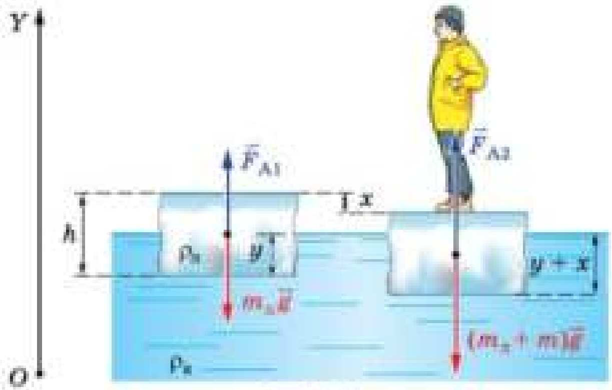


Рис. 5.21

$$OY: \begin{cases} F_{A1} - m_л g = 0, \\ F_{A2} - (m_л + m)g = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho_в y S g - \rho_л h S g = 0, & (1) \\ \rho_в (y + x) S g - \rho_л h S g - mg = 0. & (2) \end{cases}$$

Глубину погружения $(y + x)$ льдины в случае, когда на ней стоит человек, выразим из уравнения (2):

$$y + x = \frac{1}{\rho_в}\left(\rho_л h + \frac{m}{S}\right).$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$y + x = \frac{1}{1000} \cdot \left(900 \cdot 0{,}3 + \frac{40}{5}\right) \text{ м} = 0{,}278 \text{ м} = 27{,}8 \text{ см}.$$

Поскольку $y + x < h$, льдина не будет погружена полностью.

Чтобы определить изменение глубины погружения x, вычтем из уравнения (2) уравнение (1):

$$\rho_в xSg - mg = 0 \Rightarrow x = \frac{m}{\rho_в S}.$$

С учётом числовых данных получим:

$$x = \frac{40}{1000 \cdot 5} \text{ м} = 0{,}08 \text{ м} = 0{,}8 \text{ см}.$$

Ответ: $x = 0{,}8$ см.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Полый стеклянный шар объёмом 200 см^3 плавает в воде, погружаясь наполовину. Найдите объём полости шара.
2. Какой наибольшей массы груз может удержать на поверхности воды пробковый спасательный круг массой 4 кг?
3. Какое минимальное число сосновых брёвен нужно взять для плота, на котором можно переправить через реку танк массой 14 т? Объём каждого бревна равен 0,8 м^3.
4. Деревянный брусок плавает в керосине. Такой же брусок плавает в воде. Одинаковы ли выталкивающие силы, действующие на бруски в обоих случаях? Одинаковы ли объёмы погружённых частей брусков?
5. Полый шар из алюминия, находясь в воде, растягивает пружину динамометра с силой $F_1 = 0{,}25$ Н, а в бензине — с силой $F_2 = 0{,}33$ Н. Определите объём полости.

Это любопытно…

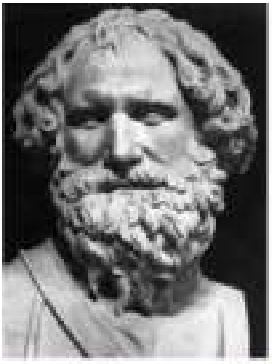
Из истории развития физики и техники

Основой статики в античное время была теория рычага, изложенная Архимедом в сочинении «О равновесии плоских фигур». Он сформулировал *правила (условия) равновесия рычага* следующим образом.

1) «Соизмеримые величины уравновешиваются на длинах, обратно пропорциональных тяжестям».

2) «Если величины не соизмеримы, то они точно так же уравновешиваются на длинах, обратно пропорциональных этим величинам».

При этом под «величинами» следует понимать модули сил, действующих на рычаг. Кроме того, в книге Архимеда «О равновесии плоских фигур» со-



АРХИМЕД

держатся определения центров тяжести треугольника, параллелограмма и других фигур.

Архимед также внёс существенный вклад в гидростатику. Он сформулировал закон плавания тел (который мы называем его именем) в сочинении «О плавающих телах» в следующем виде:

1) «Тела более лёгкие, чем жидкость, опущенные в эту жидкость насильственно, будут выталкиваться вверх с силой, равной тому весу, на который жидкость, имеющая равный объём с телом, будет тяжелее этого тела».

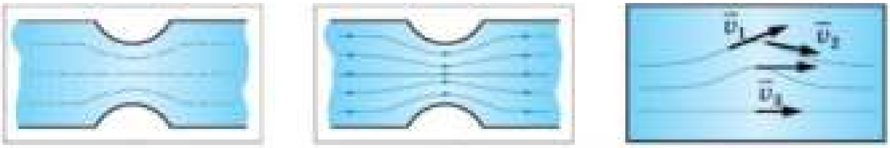
2) «Тела более тяжёлые, чем жидкость, опущенные в эту жидкость, будут погружаться, пока не дойдут до самого низа, и в жидкости станут легче на величину веса жидкости в объёме, равном объёму погружённого тела».

Значительное влияние на развитие статики также оказал Герон Александрийский. Главные его труды — двухтомное сочинение «Пневматика» и трактат «Механика», в которых Герон изложил основные достижения своих античных предшественников. «Пневматика» представляет собой собрание описаний устройств, в которых используется сжатый или горячий воздух, пар. В «Механике» им рассмотрены свойства таких простых механизмов, как ворот, рычаг, блок, клин, винт, зубчатая передача и др.

§ 36 ЛАМИНАРНОЕ И ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ

МОДЕЛЬ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ. До этого мы изучали некоторые свойства неподвижных жидкостей. Рассмотрим ряд явлений, происходящих в движущихся жидкостях. В реальной жидкости необходимо учитывать силы внутреннего сопротивления (или *вязкость*), обусловленные движением слоёв жидкости относительно друг друга. Описание движения такой жидкости является сложной задачей, поэтому в физике вводят её упрощённую модель — *идеальную жидкость*. При этом пренебрегают такими свойствами реальной жидкости, как вязкость и сжимаемость.

НАБЛЮДЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ. Один из способов наблюдения течения жидкости состоит в том, что к жидкости подмешивают алюминиевый порошок и следят при сильном освещении за движением алюминиевых блёсток. Если сфотографировать жидкость с малой выдержкой, то каждая блёстка даёт на фотографии небольшую чёрточку, длина которой пропорциональна модулю скорости частиц жидкости, а направление движения указывает на направление их скорости. Полученная таким способом фотография представляет собой картину распределения скоростей, существующих в данный момент в жидкости.



а б в

Рис. 5.22

На рисунке 5.22, *а*, сделанном с фотографии текущей жидкости, видно, что наибольшая скорость наблюдается в самом узком сечении трубы.

При более длительной выдержке чёрточки на фотографии сливаются в сплошные линии (рис. 5.22, *б*), представляющие собой траектории частиц, которые совпадают с так называемыми *линиями тока*. Под этим термином понимают линии, проведённые так, что касательные к ним совпадают по направлению со скоростями частиц жидкости в соответствующих точках пространства (рис. 5.22, *в*).

По картине линий тока можно судить не только о направлении, но и о модуле скорости в разных точках пространства текущей жидкости: там, где *скорость больше, линии тока расположены гуще*, и наоборот, где *скорость меньше, линии тока расположены реже* (см. рис. 5.22, *б*).

ЛАМИНАРНОЕ И ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ. Движение жидкости, при котором отдельные слои её скользят друг относительно друга, не перемешиваясь, называют *ламинарным* (*слоистым*) *течением*. Движение жидкости, сопровождающееся перемешиванием её различных слоёв с образованием завихрений, называется *турбулентным* (*вихревым*). Ламинарным является течение воды в спокойных реках. Мы ограничимся рассмотрением ламинарного течения жидкости.

Однако наиболее распространённым в природе является турбулентное движение. Именно с ним чаще всего имеют дело при изучении явлений в атмосфере, в потоках быстрых рек и океанских течениях и т. п. Примерами турбулентного движения являются завихрения воды в реках за сваями мостов и за кормой быстроходного катера, движение газов, выбрасываемых из выхлопных труб двигателей внутреннего сгорания и ракетных двигателей, образование смерчей и т. п.

ТРУБКИ ТОКА В ЖИДКОСТЯХ. Скорости элементов жидкости в различных точках пространства, вообще говоря, различны. Если во всех точках пространства скорости элементов жидкости не меняются со временем, то движение жидкости называется *стационарным* (*установившимся*). При стационарном течении любая частица жидкости проходит данную точку с одним и тем же значением скорости $\vec{v}$. В другой какой-либо точке скорость частицы будет иной, но также постоянной во времени.

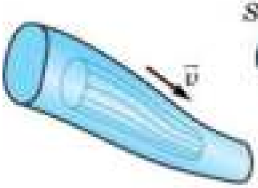


Рис. 5.23

Рис. 5.24

Картина линий тока при стационарном течении остаётся неизменной. Линии тока в этом случае совпадают с траекториями частиц. Объём жидкости, ограниченный линиями тока, называется *трубкой тока* (рис. 5.23). Скорости элементов жидкости в каждой точке поверхности трубки тока направлены по касательной к этой поверхности. Поэтому частицы при своём движении не пересекают стенок трубки тока. При исследовании течения жидкости вместо реальных труб можно рассматривать трубки тока.

УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ ДЛЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ. Разобьём жидкость, текущую по трубе переменного сечения, на отдельные трубки тока, настолько тонкие, что в каждом сечении скорости элементов жидкости можно считать одинаковыми. Рассмотрим два сечения трубки тока с площадями S_1 и S_2 (рис. 5.24).

Обозначим через $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ соответствующие скорости течения жидкости. За малое время Δt через первое сечение трубки тока проходит жидкость, масса которой равна $\rho_1 S_1 v_1 \Delta t$, а через второе сечение — $\rho_2 S_2 v_2 \Delta t$ (ρ_1 и ρ_2 — плотности жидкости в первом и втором сечениях трубки). Для несжимаемой жидкости $\rho_1 = \rho_2$ и объём жидкости, прошедшей через первое сечение, равен объёму жидкости, протекающей через второе сечение:

$$S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t, \tag{1}$$

ведь жидкость не пересекает стенок трубки тока и не может в ней накапливаться вследствие несжимаемости.

Разделив обе части равенства (1) на Δt, получим: $S_1 v_1 = S_2 v_2$. Отсюда

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}. \tag{2}$$

Модули скоростей несжимаемой жидкости в двух сечениях трубки тока обратно пропорциональны площадям сечений. Соотношение (2) представляет собой *уравнение неразрывности несжимаемой жидкости*. Оно справедливо как для стационарного течения, так и для нестационарного. Согласно уравнению неразрывности, скорость жидкости в узких местах трубки больше, чем в широких.

Возьмём трубку переменного сечения с небольшими отверстиями в стенке, в которые вставлены стеклянные открытые сверху измерительные трубки (рис. 5.25). При стационарном течении жидкость в каждой измери-

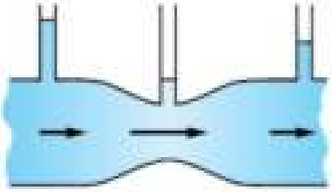


Рис. 5.25

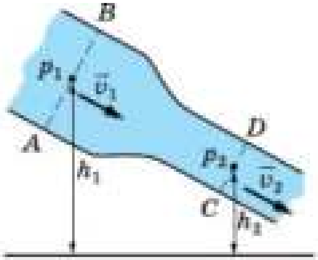


Рис. 5.26

тельной трубке поднимается до определённой высоты (высоты необходимо отсчитывать от какого-либо горизонтального уровня). По высоте столба жидкости в измерительных трубках можно судить о её давлении на стенки горизонтальной трубки. Опыт показывает, что в широких местах трубки давление больше, чем в узких. Но чем больше сечение трубки, тем меньше скорость течения жидкости. Следовательно, *при стационарном течении жидкости давление больше в тех местах, где меньше скорость течения, и, наоборот, меньше в тех местах, где скорость течения больше.*

УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ. Зависимость давления идеальной жидкости от скорости её стационарного течения и перепада высоты была установлена в математической форме швейцарским учёным Даниилом Бернулли (1700—1782) в 1738 г. Пусть труба переменного сечения расположена наклонно к горизонту. Выделим некоторый объём жидкости между сечением AB в широкой части трубы и сечением CD в узкой части (рис. 5.26).

Обозначим для этих сечений через v_1 и v_2 — скорости, p_1 и p_2 — давления жидкости и, наконец, через h_1 и h_2 — высоты, на которых находятся центры сечений. Применяя закон сохранения механической энергии к элементу жидкости, заключённому между сечениями, можно получить следующее выражение:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}. \qquad (3)$$

Это и есть *уравнение Бернулли* для течения идеальной жидкости.

В уравнении (3) p — статическое давление, $\frac{\rho v^2}{2}$ — динамическое давление (или плотность кинетической энергии), $\rho g h$ — давление жидкости (или плотность потенциальной энергии).

Согласно уравнению Бернулли

сумма давления и плотностей кинетической и потенциальной энергий при стационарном течении идеальной жидкости остаётся постоянной для любого сечения потока.

Если труба горизонтальна ($h_1 = h_2$), уравнение (3) принимает вид:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}. \qquad (4)$$

Уравнение (4) показывает, что с увеличением скорости течения ($v_2 > v_1$) давление в жидкости, текущей по горизонтальной трубе, уменьшается ($p_2 < p_1$). Это подтверждается рассмотренным ранее опытом. Уравнение Бернулли описывает случай стационарного течения жидкости, когда вязкостью и сжимаемостью жидкости можно пренебречь. Уравнение Бернулли применимо и для ламинарного течения газов.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ В ТЕХНИКЕ. Зависимость давления в жидкости и газе от их скорости лежит в основе принципа действия многих устройств и приборов. Рассмотрим лишь некоторые из них. На рисунке 5.27, *а* изображена схема устройства *водоструйного насоса*. Струя воды подаётся в трубку *A*, имеющую на одном конце сужение. По сужению вода течёт с большей скоростью.

Из-за этого давление в струе в этом месте оказывается меньше атмосферного, воздух из сосуда всасывается в струю через трубку *B* и удаляется вместе с водой.

На рисунке 5.27, *б* изображён простейший *пульверизатор*, состоящий из двух трубок, расположенных перпендикулярно друг другу. Через горизонтальную трубку продувается воздух. В узкой части струи при выходе из трубки давление меньше атмосферного. Атмосферное давление поднимает жидкость по вертикальной трубке, и она распыляется струёй воздуха.

ПОДЪЁМНАЯ СИЛА КРЫЛА САМОЛЁТА. Уравнение Бернулли позволяет объяснить природу подъёмной силы, удерживающей самолёт в воздухе. Для её возникновения давление воздуха на нижнюю поверхность должно быть

Рис. 5.27

больше, чем на верхнюю поверхность. Когда воздушный поток начинает обтекать крыло, то из-за действия сил трения у задней кромки крыла образуется вихрь, в котором воздух вращается против часовой стрелки, если крыло движется влево (рис. 5.28). При этом по законам механики должно возникнуть и вращение воздуха по часовой стрелке.

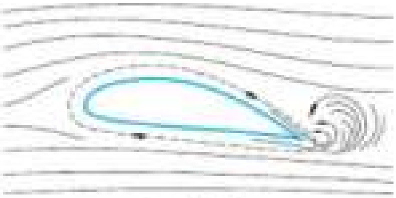


Рис. 5.28

На обтекающий крыло поток накладывается циркуляция воздуха вокруг крыла. В результате скорость воздушного потока над крылом оказывается больше, чем под крылом. Но, согласно уравнению Бернулли, давление воздуха должно быть больше там, где скорость меньше. Следовательно, под крылом давление воздуха больше, чем над ним. Эта разность давлений и приводит к появлению подъёмной силы.

Теория возникновения подъёмной силы крыла при обтекании его потоком газа была впервые разработана русским учёным Николаем Егоровичем Жуковским (1847—1921).

1. Какая физическая модель используется при описании стационарного движения жидкости? 2. Какое движение жидкости называют: а) ламинарным; б) турбулентным? Приведите примеры таких движений. 3. В чём заключается физический смысл: а) уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости; б) уравнения Бернулли для течения идеальной жидкости? 4. Приведите примеры использования уравнения Бернулли в технике. 5. Объясните природу подъёмной силы крыла самолёта.

1. Два корабля A и B идут параллельными курсами на близком расстоянии друг от друга. Почему при одинаковом направлении движения корабли сближаются (рис. 5.29)?

2. Объясните, почему лёгкий шарик находится в струе воздуха в устойчивом равновесии (рис. 5.30).

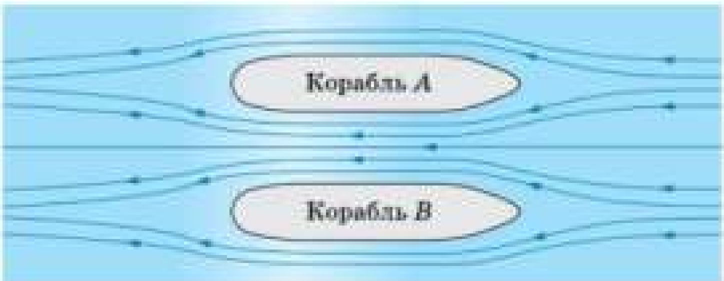


Рис. 5.29

Рис. 5.30

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

1. Выясните, что собой представляет полиспаст. Сконструируйте его таким образом, чтобы вы могли поднять с помощью этого устройства своего одноклассника.
2. Изучите условия парения шарика для настольного тенниса в струе воздуха от шланга пылесоса. Найдите опытным путём угол срыва шарика. Выясните, в каких отраслях техники нашла применение аэродинамическая левитация.

Примерные темы рефератов и проектов

1. Простые механизмы: от Архимеда до наших дней.
2. В каких устройствах проявляется «золотое правило» механики?
3. Применение уравнения Бернулли в технике.
4. Развитие авиации в России и за рубежом: учёные, конструкторы, технологии, результаты.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Тепловые явления в окружающем нас мире столь же распространены, как и механические. Как правило, они связаны с нагреванием или охлаждением тел, с изменением их температуры или переходами из одного агрегатного состояния в другое. Тепловые явления, свойства и строение вещества рассматривает молекулярная физика.

Молекулярная физика — раздел физики, в котором изучаются физические свойства тел в различных агрегатных состояниях на основе их микроскопического (молекулярного) строения.

Этот раздел включает в себя *молекулярно-кинетическую теорию* (*МКТ*) и *термодинамику*. В этих физических теориях используются разные методы исследования. В МКТ с помощью *статистического метода* можно вывести общие законы поведения макротел исходя из дискретной структуры вещества и параметров частиц.

В рамках *термодинамического метода* рассматриваются свойства макроскопических тел без представлений об их внутреннем строении.

Термодинамика является феноменологической (описательной) теорией, которая использует некоторые общие положения (например, закон сохранения энергии), модели (равновесное состояние системы, равновесный процесс) и физические величины (температура, объём, давление, масса), относящиеся к системе в целом. Термодинамический и статистический методы взаимно дополняют друг друга при описании газовых законов, свойств вещества в различных агрегатных состояниях, тепловых явлений и процессов.

Круг вопросов, рассматриваемых молекулярной физикой, очень широк. Это строение и структура вещества и изменение вещества под влиянием внешних факторов, изменение агрегатных состояний вещества, критическое состояние вещества и др. Со многими из этих вопросов вы познакомитесь при изучении данного раздела.

Глава 6

ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

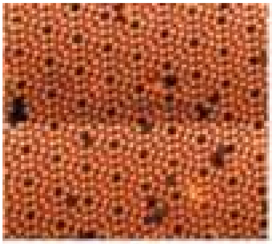
Во второй половине XIX в. представления об атомно-молекулярном строении вещества были развиты в достаточно универсальную теорию. Это произошло благодаря усилиям выдающихся физиков-теоретиков Р. Клаузиуса, Дж. К. Максвелла, Л. Больцмана и др. В основу новой физической теории была положена идея о связи измеряемых *макроскопических* параметров состояния газа (температуры, давления и объёма) с его *микроскопическими* характеристиками — концентрацией и скоростью хаотического движения молекул. Поскольку молекулы постоянно находятся в движении и, как следствие, обладают кинетической энергией, эта теория получила название *молекулярно-кинетической теории*. Она базируется на законах сохранения импульса и энергии. При этом используются модель идеального газа, различные математические методы, в том числе элементы теории вероятностей.

Однако законы классической механики не позволяют адекватно описать движение и взаимодействие молекул и атомов. Место механики Ньютона здесь занимает статистическая механика. Она позволяет вычислять средние значения физических величин, которые регистрируются макроскопическими приборами.

§ 37 ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ И ИХ ОПЫТНЫЕ ОБОСНОВАНИЯ

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МКТ. В основу МКТ положены три утверждения, каждое из которых в настоящее время строго доказано экспериментально.

1. Вещество состоит из частиц.
2. Частицы вещества непрерывно хаотически (беспорядочно) движутся.
3. Частицы вещества взаимодействуют друг с другом.


а


б

Рис. 6.1

Отметим, что современные приборы позволяют рассматривать отдельные атомы на поверхностях тел и измерять их размеры. Самый совершенный из них, называемый сканирующим туннельным микроскопом, был создан в середине 1980-х гг. сотрудниками компьютерной фирмы IBM Г. Биннигом и Г. Рорером. Они были удостоены за это изобретение Нобелевской премии по физике (1986).

С помощью сканирующего туннельного микроскопа можно не только получать атомное изображение исследуемой поверхности (рис. 6.1, *а*), но и перемещать по ней атомы в произвольном направлении*. На рисунке 6.1, *б*, сделанном с экрана дисплея, можно увидеть название фирмы IBM, «написанное» 35 атомами ксенона на охлаждённой до ультранизких температур никелевой поверхности.

Туннельные микроскопы обеспечивают увеличение в 100 млн раз. Это позволяет измерять размеры атомов с очень большой точностью. Так, диаметр атома углерода оказался равным $1{,}4 \cdot 10^{-8}$ см. Такой же порядок имеют и размеры других атомов. При столь малых размерах молекул их число в любом макроскопическом теле чрезвычайно велико. Подсчитаем приблизительное число молекул в капле воды массой 1 г (объёмом, равным 1 см^3). Диаметр молекулы воды равен примерно $3 \cdot 10^{-8}$ см. Считая, что каждая молекула воды при плотной упаковке молекул занимает объём $(3 \cdot 10^{-8}\ \text{см})^3$, можно найти число N молекул в капле, разделив объём капли на объём, приходящийся на одну молекулу:

$$N \approx 3{,}7 \cdot 10^{22} \text{ молекул.}$$

БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ. Согласно МКТ, молекулы вещества совершают хаотическое непрерывное движение. К числу опытных доказательств этого факта относится явление, открытое в 1827 г. британским учёным-ботаником Робертом Броуном (1773—1858). Если рассматривать под микроскопом эмульсию (мелкие частицы какого-либо вещества, взвешенные

* Это осуществляется с помощью атомно-силового микроскопа.

Рис. 6.2

в жидкости и не растворяющиеся в ней*), то можно заметить, что эти частицы находятся в непрерывном движении. Движение частичек является хаотическим. Такое движение стали называть *броуновским движением*.

Его причиной является хаотическое движение молекул той среды (жидкость или газ), в которой находятся частицы. Сталкиваясь с броуновской частицей, молекулы жидкости оказывают на неё разное силовое воздействие. В каждый момент времени число ударов молекул о броуновскую частицу справа и слева, сверху и снизу случайно, не согласованно друг с другом. Нельзя предсказать заранее, каким будет число ударов в отдельный момент времени. В результате броуновская частица испытывает в любой момент времени толчки с разных сторон, которые также нельзя предсказать. Поэтому она *случайным образом* изменяет направление и модуль скорости своего движения.

Представление о хаотическом характере движения даёт схема движения броуновской частицы (рис. 6.2). Положения частицы определены через равные промежутки времени (30 с) и соединены линиями. В действительности траектория частицы гораздо сложнее. Отметим, что при нагревании среды интенсивность броуновского движения увеличивается.

Количественная теория броуновского движения была разработана в 1905—1906 гг. немецким физиком-теоретиком Альбертом Эйнштейном (1879—1955) и польским учёным Марианом Смолуховским (1872—1917). Построение теории броуновского движения и её экспериментальное подтверждение французским физиком Жаном Перреном (1870—1942) внесли значительный вклад в становление МКТ.

ДИФФУЗИЯ. Наряду с броуновским движением, к опытному подтверждению второго положения МКТ относится явление диффузии.

---

* Броуновское движение можно наблюдать и в газе. Его совершают, например, взвешенные в воздухе частички пыли или дыма.

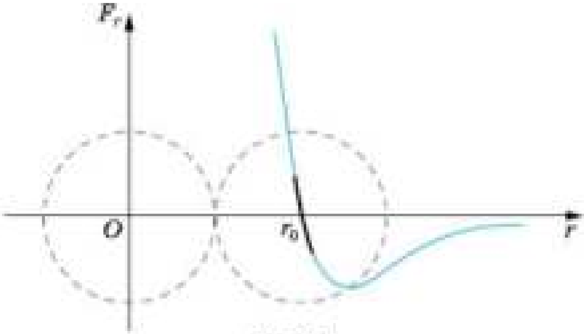


Рис. 6.4

Рассмотрим, как изменяется в зависимости от расстояния между молекулами проекция силы взаимодействия между ними на прямую, соединяющую центры молекул. Если молекулы находятся на расстояниях, превышающих их размеры в несколько раз, то силы взаимодействия между ними практически не проявляются. Отсюда можно сделать вывод, что *силы взаимодействия между молекулами короткодействующие*. На расстояниях, превышающих 2—3 диаметра молекул, силы отталкивания практически равны нулю. Заметны лишь силы притяжения. По мере уменьшения расстояния силы притяжения возрастают и одновременно начинают сказываться силы отталкивания.

На рисунке 6.4 изображена зависимость проекции F_r силы взаимодействия молекул от расстояния r между их центрами. На расстоянии r_0, примерно равном сумме радиусов молекул, $F_r = 0$, так как сила притяжения равна по модулю силе отталкивания. При $r > r_0$ между молекулами действует сила притяжения. Проекция силы, действующей на правую молекулу, отрицательна. При $r < r_0$ действует сила отталкивания с положительным значением проекции F_r.

Силы, действующие между молекулами, имеют электромагнитную природу. Любой атом, и тем более молекула, — это сложная система, состоящая из большого числа заряженных частиц: электронов и атомных ядер. Хотя в целом молекулы электрически нейтральны, между ними действуют значительные электрические силы: происходит взаимодействие между электронами и ядрами соседних молекул. Описание движения частиц внутри атомов и молекул — очень сложная задача. Её рассматривают в атомной физике и решают с помощью законов квантовой механики.

1. Сформулируйте основные положения МКТ. **2.** Какие экспериментальные факты лежат в основе МКТ? **3.** Почему в газах и жидкостях диффузия протекает значительно быстрее, чем в твёрдых телах? **4.** Какие эксперименты подтверждают, что между молекулами существуют силы притяжения и силы отталкивания? **5.** Проанализируйте график, изображённый на рисунке 6.4. Рассмотрите случаи, когда: а) $r > r_0$; б) $r < r_0$; в) $r = r_0$.

1. В 1827 г. Броун наблюдал в микроскоп взвесь цветочной пыльцы в воде. О своих наблюдениях он писал так: «При работе с частицами или зёрнами необычайно малой величины размером от одной четырёхтысячной до одной пятитысячной доли дюйма (т. е. 5—6 мкм) в длину, погружёнными в воду, я наблюдал многие из них в явном движении... Эти движения были таковы, что после многих повторных наблюдений я убедился в том, что они возникают не от потоков жидкости и не от её постоянного испарения, а принадлежат самим частицам». Броун также отметил, что частицы двигались непрерывно, описывая самые причудливые траектории. Что является причиной броуновского движения?

2. В 1883 г. в Индонезии на острове Кракатау произошло сильнейшее извержение вулкана, наполовину разрушившее остров и выбросившее в атмосферу огромное количество пыли. Присутствие пыли в атмосфере после этого извержения обнаруживалось в течение нескольких лет. Как вы думаете, почему?

Это любопытно...

Из истории развития физики и техники

Идеи атомистического строения вещества высказывались уже в глубокой древности. Ещё древнегреческие философы Демокрит и Левкипп около 2000 лет тому лет назад пришли к выводу, что все вещества состоят из мельчайших частиц — атомов и что эти атомы могут быть различных видов (атомистическая гипотеза). Те же идеи можно обнаружить у Эпикура, а несколько позже у древнеримского поэта и мыслителя Тита Лукреция Кара в его знаменитой поэме «О природе вещей». Одним из основателей молекулярно-кинетической теории вещества является великий русский учёный Михаил Васильевич Ломоносов (1711—1765). В двух своих работах «Элементы математической химии» и «О нечувствительных физических частицах» он изложил основы атомно-молекулярной теории строения вещества, подкрепив их опытными фактами.

М. В. ЛОМОНОСОВ

Данная теория первоначально называлась *корпускулярной теорией теплоты* (от лат. corpusculum — частица, тельце). Первые успехи на пути построения научной теории теплоты относятся к началу XVII в., когда был изобретён термометр и появилась возможность количественного исследования тепловых процессов. Согласно так называемой *вещественной теории теплоты*, теплоту связывали с особого рода невесомой жидкостью, способной перетекать от одного тела к другому. Эта жидкость была названа *теплородом*. Чем больше теплорода в теле, тем выше его температура. Несмотря на привлекательность корпускулярной теории теплоты, к середине XVIII в. временную победу одержала теория теплорода. Это произошло после того, как экспериментально было доказано сохранение количества теплоты при теплообмене.

В конце XVIII в. вещественная теория теплоты начала сталкиваться со всё большими трудностями и к середине XIX в. потерпела окончательное поражение. В результате множества опытов было убедительно показано, что сохраняющейся «тепловой жидкости» не существует. Принцип сохранения теплорода был заменён более общим законом сохранения энергии.

§ 38 ОБЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОЛЕКУЛ

МАССА МОЛЕКУЛЫ. Для характеристики микроскопических состояний системы необходимо ввести определённые *микроскопические параметры вещества*. В § 37 мы выяснили, что в 1 г воды содержится примерно $3{,}7 \cdot 10^{22}$ молекул. Следовательно, масса одной молекулы m_0 воды равна

$$m_0 = \frac{1\ \text{г}}{3{,}7 \cdot 10^{22}} \approx 3 \cdot 10^{-23}\ \text{г}.$$

Массы такого же порядка имеют и молекулы других веществ, исключая огромные молекулы органических соединений. Например, масса молекулы гемоглобина превышает массу молекулы воды в несколько десятков тысяч раз.

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ МОЛЕКУЛЯРНАЯ МАССА. Так как массы молекул очень малы, удобно использовать не абсолютные значения масс, а относительные. По международному соглашению, принятому в 1961 г., массы всех молекул сравнивают с $\frac{1}{12}$ массы атома углерода* (так называемая углеродная шкала атомных масс). Главная причина выбора такой шкалы состоит в том, что углерод входит в огромное число различных органических соединений. Этот выбор позволяет очень точно сравнивать массы атомов тяжёлых элементов с массой атома углерода. Множитель $\frac{1}{12}$ введён для того, чтобы относительные массы атомов были близки к целым числам. Относительная масса атома углерода точно равна 12, а атома водорода — примерно 1.

---

* Точнее, с $\frac{1}{12}$ массы атома наиболее распространённого изотопа углерода $^{12}_{6}C$.

Относительной молекулярной (или атомной) массой вещества M_r называют отношение массы молекулы (или атома) данного вещества к $\frac{1}{12}$ массы атома углерода m_{0C}.

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12}m_{0C}}. \qquad (1)$$

КОЛИЧЕСТВО ВЕЩЕСТВА. Чем больше атомов или молекул в макроскопическом теле, тем, очевидно, больше вещества содержится в нём. Число молекул в макроскопических телах огромно, поэтому удобно указывать не абсолютное число атомов, а относительное. Принято сравнивать число молекул или атомов в данном теле с числом атомов, содержащихся в углероде массой 12 г.

Относительное число атомов или молекул в теле характеризуется физической величиной, называемой *количеством вещества*.

Количеством вещества ν называют отношение числа молекул N в данном теле к числу атомов N_A в 12 г углерода.

$$\nu = \frac{N}{N_A}. \qquad (2)$$

Зная количество вещества ν и число N_A, можно с помощью формулы (2) определить число молекул N в веществе. Количество вещества выражают в молях. *Моль — это количество вещества, содержащего столько же молекул, сколько атомов содержится в углероде массой 12 г.* Если количество вещества равно, например, 2,5 моль, то это означает, что число молекул в теле в 2,5 раза превышает число атомов в 12 г углерода, т. е. $N = 2{,}5N_A$.

ПОСТОЯННАЯ АВОГАДРО. Число молекул или атомов в одном моле вещества называют *постоянной Авогадро* в честь итальянского учёного Амедео Авогадро (1776—1856). Согласно определению моля, постоянная Авогадро одинакова для всех веществ. Она равна, в частности, числу атомов в одном моле углерода, т. е. в 12 г углерода. По современным данным масса атома углерода $m_{0C} = 1{,}995 \cdot 10^{-23}$ г. Отсюда постоянная Авогадро равна

$$N_A = \frac{12\ \text{г}}{m_{0C}} \frac{1}{\text{моль}} = \frac{12}{1{,}995 \cdot 10^{-23}} \frac{1}{\text{моль}} \approx 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}. \qquad (3)$$

Наименование моль$^{-1}$ указывает, что N_A — число атомов любого вещества, взятого в количестве одного моля.

К настоящему времени разработаны методы определения постоянной Авогадро, не связанные с определением масс атомов. Все они приводят к одним и тем же результатам. Постоянная Авогадро играет важнейшую роль во всей молекулярной физике и является универсальной физической постоянной. Огромная величина постоянной Авогадро показывает, насколько малы микроскопические масштабы по сравнению с макроскопическими. Тело, обладающее количеством вещества 1 моль, имеет привычные для нас макроскопические размеры.

МОЛЯРНАЯ МАССА. Наряду с относительной молекулярной массой M_r, в физике и химии широко используется понятие *молярной массы* M.

Молярной массой называют массу вещества, взятого в количестве одного моля.

Согласно этому определению, молярная масса M равна произведению массы молекулы m_0 на постоянную Авогадро N_A.

$$M = m_0 N_A. \quad (4)$$

Молярная масса связана с относительной молекулярной массой. Подставив в формулу (4) выражения m_0 из (1) и N_A из (3), получим:

$$M = M_r \frac{m_{0C}}{12} \cdot \frac{12 \frac{г}{моль}}{m_{0C}} = M_r \frac{г}{моль} = 10^{-3} \cdot M_r \frac{кг}{моль}.$$

Масса m произвольного количества вещества ν равна произведению массы молекулы этого вещества на число молекул в этом теле:

$$m = m_0 N = \nu m_0 N_A = \nu M.$$

Для определения числа молекул N в теле в зависимости от его массы m и молярной массы M можно записать формулу:

$$N = N_A \frac{m}{M}.$$

1. Что называют: а) относительной молекулярной массой вещества; б) количеством вещества; в) молярной массой? 2. В чём состоит физический смысл постоянной Авогадро? 3. Как связаны между собой: а) молярная масса и относительная молекулярная масса; б) масса произвольного количества вещества и молярная масса? 4. Как можно определить массу одной молекулы, зная молярную массу?

УПРАЖНЕНИЯ

1. Кусочек парафина объёмом 1 мм³, брошенный в горячую воду, расплавился и образовал плёнку, площадь поверхности которой равна

1 м^2. Оцените диаметр молекулы парафина, полагая, что толщина плёнки равна диаметру молекулы.

2. Расстояние между центрами соседних атомов золота равно $2{,}9 \cdot 10^{-10}$ м. Сколько слоёв атомов содержится в листочке золота толщиной 0,1 мкм?

3. Какое количество вещества составляет $5{,}418 \cdot 10^{26}$ молекул?

4. Кусок алюминия и кусок железа содержат одинаковое количество вещества. Чему равна масса куска алюминия, если масса куска железа — 2 кг?

5. На изделие, площадь поверхности которого равна 20 см^2, нанесён слой серебра толщиной 1 мкм. Сколько атомов серебра содержится в покрытии?

§ 39 ТЕМПЕРАТУРА. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ. Из механики нам известно, что по начальным координатам и скоростям можно при заданных силах найти положение и скорости движения тел в любой последующий момент времени. Однако определить подобным образом внутреннее состояние макроскопических тел, состоящих из огромного числа частиц, невозможно. Тем не менее, для описания свойств макроскопических тел можно использовать физические величины, относящиеся не к отдельным молекулам, составляющим тела, а ко всему макроскопическому телу в целом. К числу таких величин относится объём V, давление p, температура t (T).

Любое макроскопическое тело или группу макроскопических тел называют термодинамической системой*.

Величины, характеризующие состояние термодинамической системы без учёта молекулярного строения тел, называют *макроскопическими* (или *термодинамическими*) *параметрами*. Макроскопические параметры не ограничиваются только объёмом, давлением и температурой. Например, для смеси газов нужно знать концентрации отдельных компонентов смеси.

ТЕМПЕРАТУРА И ЕЁ ИЗМЕРЕНИЕ. Причину способности тел по-разному воздействовать на органы чувств можно связать с различной степенью *нагретости тел — температурой*. Но это только качественное, субъективное определение температуры, не содержащее указаний на способ её измерения.

---

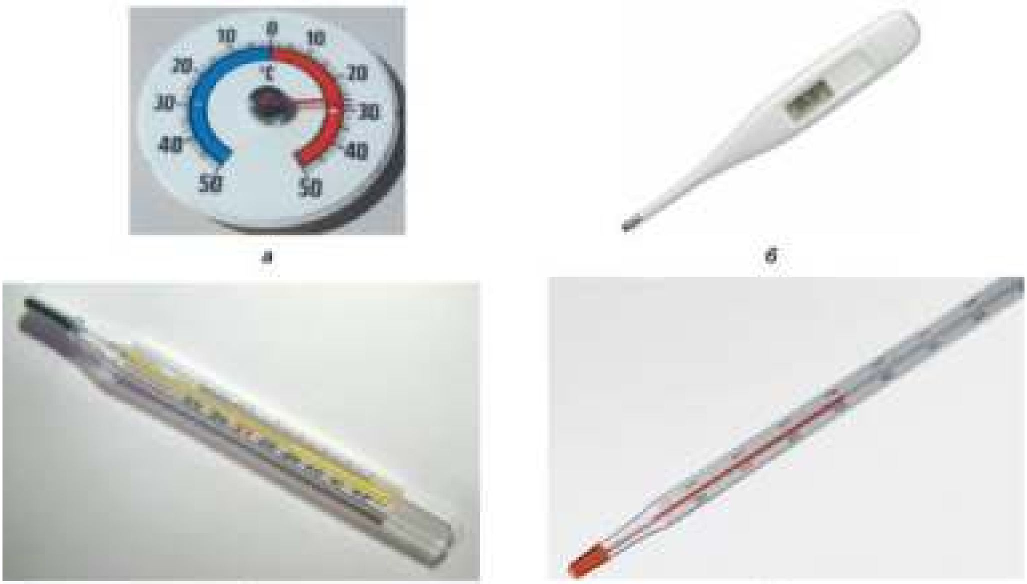
* От греч. *systema* — целое, составленное из частей.

А. ЦЕЛЬСИЙ

Для того чтобы температуру измерить количественно, требуется установить *температурную шкалу*. К концу XVIII в. число температурных шкал достигало двух десятков. Чаще всего на практике используют зависимость объёма жидкости (ртути или спирта) от температуры.

В большинстве стран используется температурная *шкала Цельсия*, названная в честь её создателя — шведского астронома и физика Андерса Цельсия (1701—1744). За начало отсчёта (0) на ней принимают температуру тающего льда; второй опорной точкой (100) считают температуру кипения воды при нормальном атмосферном давлении. Шкалу между точками 0 и 100 делят на 100 равных частей, называемых градусами (1 °C). Перемещение столбика жидкости на одно деление соответствует изменению температуры на 1 °C.

В настоящее время существуют различные виды термометров: механический (рис. 6.5, *а*), электрический (рис. 6.5, *б*), ртутный медицинский (рис. 6.5, *в*), лабораторный (рис. 6.5, *г*). Их действие основано на зависимости свойств тел от температуры. Так как различные жидкости расширяются при нагревании не совсем одинаково, то установленная таким образом шкала будет до некоторой степени зависеть от свойств жидкости.



а *б* *в* *г*

Рис. 6.5

Какое же вещество выбрать, чтобы избавиться от этой зависимости? Было замечено, что в отличие от жидкостей все разреженные газы — водород, гелий, кислород — расширяются при нагревании одинаковым образом и одинаково изменяют своё давление при изменении температуры. По этой причине в физике для установления температурной шкалы используют изменение объёма определённого количества разреженного газа при постоянном давлении или изменение давления при постоянном объёме. Это так называемая *газовая шкала температур*. В интервале от 0 до 100 °С ртутная и газовая шкалы температур практически совпадают.

ТЕПЛОВОЕ РАВНОВЕСИЕ. Экспериментально установлено, что с течением времени между любыми телами системы с различной температурой устанавливается *тепловое* (или *термодинамическое*) *равновесие*.

Тепловым (термодинамическим) равновесием называют такое состояние системы, при котором все макроскопические параметры сколь угодно долго остаются неизменными.

Это означает, что не изменяются объём и давление, не происходит теплообмен, отсутствуют взаимные превращения газов, жидкостей, твёрдых тел и т. д. В частности, не меняется объём столбика ртути в термометре, т. е. температура системы остаётся постоянной. Если бросить в стакан кусочек льда и закрыть стакан плотной крышкой, то лёд начнёт плавиться, а вода охлаждаться. Когда лёд растает, вода станет нагреваться; после того как она примет температуру окружающего воздуха, никаких изменений внутри стакана с водой происходить не будет.

Состояние теплового равновесия макроскопической системы характеризует температура: *во всех частях системы, находящейся в состоянии теплового равновесия, температура имеет одно и то же значение*, т. е. между всеми телами системы установилось тепловое равновесие. Тела A и B (вода в разных сосудах) имеют одинаковую температуру, если каждое из них находится в тепловом равновесии с телом C (этим телом может быть термометр) (рис. 6.6). И наоборот, если тела имеют одинаковую температуру, то можно утверждать, не приводя их в непосредственный контакт, что они находятся в состоянии теплового равновесия.

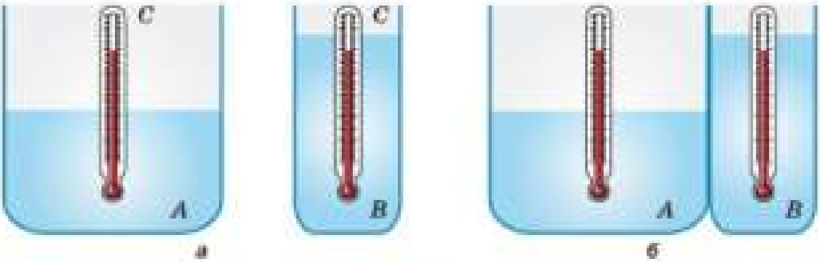


Рис. 6.6

В результате экспериментов был установлен один из фундаментальных законов природы — *нулевой закон термодинамики*.

Система при неизменных внешних условиях самопроизвольно переходит в состояние теплового (термодинамического) равновесия.

Если температуры тел различны, то при установлении между ними теплового контакта будет происходить обмен энергией. При этом тело с большей температурой будет отдавать энергию телу с меньшей температурой. Разность температур тел указывает направление теплообмена между ними.

МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЕ ОБЪЯСНЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ. Чему соответствует с микроскопической точки зрения равенство температур макроскопических тел при тепловом равновесии между ними? При столкновении быстро движущихся молекул с медленно движущимися молекулами такой же массы скорости быстрых молекул уменьшаются, а медленных — увеличиваются. За счёт многочисленных соударений средние кинетические энергии молекул выравниваются и при тепловом равновесии имеют одно и то же значение, как для молекул одинаковой массы, так и для молекул разных масс.

Другими словами, *температура является мерой средней кинетической энергии хаотического движения молекул в макроскопических телах*. Это утверждение будет строго обосновано нами в дальнейшем.

1. Что называют: а) термодинамической системой; б) макроскопическими параметрами термодинамической системы? **2.** Какое состояние системы называют тепловым (термодинамическим) равновесием? **3.** Как построена шкала Цельсия? **4.** Сформулируйте нулевой закон термодинамики. **5.** В чём заключается молекулярно-кинетический смысл температуры?

1. Имеет ли смысл фраза: «Температура одной молекулы равна...»? Почему?
2. Как измерить медицинским термометром температуру тела человека, если температура окружающего воздуха равна 42 °C?

Это любопытно...

Из истории развития физики и техники

Первый прообраз термометра демонстрировал на своих лекциях Г. Галилей в 1592 г. Термометр Галилея (термоскоп) состоял из трубки, частично заполненной водой, и стеклянного шарика (рис. 6.7). Конец трубки был опущен в открытый сосуд с водой. При нагревании шарика давление воздуха в нём увеличивалось, и уровень воды в трубке опускался. При охлаждении, наоборот, уровень воды поднимался вверх. Таким образом, о температуре можно было судить по уровню столбика воды в трубке. Первое применение термоскоп нашёл в медицине.

Рис. 6.7

Термоскоп Галилея имел существенный недостаток: его показания зависели от атмосферного давления. При повышении давления уровень жидкости в трубке будет повышаться без увеличения температуры. Впоследствии во Флоренции были изготовлены полностью запаянные термометры, показания которых не зависели от атмосферного давления. Вода была заменена спиртом с более высокой температурой замерзания.

Для того чтобы показания различных термометров можно было сравнивать, необходимо ввести температурную шкалу. После множества попыток в качестве опорных точек были выбраны температуры таяния льда и кипения воды. Впервые это предложил сделать Гюйгенс. Одной из распространённых температурных шкал является *шкала Фаренгейта*. За 0 °F в этой шкале принимается температура смеси воды, льда и нашатыря, а за 100 °F — нормальная температура человеческого тела. Температуре замерзания воды по этой шкале соответствует 32 °F, а температуре кипения воды — 212 °F.

§ 40 ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ. АБСОЛЮТНАЯ ШКАЛА ТЕМПЕРАТУР

МОДЕЛЬ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА. Количественные зависимости между двумя макроскопическими параметрами газа одной и той же массы при неизменном значении третьего параметра называют *газовыми законами*.

Реальный газ — достаточно сложная система, и полностью описать её свойства весьма затруднительно. Поэтому при изучении газовых законов мы будем использовать физическую модель — *идеальный газ*. Она удовлетворяет определённым условиям.

1. Средние расстояния между молекулами много больше их размеров (т. е. молекулы можно считать материальными точками).

2. Средняя кинетическая энергия частиц много больше энергии их взаимодействия, поэтому молекулы идеального газа не взаимодействуют на расстоянии.

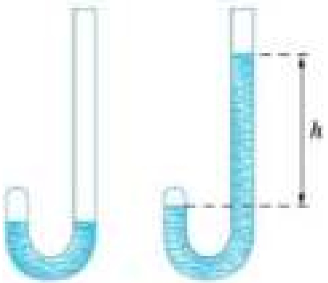
3. Молекулы идеального газа сталкиваются между собой и со стенками сосуда абсолютно упруго.

Реальные газы подчиняются газовым законам лишь приближённо и тем менее точно, чем больше плотность газа и ниже его температура.

ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС. ЗАКОН БОЙЛЯ — МАРИОТТА. Первый газовый закон был открыт английским учёным Робертом Бойлем (1627—1691) в 1660 г. Независимо от него французский физик Эдм Мариотт (1620—1684) в 1676 г. установил закон изменения объёма газа данной массы от давления при постоянной температуре.

Процесс изменения состояния термодинамической системы при постоянной температуре называют изотермическим*.

Бойль наблюдал за изменением объёма воздуха, запертого в длинной изогнутой трубке столбом ртути (рис. 6.8, *а*). Вначале уровни ртути в обоих коленах трубки были одинаковыми и давление воздуха было равно атмосферному (760 мм рт. ст.). Доливая ртуть в длинное колено трубки, Бойль заметил, что объём воздуха уменьшился вдвое, когда разность уровней в обоих коленах оказалась равной $h = 760$ мм, и, следовательно, давление воздуха увеличилось вдвое (рис. 6.8, *б*). Отсюда он сделал вывод, что объём газа данной массы и его давление находятся в обратно пропорциональной зависимости.



а *б*

Рис. 6.8

Согласно закону Бойля — Мариотта, давление газа данной массы при постоянной температуре обратно пропорционально его объёму: $p \sim 1/V$.

Если p_1 — давление газа при объёме V_1, а p_2 — его давление при объёме V_2 (рис. 6.9), то

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}.$$

Отсюда следует, что $p_1V_1 = p_2V_2$, или

$$pV = \text{const}.$$

Сформулируем *закон Бойля — Мариотта*.

Произведение давления газа данной массы на его объём постоянно, если температура не меняется.

* От греч. *isos* — равный, *therme* — тепло.

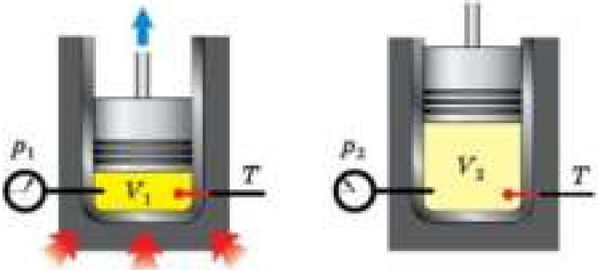


Рис. 6.9

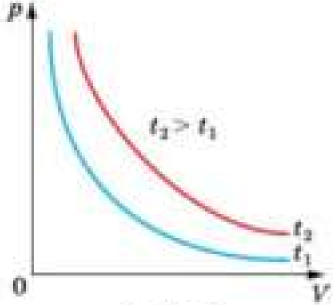


Рис. 6.10

Процесс изменения давления газа в зависимости от его объёма при постоянной температуре изображается графически с помощью кривой — *изотермы* (рис. 6.10).

Разным постоянным температурам соответствуют различные изотермы, так как более высокой температуре при одном и том же объёме соответствует большее давление. Поэтому изотерма, соответствующая более высокой температуре t_2, лежит выше изотермы, соответствующей более низкой температуре t_1.

ИЗОБАРНЫЙ ПРОЦЕСС. ЗАКОН ГЕЙ-ЛЮССАКА. Закон, определяющий зависимость объёма газа от температуры при постоянном давлении (и неизменной массе), был установлен в начале XIX в. французским учёным Жозефом Луи Гей-Люссаком (1778—1850).

Процесс изменения состояния термодинамической системы при постоянном давлении называют изобарным*.

Схематически прибор Гей-Люссака показан на рисунке 6.11. Исследуемый газ находится в стеклянном баллончике, соединённом с длинной стеклянной трубкой. Газ заперт небольшой капелькой ртути в трубке. Так как трубка расположена горизонтально, то давление в баллончике всё время остаётся равным атмосферному. Температура газа с помощью специального нагревателя увеличивается от 0 до 100 °С. За изменением объёма можно следить по перемещению капельки ртути.

На основании наблюдений Гей-Люссак установил следующий закон (*закон Гей-Люссака*).

* От греч. *isos* — равный и *baros* — тяжесть, вес.

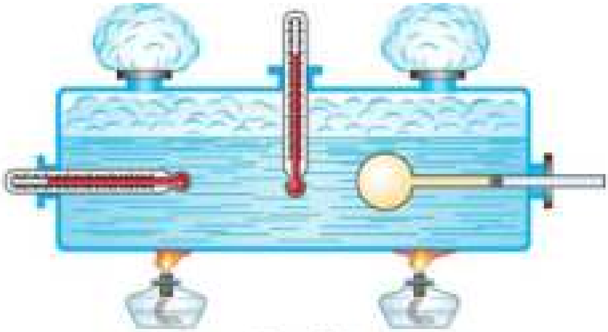


Рис. 6.11

Относительное изменение объёма газа данной массы при постоянном давлении прямо пропорционально изменению температуры t.

$$\frac{V - V_0}{V_0} = \alpha t, \qquad (1)$$

где V — объём газа при температуре t; V_0 — объём газа при температуре $t_0 = 0$ °C; α — температурный коэффициент объёмного расширения.

Температурный коэффициент объёмного расширения α численно равен относительному изменению объёма газа при изменении его температуры на 1 °C. Опыт показывает, что при малых плотностях температурный коэффициент объёмного расширения одинаков для всех газов:

$$\alpha = \frac{1}{273}\ ^{\circ}\mathrm{C}^{-1}.$$

Это означает, что газы изменяют свой объём примерно на $\frac{1}{273}$ того объёма, который каждый из газов занимал при 0 °C, если температура меняется на 1 °C. С точки зрения молекулярно-кинетической теории одинаковое значение коэффициента α для всех газов объясняется тем, что молекулы газа находятся в среднем на больших по сравнению с их размером расстояниях друг от друга. Особенности межмолекулярных сил для различных газов в этих условиях не сказываются.

Уравнение (1) можно записать в другой форме:

$$\boxed{V = V_0(1 + \alpha t).} \qquad (2)$$

Используя найденные значения объёма газа при различных температурах и неизменном давлении, можно построить график зависимости V от t. Эту зависимость графически выражает прямая линия — *изобара*. Различным давлениям газа соответствуют разные изобары (рис. 6.12).

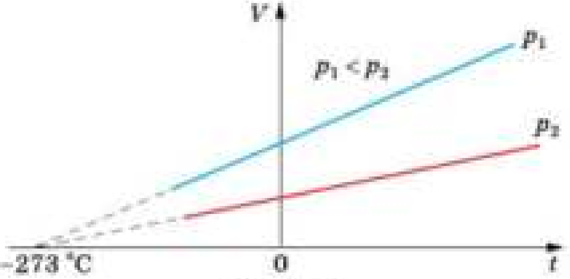


Рис. 6.12

Так как с ростом давления объём газа при постоянной температуре уменьшается (закон Бойля — Мариотта), то изобара, соответствующая более высокому давлению p_2, лежит ниже изобары, соответствующей более низкому давлению p_1.

Если продолжить изобары в область низких температур, то все прямые пересекают ось температуры в точке, соответствующей объёму, равному нулю (пунктирные прямые на рис. 6.12). Но это не означает, что объём газа действительно обращается в нуль. Ведь все газы при значительном охлаждении превращаются в жидкости, а к жидкостям ни закон Гей-Люссака, ни закон Бойля — Мариотта неприменимы.

ГАЗОВАЯ ШКАЛА ТЕМПЕРАТУР. Тот факт, что численное значение температурного коэффициента объёмного расширения в предельном случае малых плотностей одинаково для всех газов, позволяет установить температурную шкалу, не зависящую от вещества, — *идеальную газовую шкалу температур*.

Приняв за основу шкалу Цельсия, можно определить температуру из соотношения (1):

$$t = \frac{V - V_0}{\alpha V_0}.$$

АБСОЛЮТНАЯ ТЕМПЕРАТУРА. ШКАЛА КЕЛЬВИНА. Предельную температуру, при которой объём идеального газа становится равным нулю, принимают за *абсолютный нуль температуры*. Однако объём реальных газов при абсолютном нуле температуры обращаться в нуль не может.

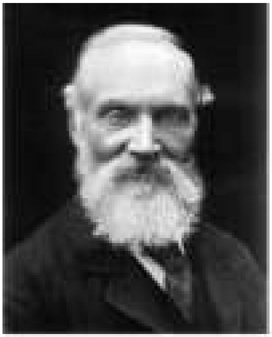
Найдём значение абсолютного нуля по шкале Цельсия. Приравнивая объём V в формуле (2) нулю и учитывая значение α, получим:

$$0 = V_0\left(1 + \frac{1}{273}t\right).$$

Отсюда абсолютный нуль температуры:

$$t = -273\ ^\circ\text{C}^*.$$

* Более точное значение абсолютного нуля составляет –273,15 °C.



У. ТОМСОН

Выдающийся британский физик Уильям Томсон (лорд Кельвин) (1824—1907) ввёл абсолютную температурную шкалу. Его именем названы градусы этой шкалы — *градусы Кельвина*. Нулевая температура по шкале Кельвина соответствует абсолютному нулю. Единица температуры по этой шкале равна градусу по шкале Цельсия, поэтому абсолютная температура T связана с температурой по шкале Цельсия формулой:

$$T = t + 273.$$

На рисунке 6.13 для сравнения показаны абсолютная шкала и шкала Цельсия.

С точки зрения молекулярно-кинетической теории абсолютная температура связана со средней кинетической энергией хаотического движения атомов или молекул. При $T = 0$ К тепловое движение молекул прекращается.

Используя понятие абсолютной температуры, закон Гей-Люссака можно сформулировать следующим образом.

Для газа данной массы отношение объёма газа к его абсолютной температуре постоянно, если давление газа не меняется.

Из закона Гей-Люссака следует, что отношение объёмов газа данной массы при постоянном давлении (рис. 6.14) равно отношению его абсолютных температур.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

ИЗОХОРНЫЙ ПРОЦЕСС. ЗАКОН ШАРЛЯ. Зависимость давления газа данной массы от его температуры при постоянном объёме экспериментально установил французский физик Жак Шарль (1746—1823) в 1787 г.

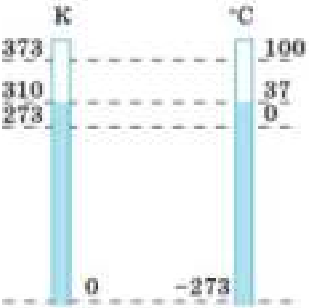


Рис. 6.13

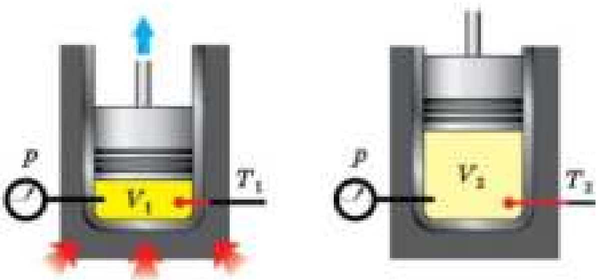


Рис. 6.14

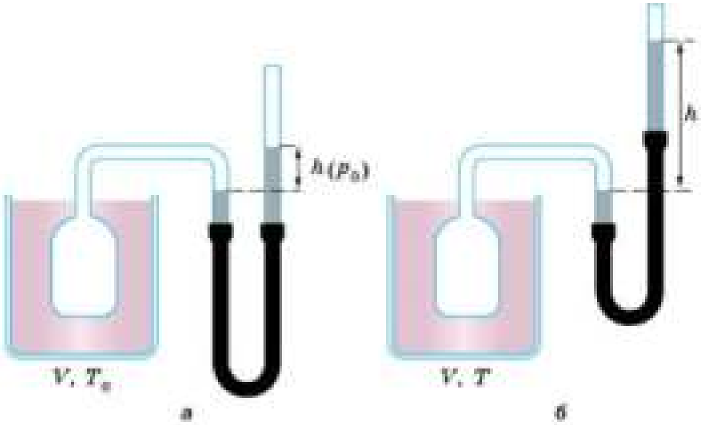


Рис. 6.17

давление при некоторой фиксированной температуре T_0 (рис. 6.17, *а*). Затем измеряют давление при температуре T (рис. 6.17, *б*). Зная давление p_0 при температуре T_0 и давление p при температуре T, можно определить температуру T. На каком газовом законе основано действие данного термометра? По какой формуле определяют температуру?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В цилиндре под поршнем находится воздух при давлении 200 кПа и температуре 27 °С. Воздух начинают нагревать, нагружая при этом поршень так, что объём воздуха остаётся неизменным. Груз какой массы находится на поршне, когда температура воздуха равна 50 °С? Площадь поршня равна 30 см². Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с².

Дано:	СИ:
$p_1 = 200$ кПа	$200 \cdot 10^3$ Па
$t_1 = 27$ °С	$T_1 = 300$ К
$t_2 = 50$ °С	$T_2 = 323$ К
$S = 30$ см²	$30 \cdot 10^{-4}$ м²
$g = 10$ м/с²	
m — ?	

Решение:

В задаче рассматривается изохорный процесс ($V = \text{const}$). Согласно закону Шарля,

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

С учётом того, что груз создаёт давление на поршень $\frac{mg}{S}$, запишем:

$$p_2 = p_1 + \frac{mg}{S}.$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_1 + \frac{mg}{S}}{T_2}; \quad \frac{p_1 T_2}{T_1} = p_1 + \frac{mg}{S}.$$

Отсюда выразим массу m груза: $m = \frac{p_1 S}{g}\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right).$

Подставляя числовые данные, получим:

$$m = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-4}}{10} \cdot \left(\frac{323}{300} - 1\right) \text{ кг} = 4{,}6 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 4{,}6$ кг.

УПРАЖНЕНИЯ

1. При увеличении давления в 1,5 раза объём идеального газа уменьшился на 30 мл. Найдите первоначальный объём газа. Процесс считать изотермическим.

2. Баллон ёмкостью 20 л наполнен сжатым воздухом при давлении, равном 120 атм. Какой объём воды можно вытеснить из цистерн подводной лодки воздухом этого баллона, если впуск воздуха в цистерну производится на глубине 30 м? Температуру считать постоянной.

3. Идеальный газ, находящийся при температуре 17 °С, нагрели изохорно так, что его давление повысилось на 30% по отношению к первоначальному давлению. Найдите абсолютную температуру газа в нагретом состоянии.

4. Изобразите изохорный процесс в координатах: а) p, V; б) p, T; в) V, T.

5. Изобразите изобарный процесс в координатах: а) p, V; б) p, T; в) V, T.

6. На рисунке 6.18, *а*—*в* приведены графики изменения состояния термодинамической системы (идеального газа) в координатах p, V. Постройте графики этого процесса в координатах p, T и V, T.

7. Два одинаковых стеклянных шара соединены трубкой. При температуре 0 °С капелька ртути находится посередине трубки. Объём воздуха с каждой стороны капельки равен 200 см³. На какое расстояние сместится капелька, если один шар нагреть до 2 °С, а другой охладить до −2° С? Площадь поперечного сечения трубки составляет 20 мм².

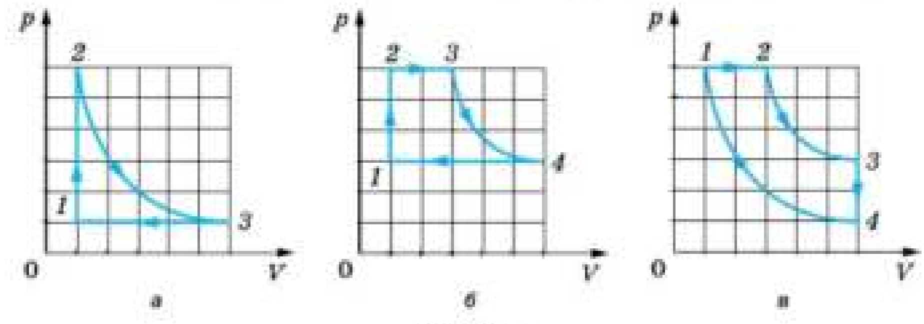


Рис. 6.18

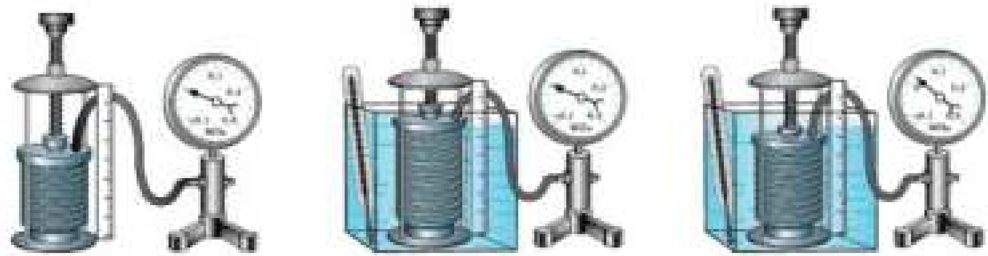
УРАВНЕНИЕ КЛАПЕЙРОНА. Состояние идеального газа данной массы характеризуется тремя макроскопическими параметрами: давлением p, объёмом V и температурой T. Используя газовые законы $pV = \text{const}$ и $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$, можно получить уравнение, связывающее все три указанных параметра. Это уравнение называют *уравнением состояния идеального газа*.

Исследуем это уравнение сначала экспериментально. Для этого возьмём герметичный гофрированный сосуд, соединённый с манометром (рис. 6.19). Вращением винта можно изменять объём сосуда. Об объёме газа можно судить с помощью линейки. Пусть в начальном состоянии *1* газ в сосуде (рис. 6.20, *а*) имеет давление p_1, объём V_1 и температуру T_1, равную температуре окружающего воздуха.

Рис. 6.19

Затем газ переходит в состояние *2*, при котором давление, объём и температура будут иметь соответственно значения p_2, V_2, T_2. Переведём газ из состояния *1* в состояние *2* с помощью двух процессов: изобарного и изотермического. Для этого поместим сосуд в большую банку с водой, нагретой до температуры T_2 (рис. 6.20, *б*). Вода в банке будет служить термостатом. Одновременно начнём увеличивать объём газа так, чтобы давление p_1 оставалось постоянным (изобарный процесс). Газ с течением времени перейдёт в промежуточное состояние *1'* с объёмом V' и температурой T_2. Графически этот переход обозначен прямой *1—1'* на рисунке 6.21.

Затем изотермически при температуре T_2 переведём газ в конечное состояние *2* с давлением p_2 и объёмом V_2, при этом медленно уменьшая



а *б* *в*

Рис. 6.20

объём сосуда (рис. 6.20, *в*). Графически этот процесс отображает участок гиперболы *1′—2* (см. рис. 6.21).

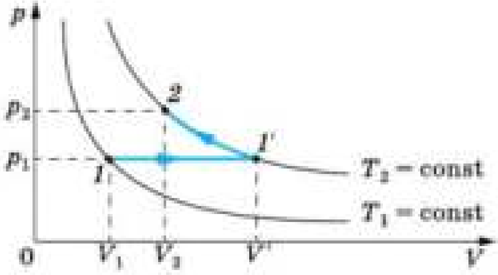


Рис. 6.21

Согласно закону Гей-Люссака,

$$\frac{V_1}{V'} = \frac{T_1}{T_2}. \qquad (1)$$

Применяя закон Бойля—Мариотта для изотермического процесса, получим:

$$p_1V' = p_2V_2. \qquad (2)$$

Выразим из уравнения (1) объём V':

$$V' = V_1\frac{T_2}{T_1}$$

и подставим полученное значение в уравнение (2). Тогда

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \text{ при } m = \text{const}.$$

В пределах точности, обеспечиваемой экспериментальной установкой, данный результат согласуется с опытом. Так как начальное и конечное состояния газа выбраны произвольно, то можно сделать следующий вывод.

Произведение давления идеального газа данной массы на его объём, делённое на абсолютную температуру, есть величина постоянная, не зависящая от состояния, в котором находится газ.

$$\frac{pV}{T} = \text{const}. \qquad (3)$$

Уравнение (3) носит название *уравнения Клапейрона*[*] (или *объединённого газового закона*) и представляет собой одну из форм записи уравнения состояния идеального газа.

Вычислим значение постоянной в уравнении (3). Возьмём вначале газ в количестве 1 моль, его объём обозначим через V_M. При температуре 0 °С и атмосферном давлении 101 325 Па объём одного моля любого газа один и тот же: V_{M0} = 0,0224 м³/моль. Для одного моля любого газа:

$$\frac{pV_M}{T} = \frac{p_0V_{M0}}{T_0} = \frac{101\,325 \cdot 0{,}0224}{273}\,\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2 \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = 8{,}31\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

[*] Бенуа Поль Эмиль Клапейрон (1799—1864) — французский физик и инженер, автор работ по термодинамике.

Таким образом, для одного моля газа произведение давления на его объём, отнесённое к абсолютной температуре, является постоянной величиной для всех газов. Её называют *универсальной газовой постоянной* и обозначают буквой R:

$$R = 8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}. \tag{4}$$

УРАВНЕНИЕ МЕНДЕЛЕЕВА — КЛАПЕЙРОНА. Для одного моля идеального газа, как следует из выражений (3) и (4), можно записать:

$$pV_M = RT. \tag{5}$$

Пусть количество газа равно произвольному числу молей

$$\nu = \frac{m}{M},$$

где m — масса газа; M — его молярная масса.

Объём V этого количества вещества при тех же значениях давления и температуры равен

$$V = \nu V_M = \frac{m}{M} V_M. \tag{6}$$

Умножая обе части уравнения (5) на ν и учитывая выражение (6), получим более общую запись уравнения состояния для произвольной массы идеального газа:

$$\boldsymbol{pV = \frac{m}{M} RT.} \tag{7}$$

В такой форме уравнение состояния было впервые записано великим русским учёным Дмитрием Ивановичем Менделеевым (1834—1907). Поэтому уравнение (7) называют *уравнением Менделеева — Клапейрона*. Единственная величина в уравнении состояния, зависящая от рода газа, это его молярная масса.

1. Запишите уравнение: а) Клапейрона; б) Менделеева — Клапейрона. 2. Какие макроскопические параметры идеального газа связывает между собой уравнение Менделеева — Клапейрона?

УПРАЖНЕНИЯ

1. Воздушный шар объёмом 800 м^3 наполнен гелием, находящимся при нормальных условиях. На сколько возрастёт подъёмная сила шара, если гелий нагреть на 20 К? Считайте, что оболочка не растяжима, нагревание происходит через отверстие в нижней части оболочки шара.
2. Воздух, находящийся в упругой оболочке при температуре 20 °С и давлении 10^5 Па, занимает объём 2 л. Какой объём займёт этот воздух под водой на глубине 136 м, на которой температура равна 4 °С?

3. Баллон, содержащий воздух при температуре 273 К и давлении 10^5 Па, плотно прикрывает крышка с площадью поверхности 10^{-3} м^2 и массой 20 кг. До какой температуры нужно нагреть воздух, чтобы он приподнял крышку?

4. В вертикальном цилиндрическом сосуде с площадью основания 0,01 м^2 под поршнем массой 50 кг находится идеальный газ при температуре 47 °С. Поршень расположен на высоте 0,5 м от дна сосуда. На сколько опустится поршень, если положить на него груз массой 350 кг, а газ нагреть до 127 °С? Трение о стенки сосуда не учитывать. Атмосферное давление равно 10^5 Па.

5. В узкой цилиндрической трубке, запаянной с одного конца, находится воздух, отделённый от наружного пространства столбиком ртути длиной $l = 15$ см. Когда трубка лежит горизонтально, воздух в ней занимает объём $V_1 = 240$ мм^3, когда трубка устанавливается вертикально, открытым концом вверх, то воздух занимает объём $V_2 = 200$ мм^3. Чему равно атмосферное давление во время опыта? Ответ выразите в мм рт. ст.

§ 42 ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ МКТ

ДАВЛЕНИЕ ГАЗА В МКТ. Газ, находящийся в закрытом сосуде, имеет давление p_0. Оно измерено манометром. Как возникает это давление? Каждая молекула газа, ударяясь о стенку сосуда, в течение малого промежутка времени действует на неё с определённой силой. В результате беспорядочных ударов о стенку сила, действующая со стороны всех молекул на поверхность стенки единичной площади, т. е. давление, будет быстро меняться со временем примерно так, как показано на рисунке 6.22. Однако действия, вызванные ударами отдельных молекул, настолько слабы, что манометром они не регистрируются. Манометр фиксирует среднюю по времени силу, действующую на каждую единицу площади поверхности его чувствительного элемента — мембраны. Несмотря на небольшие изменения давления, среднее значение давления p_0 оказывается вполне определённым, так как ударов о стенку очень много, а массы молекул очень малы.

Рис. 6.22

ВЫВОД ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ МКТ. Вычислим с помощью МКТ давление идеального газа, находящегося в прямоугольном сосуде с твёрдыми стенками. Газ и сосуд имеют одинаковые температуры, т. е. находятся в состоянии теплового равновесия. Будем считать, что молекулы сталкиваются со стенками абсолютно упруго. При этом условии кинетическая энергия молекул в результате столкновения не изменяется.

При движении молекулы в трёхмерном пространстве XYZ направление X ничем не отличается от направлений Y и Z (в силу хаотического движения молекул), следовательно, для среднего значения квадрата проекции скорости справедливы равенства

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}.$$

Для каждой молекулы значение среднего квадрата скорости равно сумме средних квадратов её проекций:

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}.$$

Из этих выражений следует:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}. \qquad (1)$$

Множитель $\frac{1}{3}$ появляется вследствие трёхмерности пространства.

Вычислим давление идеального газа на стенку CD сосуда, имеющую площадь S и расположенную перпендикулярно оси X (рис. 6.23).

При ударе молекулы о стенку её импульс изменяется: $\Delta p_x = m_0(v_x - v_{0x})$. При абсолютно упругом взаимодействии модули скорости молекулы до и после удара равны, и тогда изменение импульса $\Delta p_x = 2m_0v_x$. Согласно второму закону Ньютона, изменение импульса молекулы равно импульсу подействовавшей на неё силы со стороны стенки сосуда. По третьему закону Ньютона импульс силы, с которой молекула подействовала на стенку, будет иметь то же значение. Следовательно, в результате удара молекулы на стенку подействовала сила, импульс которой равен $2m_0|v_x|$.

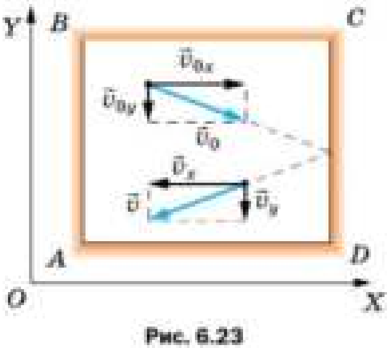


Рис. 6.23

Молекул много, и каждая из них передаёт стенке при столкновении такой же импульс. За время t они передадут стенке импульс $2m_0|v_x|Z$, где Z — число ударов всех молекул о стенку за это время. Число Z прямо пропорционально концентрации n молекул, т. е. числу молекул в единице объёма, а также скорости молекул $|v_x|$.

Чем больше эта скорость, тем больше молекул за время t успеют столкнуться со стенкой.

Кроме того, число столкновений молекул со стенкой пропорционально площади S поверхности стенки: $Z \sim n|v_x|St$. Нужно ещё учесть, что в среднем только половина всех молекул движется к стенке. Благодаря хаотическому движению направления движения молекул по и против оси OX равновероятны, поэтому вторая половина молекул движется в обратную сторону. Число ударов молекул о стенку за время t $Z = \frac{1}{2}n|v_x|St$ и полный импульс силы, подействовавшей на стенку, $Ft = 2m_0|v_x|Zt$.

Отсюда $F = nm_0v_x^2S$.

Учтём, что не все молекулы имеют одно и то же значение квадрата скорости v_x^2. В действительности средняя сила, действующая на стенку, пропорциональна не v_x^2, а среднему значению квадрата скорости $\overline{v_x^2}$: $\bar{F} = nm_0\overline{v_x^2}S$. Так как согласно формуле (1) $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$, то $\bar{F} = \frac{1}{3}nm_0\overline{v^2}S$. Таким образом, давление газа на стенку сосуда равно:

$$p = \frac{\bar{F}}{S} = \frac{1}{3}nm_0\overline{v^2}. \qquad (2)$$

В итоге мы получили выражение для определения давления идеального газа, или *основное уравнение МКТ*.

Давление идеального газа пропорционально произведению массы молекулы на концентрацию молекул и средний квадрат их скорости.

СРЕДНЕКВАДРАТИЧНАЯ СКОРОСТЬ. Отметим, что стоящая в правой части уравнения (2) величина $\overline{v^2}$ связана со *среднеквадратичной скоростью* $v_{\text{ср. кв}}$ хаотического движения молекул следующим соотношением:

$$v_{\text{ср. кв}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_N^2}{N}},$$

где $v_1, v_2, \ldots, v_1$ — модули скоростей молекул; N — их число.

С учётом этого уравнение (2) можно записать в виде:

$$p = \frac{1}{3}m_0nv_{\text{ср. кв}}^2.$$

Данная формула связывает макроскопическую величину — давление, которое может быть измерено манометром, — с микроскопическими величинами, характеризующими молекулы.

Если через $\bar{E}$ обозначить среднюю кинетическую энергию хаотического поступательного движения одной молекулы: $\bar{E} = \frac{m\overline{v^2}}{2}$, то уравнение (2) можно записать в виде:

$$p = \frac{2}{3}n\bar{E}.$$

Давление идеального газа на стенки сосуда зависит от концентрации молекул и средней кинетической энергии хаотического поступательного движения молекул.

1. Какие законы механики используются при выводе основного уравнения МКТ? **2.** Между какими физическими величинами устанавливает связь основное уравнение МКТ? **3.** Как рассчитать давление идеального газа, зная среднюю кинетическую энергию хаотического поступательного движения молекул?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Среднеквадратичная скорость молекул идеального газа равна 400 м/с. Определите объём, который займёт 1 кг газа в сосуде при нормальном атмосферном давлении, равном 10^5 Па.

Дано:	Решение:
$v_{ср.кв} = 400$ м/с $m = 1$ кг $p = 10^5$ Па V — ?	Согласно основному уравнению МКТ, $p = \frac{1}{3}nm_0v^2_{ср.кв}$. Концентрация молекул газа в сосуде: $n = \frac{N}{V}$.

Тогда основное уравнение МКТ можно записать в виде:

$$p = \frac{1}{3}\frac{Nm_0v^2_{ср.кв}}{V}.$$

Учитывая, что $Nm_0 = m$, запишем:

$$p = \frac{1}{3}\frac{mv^2_{ср.кв}}{V} \Rightarrow V = \frac{mv^2_{ср.кв}}{3p}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$V = \frac{1 \cdot 400^2}{3 \cdot 10^5}\ м^3 \approx 0{,}53\ м^3.$$

Ответ: $V \approx 0{,}53$ м^3.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Какое давление на стенки сосуда объёмом 0,5 л производит идеальный газ массой $3 \cdot 10^{-3}$ кг, если среднеквадратичная скорость молекул равна 500 м/с?
2. Какое давление на стенки сосуда производит кислород, если среднеквадратичная скорость его молекул равна 400 м/с, а число молекул в 1 см^3 равно $2{,}7 \cdot 10^{19}$?
3. В колбе ёмкостью 1,2 л содержится $3 \cdot 10^{22}$ атомов гелия при давлении, равном 10^5 Па. Чему равна средняя кинетическая энергия хаотического поступательного движения атомов?
4. В колбе ёмкостью 100 см^3 содержится газ при температуре, равной 27 °C. На сколько изменится давление газа, если вследствие утечки из колбы выйдет 10^{20} молекул?

§ 43 ТЕМПЕРАТУРА И СРЕДНЯЯ КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ХАОТИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ МОЛЕКУЛ

ТЕМПЕРАТУРА И СРЕДНЯЯ КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ. Из основного уравнения МКТ можно получить важное следствие: *температура — мера средней кинетической энергии хаотического поступательного движения молекул*. Для доказательства этого утверждения будем считать количество идеального газа равным 1 моль. Молярный объём газа обозначим через V_M. Запишем основное уравнение МКТ $p = \frac{2}{3}n\bar{E}$, умножим обе его части на молярный объём V_M и учтём, что $nV_M = N_A$:

$$pV_M = \frac{2}{3}N_A\bar{E}. \qquad (1)$$

Формула (1) устанавливает связь макроскопических параметров газа — давления p и объёма V_M — со средней кинетической энергией $\bar{E}$ хаотического поступательного движения молекул.

Вместе с тем полученное опытным путём уравнение состояния идеального газа для 1 моль газа имеет вид:

$$pV_M = RT. \qquad (2)$$

Левые части уравнений (1) и (2) одинаковы. Следовательно, должны быть равны и их правые части, т. е. $\frac{2}{3}N_A\bar{E} = RT$.

Отсюда можно установить связь между средней кинетической энергией хаотического поступательного движения молекул и температурой:

$$\bar{E} = \frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T. \qquad (3)$$

Средняя кинетическая энергия хаотического поступательного движения молекул газа пропорциональна абсолютной температуре.

Л. БОЛЬЦМАН

Чем выше температура, тем быстрее движутся молекулы. Соотношение между $\bar{E}$ и T установлено для разреженных газов. Оно верно для жидкостей, а также для твёрдых тел, у которых атомы могут лишь колебаться около положений равновесия в узлах кристаллической решётки. При приближении температуры к абсолютному нулю энергия теплового движения молекул также приближается к нулю*.

В уравнение (3) входит отношение универсальной газовой постоянной R к постоянной Авогадро N_A. Это отношение одинаково для всех веществ. Оно называется *постоянной Больцмана* в честь австрийского учёного Людвига Больцмана (1844—1906). Постоянная Больцмана равна

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}}{6{,}02\cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = 1{,}38\cdot 10^{-23}\ \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Уравнение (3) с учётом постоянной Больцмана можно записать в следующем виде:

$$\boxed{\bar{E} = \frac{3}{2}kT.} \qquad (4)$$

ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПОСТОЯННОЙ БОЛЬЦМАНА. После установления связи температуры со средней кинетической энергией хаотического движения молекул стало очевидным, что температуру можно определять как среднюю кинетическую энергию молекул и выражать её в джоулях. Поэтому постоянную Больцмана можно рассматривать как величину, связывающую температуру, выражаемую в энергетических единицах, с температурой, выраженной в градусах.

* Согласно законам квантовой механики, абсолютный нуль соответствует минимальному значению энергии движения, а не полному прекращению какого-либо движения.

ЗАВИСИМОСТЬ ДАВЛЕНИЯ ГАЗА ОТ КОНЦЕНТРАЦИИ ЕГО МОЛЕКУЛ И ТЕМПЕРАТУРЫ. Подставив в формулу $p = \frac{2}{3}n\overline{E}$ соотношение (4), получим выражение, связывающее давление газа, концентрацию его молекул и температуру:

$$p = nkT. \tag{5}$$

Из формулы (5) следует, что при одинаковых давлениях и температурах концентрация молекул у всех газов одна и та же. Отсюда можно прийти к *закону Авогадро*: в равных объёмах газов при одинаковых давлениях и температурах содержится одинаковое число молекул.

ЗАКОН ДАЛЬТОНА. На практике чаще имеют дело не с чистым газом — кислородом, водородом и т. д., а со смесью газов. Атмосферный воздух, в частности, представляет собой смесь азота, кислорода и многих других газов. Каждый из газов смеси вносит свой «вклад» в суммарное давление на стенки сосуда. Давление, которое имел бы каждый из газов, составляющих смесь, если удалить из сосуда остальные газы, называют *парциальным* (т. е. частным) давлением.

Давление смеси газов p равно сумме парциальных давлений всех газов $p_1, p_2, p_3, ..., p_n$, составляющих эту смесь.

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + ... + p_n. \tag{6}$$

Это соотношение называют *законом Дальтона*, в честь английского химика Джона Дальтона (1766—1844). Он установил, что соотношение (6) выполняется для достаточно разреженных газов. С точки зрения МКТ закон Дальтона выполняется потому, что взаимодействие между молекулами идеального газа отсутствует. Поэтому каждый газ оказывает на стенку сосуда такое давление, как если бы остальных газов не было.

ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА. *Внутренней энергией тела* (*системы тел*) U называют энергию, которая зависит только от термодинамического состояния тела или системы тел. С точки зрения МКТ внутренняя энергия макроскопического тела равна сумме кинетических энергий хаотического (теплового) движения всех молекул (или атомов) и потенциальных энергий их взаимодействия друг с другом.

Вычислить внутреннюю энергию идеального газа не составляет большого труда. Вспомним, что в модели идеального газа молекулы не взаимодействуют друг с другом на расстоянии, поэтому их потенциальная энергия взаимодействия равна нулю. Следовательно, *внутренняя энергия идеального газа определяется кинетической энергией хаотического движения его молекул*. При этом энергией, связанной с вращением молекул и колебаниями атомов в молекулах, пренебрегают.

Наиболее прост по своим свойствам одноатомный газ, т. е. газ, состоящий из отдельных атомов, а не молекул. Одноатомными являются инертные газы — гелий, неон, аргон и др. Их средняя потенциальная энергия очень мала и вся энергия представляет собой кинетическую энергию хаотического движения молекул. Это справедливо, если сосуд с газом покоится, т. е. газ как целое не движется. Тогда упорядоченное движение отсутствует и механическая энергия газа равна нулю. Газ обладает только внутренней энергией.

Для вычисления внутренней энергии идеального одноатомного газа массой m нужно умножить среднюю кинетическую энергию одного атома, выражаемую формулой (4), на число атомов. Это число равно произведению количества вещества $\nu = \frac{m}{M}$ на постоянную Авогадро N_A.

Умножая равенство (4) на $\frac{m}{M}N_A$ и учитывая, что $R = kN_A$, получим выражение для внутренней энергии U идеального одноатомного газа:

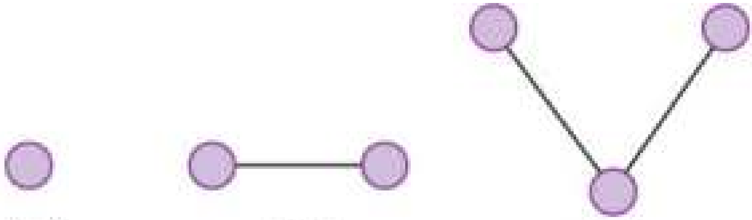
$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT. \qquad (7)$$

Внутренняя энергия идеального газа прямо пропорциональна его абсолютной температуре, от объёма газа она не зависит.

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа (7) — это по существу суммарная кинетическая энергия хаотического поступательного движения молекул.

* **ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ГАЗОВ.** Любое тело в классической механике характеризуется определённым числом степеней свободы f — числом независимых переменных (координат), однозначно определяющих положение тела в пространстве. Соответственно число независимых движений, которые тело может совершать, также равно f. Атом можно рассматривать как однородный шарик с числом степеней свободы $f = 3$ (рис. 6.24, *а*). Атом может совершать только поступательное движение по трём независимым, взаимно перпендикулярным направлениям. Двухатомная молекула обладает осевой симметрией (рис. 6.24, *б*) и имеет пять степеней свободы. Три степени свободы соответствуют её поступательному движению и две — вращательному вокруг двух осей, перпендикулярных друг другу и оси симметрии (линии, соединяющей центры атомов в молекуле). Многоатомная молекула, подобно твёрдому телу произвольной формы, характеризуется шестью степенями свободы (рис. 6.24, *в*). Наряду с поступательным движением молекула может совершать вращения вокруг трёх взаимно перпендикулярных осей.

От числа степеней свободы молекул зависит внутренняя энергия газа. Вследствие беспорядочности теплового движения ни один из видов дви-



$f = 3$
а

$f = 5$
б

$f = 6$
в

Рис. 6.24

жения молекулы не имеет преимущества перед другим. На каждую степень свободы, соответствующую поступательному или вращательному движению молекул, приходится одна и та же средняя кинетическая энергия. В этом состоит *теорема о равномерном распределении кинетической энергии по степеням свободы* (её строгое доказательство приводится в статистической механике). Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул $\bar{E} = \frac{3}{2}kT$.

Поступательному движению соответствуют три степени свободы. Следовательно, на одну степень свободы приходится средняя кинетическая энергия, равная

$$\bar{E}_0 = \frac{1}{2}kT.$$

Если эту величину умножить на число степеней свободы f и число молекул газа массой m, то получится внутренняя энергия произвольного идеального газа:

$$\boldsymbol{U = \frac{f}{2}\frac{m}{M}RT.}$$

1. Как связаны между собой температура и средняя кинетическая энергия хаотического поступательного движения молекул идеального газа? 2. В чём состоит физический смысл: а) температуры с точки зрения МКТ; б) постоянной Больцмана? 3. Как зависит давление идеального газа от концентрации его молекул и температуры? 4. Сформулируйте закон Дальтона. 5. Чем отличаются формулы для определения внутренней энергии идеального одноатомного газа и молекулярных газов?

В закрытом со всех сторон сосуде находится не идеальный газ, молекулы которого при ударах о стенки передают им часть кинетической энергии. Будет ли нагреваться сосуд, если он теплоизолирован от окружающей среды?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Внутренняя энергия порции гелия, содержащейся в сосуде при температуре 27 °C, составляет 10 Дж. Определите число молекул гелия.

Дано:	СИ:	Решение:
$U = 10$ Дж $t = 27$ °C $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К	 $T = 300$ К	В случае идеального одноатомного газа (гелий — одноатомный газ) внутренняя энергия представляет собой суммарную кинетическую энергию поступательного движения молекул.
N — ?		

Средняя кинетическая энергия поступательного движения, приходящаяся на одну молекулу, равна $\bar{E} = \frac{3}{2}kT$. Следовательно, внутренняя энергия гелия $U = N\bar{E} = \frac{3}{2}NkT$, где N — искомое число молекул. Отсюда

$$N = \frac{2U}{3kT}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$N = \frac{2 \cdot 10}{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} \approx 1{,}6 \cdot 10^{21} \text{ молекул.}$$

Ответ: $N \approx 1{,}6 \cdot 10^{21}$ молекул.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Во сколько раз изменится давление идеального газа, если концентрация его молекул увеличится в 3 раза, а среднеквадратичная скорость молекул уменьшится в 3 раза?
2. Вакуумные насосы позволяют понижать давление до величины 10^{-10} Па. Сколько молекул газа содержится в кубическом сантиметре при указанном давлении и температуре, равной 27 °C?
3. Два баллона ёмкостью 10 и 5 л заполнены соответственно кислородом до 4 атм и углекислым газом до 8 атм при одной и той же температуре. Баллоны соединяют между собой тонкой трубкой. При этом образуется смесь газов той же температуры. Определите давление смеси.
4. Как изменится внутренняя энергия идеального одноатомного газа, если его давление увеличится в 3 раза, а объём уменьшится в 2 раза?
5. В сосуде находилось 0,3 кг гелия. Через некоторое время в результате утечки гелия и уменьшения абсолютной температуры на 10% давление в сосуде уменьшилось на 20%. Какое число молекул вышло из сосуда?

Рис. 6.25

линию (рис. 6.25). Молекула обладает большими скоростями на прямолинейных отрезках ломаной. Перемещение же молекулы в каком-либо направлении в среднем невелико даже за время порядка нескольких секунд. При перемещении молекулы из точки A в точку B пройденный путь оказывается гораздо больше расстояния AB (см. рис. 6.25).

О. ШТЕРН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ МОЛЕКУЛ ГАЗА. Опыты по определению скорости теплового движения молекул подтвердили справедливость формулы (2). Один из них был осуществлён немецким физиком Отто Штерном (1888—1969) в 1920 г.

Одна из схем опыта Штерна показана на рисунке 6.26. Прибор состоит из сосуда *1*, системы диафрагм *2*, *3* и цилиндра *4*, вращающегося с большой угловой скоростью ω.

В сосуде *1* натянута тонкая платиновая проволочка *5*, покрытая слоем серебра. По проволочке пропускают электрический ток. При прохождении тока слой серебра испаряется, и сосуд заполняется газом из одноатомных молекул серебра. Газ находится в равновесном состоянии при температуре T, которую можно измерить.

В стенке сосуда *1* сделано маленькое отверстие, через которое небольшое количество молекул серебра вылетает из сосуда в пространство, где создан вакуум. Здесь молекулы практически не сталкиваются друг с другом. С помощью диафрагм *2*, *3* выделяется пучок молекул, направленный вдоль диаметра вращающегося цилиндра. В цилиндре имеется узкая щель. В момент, когда щель оказывается на пути пучка, небольшая порция молекул попадает внутрь цилиндра и движется к его противоположной стенке.

Расстояние, равное диаметру цилиндра D, эти молекулы пролетают за время $\tau = \frac{D}{\bar{v}}$, где $\bar{v}$ — среднее значение скорости. За это время цилиндр повернётся на угол $\varphi = \omega\tau = \frac{\omega D}{\bar{v}}$. Если бы цилиндр был неподвижен, то молекулы осаждались бы на его внутренней поверхности прямо напротив

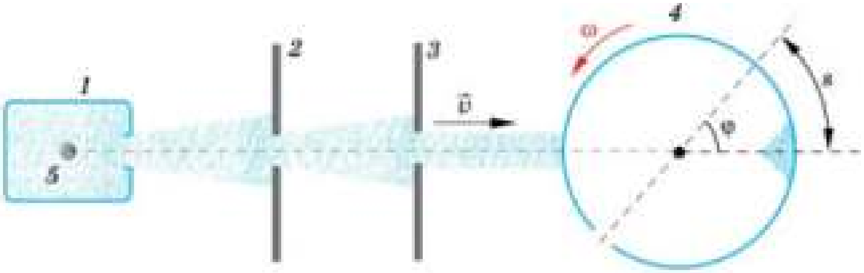


Рис. 6.26

щели. Но при вращении цилиндра молекулы попадают на участок цилиндра, смещённый на расстояние $s = \frac{D\varphi}{2} = \frac{\omega D^2}{2\bar{v}}$ от точки, лежащей на одном диаметре со щелью (см. рис. 6.26).

В результате на внутренней поверхности цилиндра образуется след от осаждённых молекул серебра в виде тёмного пятна. Его толщина не везде одинакова. Измерив длину дуги s, соответствующую наибольшей толщине слоя серебра, и зная диаметр цилиндра и его угловую скорость, можно определить среднюю скорость молекул по формуле

$$\bar{v} = \frac{\omega D^2}{2s}.$$

Полученные значения средней скорости молекул серебра находились в интервале 560—640 м/с, что соответствовало среднеквадратичной скорости, вычисленной по формуле (2) и равной 584 м/с. Это является экспериментальным доказательством справедливости формулы (2), а следовательно, и выражения $\bar{E} = \frac{3}{2}kT$. Измеряя толщину пятна серебра в разных местах, можно приблизительно подсчитать число молекул, скорости которых лежат в тех или иных интервалах.

Анализ экспериментальных данных позволил найти распределение молекул газа по скоростям при определённой температуре. Видно, что построенная кривая (рис. 6.27) имеет максимум, показывающий, что наибольшее число молекул обладает скоростью $v_{н. в}$.

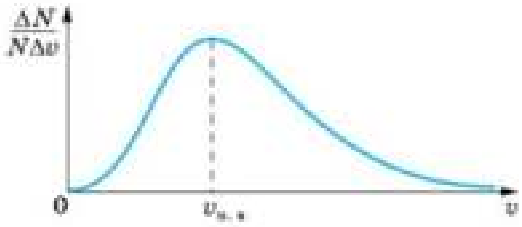


Рис. 6.27

Наиболее вероятная скорость — это скорость, которой обладает максимальное число молекул.

Другими словами, модули скоростей большинства молекул близки к наиболее вероятной скорости. Наиболее вероятная и среднеквадратичная скорости отличаются друг от друга в пропорции $v_{н.в} : v_{ср.кв} \approx 1 : 1{,}22$.

1. Опишите устройство экспериментальной установки Штерна. **2.** Как было получено распределение молекул серебра по скоростям в опыте Штерна? **3.** Какое значение имеет опыт Штерна для МКТ?

1. Скорости хаотического движения многих молекул при комнатной температуре близки к скорости летящей пули. Почему же запаху духов требуется заметное время, чтобы распространиться по комнате?
2. На высоте нескольких сотен километров над Землёй молекулы атмосферы обладают скоростями, которым соответствуют температуры в несколько тысяч градусов. Почему же не плавятся летающие на этой высоте искусственные спутники Земли?
3. Можно ли в опыте Штерна измерить скорость одной молекулы газа?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В опыте Штерна покрытая серебром платиновая проволочка, натянутая вдоль общей оси цилиндров диаметрами 12 и 240 мм (рис. 6.28, *а*), нагрелась током. Испаряющиеся с её поверхности молекулы серебра пролетали в вакууме сквозь щель в малом цилиндре и создавали на поверхности большего цилиндра полоску серебра. Когда прибор приводился в быстрое вращение вокруг оси цилиндров, полоска смещалась на расстояние 7,6 мм (рис. 6.28, *б*). Вычислите среднюю скорость молекул, если температура нити равна 1173 К, а цилиндры совершают 2800 оборотов в минуту.

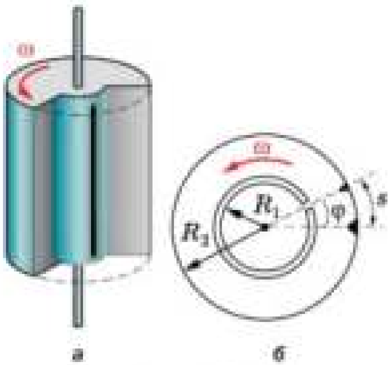


Рис. 6.28

Дано:	СИ:
$M_{Ag} = 108 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	
$D_1 = 12$ мм	$12 \cdot 10^{-3}$ м
$D_2 = 240$ мм	$240 \cdot 10^{-3}$ м
$T = 1173$ К	
$n = 2800$ об/мин	46,7 об/с
$s = 7{,}6$ мм	$7{,}6 \cdot 10^{-3}$ м
$\bar{v}$ — ?	

Решение:

Время, за которое молекулы серебра пролетят расстояние от первого цилиндра до второго, равно:

$$\tau = \frac{R_2 - R_1}{\bar{v}} = \frac{D_2 - D_1}{2\bar{v}}. \quad (1)$$

За это время внешний цилиндр повернётся на угол $\varphi = \omega\tau$, где ω — угловая скорость вращения ($\omega = 2\pi n$).

Найдём угол φ, используя рисунок 6.28, *б*:

$$\varphi = \frac{s}{R_2},$$

$$\frac{s}{R_2} = 2\pi n \tau \Rightarrow \tau = \frac{s}{\pi n D_2}. \qquad (2)$$

Приравняем выражения (1) и (2):

$$\frac{D_2 - D_1}{2\bar{v}} = \frac{s}{\pi n D_2}.$$

Отсюда

$$\bar{v} = \frac{\pi n D_2 (D_2 - D_1)}{2s}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$\bar{v} = \frac{3{,}14 \cdot 46{,}7 \cdot 240 \cdot 10^{-3} \cdot (240 - 12) \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 7{,}6 \cdot 10^{-3}} \text{ м/с} \approx 528 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\bar{v} \approx 528$ м/с.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Каким будет смещение напылённой полоски серебра в приборе Штерна при частоте вращения 20 об/с, если скорость движения молекул 300 м/с? Радиус внешнего цилиндра 10 см. Радиусом внутреннего цилиндра пренебречь.
2. При вращении прибора Штерна (см. рис. 6.28) с частотой 45 об/с среднее смещение полоски серебра составляло 1,12 см. Радиусы внутреннего и внешнего цилиндра соответственно равны 1,2 и 16 см. Найдите скорость движения молекул серебра и оцените температуру нити.

§ 45 СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ. ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ. КАПИЛЛЯРНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ. Молекулы жидкости расположены почти вплотную друг к другу, поэтому каждая молекула ведёт себя иначе, чем молекула газа. *Время оседлой жизни* молекулы воды, т. е. время колебаний около одного определённого положения равновесия, при комнатной температуре равно в среднем 10^{-11} с. Время же, за которое совершается одно колебание, меньше (10^{-12}—10^{-13} с). С повышением температуры время оседлой жизни молекул уменьшается.

Молекулы в жидкости находятся на малых расстояниях друг от друга. Для того чтобы изменить её объём, необходимо приложить очень большие силы. Именно этим и объясняется *малая сжимаемость жидкостей*.

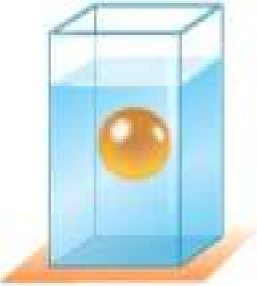


Рис. 6.29

Все жидкости обладают *текучестью*, поэтому жидкость принимает форму того сосуда, в котором она находится. В небольших количествах жидкость принимает форму, близкую к шарообразной. Объяснить это можно так. Если жидкость неподвижна, то перескоки молекул из одного оседлого положения в другое происходят с одинаковой частотой по всем направлениям. Наличие внешней силы заметно не изменяет числа перескоков молекул в секунду, но перескоки молекул из одного оседлого положения в другое при этом происходят преимущественно в направлении действия внешней силы. Вот почему жидкость течёт и принимает форму сосуда.

Интересный опыт был выполнен бельгийским физиком Жозефом Плато (1801—1883). Если приготовить раствор соли в воде, плотность которого равна плотности анилина, и ввести в такой раствор некоторое количество анилина, то он в растворе примет форму шара (рис. 6.29).

Итак, *жидкость под действием только молекулярных сил принимает такую форму, при которой её поверхность в данных условиях наименьшая.* Из курса геометрии вам известно, что наименьшей площадью поверхности из всех тел равного объёма обладает шар.

Многочисленные опыты подтверждают, что поверхностный слой воды ведёт себя как растянутая эластичная плёнка. Такое же впечатление производит плёнка мыльного пузыря (рис. 6.30). Осторожно положите иглу (или канцелярскую скрепку) на поверхность воды. Поверхностная плёнка прогнётся и не даст игле (скрепке) утонуть (рис. 6.31, *а*). По той же причине водомерки могут быстро скользить по поверхности воды (рис. 6.31, *б*), как конькобежцы по льду.

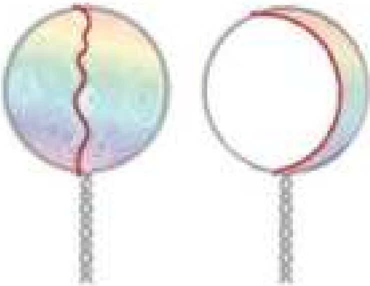
Проделаем другой опыт. К двум точкам проволочного каркаса привяжем нить, длина которой больше диаметра каркаса. Погрузив каркас в раствор мыла, получим мыльную плёнку, на которой нить будет лежать в произвольном положении (рис. 6.32, *а*). Если проколоть плёнку с одной стороны нити, то плёнка, оставшаяся по другую сторону нити, сокращаясь, натянет нить так, как показано на рисунке 6.32, *б*. Этот опыт можно видоизменить, положив на плёнку, образованную в проволочном каркасе, петлю (рис. 6.33, *а*).

Рис. 6.30

а

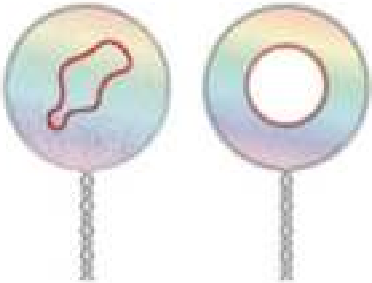
б

Рис. 6.31



а б

Рис. 6.32



а б

Рис. 6.33

Если прорвать плёнку внутри петли, то она примет форму окружности (рис. 6.33, *б*).

Таким образом, *молекулы поверхностного слоя жидкости обладают особыми свойствами*.

ПОВЕРХНОСТНАЯ ЭНЕРГИЯ. Молекулы у поверхности раздела двух сред находятся в иных условиях, чем молекулы в глубине жидкости. Молекулу в глубине жидкости окружают со всех сторон соседние молекулы. Молекула же поверхности жидкости подвергается воздействию только молекул, находящихся внутри жидкости. В результате действия молекулярных сил притяжения и отталкивания молекулы поверхностного слоя находятся в среднем на бо́льших расстояниях друг от друга, чем молекулы внутри жидкости. Другими словами, жидкость в поверхностном слое находится в растянутом, напряжённом состоянии. Следовательно, молекулы поверхностного слоя жидкости обладают избытком потенциальной энергии по сравнению с энергией, которой эти молекулы обладали бы, находясь внутри жидкости.

Избыточную потенциальную энергию, которой обладают молекулы поверхностного слоя жидкости, называют поверхностной энергией.

Поверхностная энергия прямо пропорциональна площади поверхности жидкости. Поэтому отношение поверхностной энергии $U_п$ участка поверхности жидкости к площади S этого участка — величина постоянная, не зависящая от площади S. Её называют *коэффициентом поверхностного натяжения* (или просто поверхностным натяжением) и обозначают греческой буквой σ.

$$\sigma = \frac{U_п}{S}.$$

Единицей поверхностного натяжения жидкости в СИ является 1 Дж/м^2. Его можно также выразить в *ньютонах на метр* (Н/м).

СИЛА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ. Силу, которая действует вдоль поверхности жидкости перпендикулярно линии, ограничивающей эту поверхность, и стремится сократить её до минимума, называют *силой поверхностного натяжения*.

Для того чтобы измерить модуль силы поверхностного натяжения, проделаем следующий опыт. Возьмём прямоугольную проволочную рамку, одна сторона которой AB длиной l может перемещаться с малым трением в вертикальной плоскости.

Погрузив рамку в сосуд с мыльным раствором, образуем на ней мыльную плёнку (рис. 6.34, *а*). Как только мы вынем рамку из мыльного раствора, проволочка AB придёт в движение. Мыльная плёнка будет сокращать свою поверхность. Следовательно, на проволочку AB действует сила, направленная перпендикулярно проволочке в сторону плёнки. Это и есть сила поверхностного натяжения.

Для того чтобы помешать проволочке двигаться, к ней необходимо приложить некоторую силу. Для её создания можно прикрепить к проволочке мягкую пружину, закреплённую на основании штатива (см. рис. 6.34, *а*).

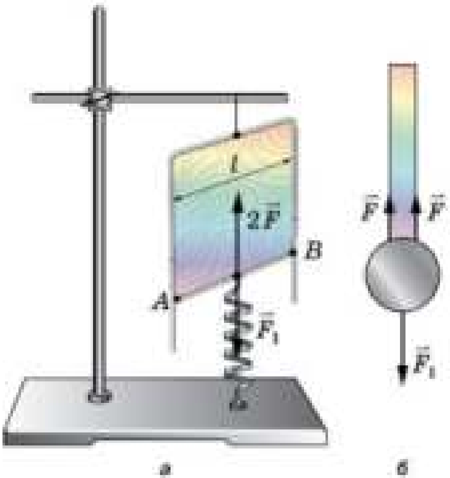


Рис. 6.34

Сила упругости пружины вместе с силой тяжести, действующей на проволочку, в сумме дадут результирующую силу $\vec{F}_1$. Для равновесия проволочки необходимо, чтобы выполнялось равенство $\vec{F}_1 = -2\vec{F}$, где $\vec{F}$ — сила поверхностного натяжения, действующая на проволочку со стороны одной из поверхностей плёнки (рис. 6.34, *б*). Отсюда $F = \frac{F_1}{2}$.

Расчёты показывают, что модуль силы поверхностного натяжения, действующей на границу поверхностного слоя длиной l, равен

$$F = \sigma l.$$

Сила поверхностного натяжения направлена по касательной к поверхности перпендикулярно границе поверхностного слоя (перпендикулярно проволочке AB в данном случае, см. рис. 6.34, *а*).

СМАЧИВАНИЕ И НЕСМАЧИВАНИЕ. На границе раздела «жидкость — твёрдое тело» необходимо учитывать силы притяжения между молекулами жидкости и молекулами твёрдого тела. В ряде случаев сила притяжения между молекулами жидкости и твёрдого тела оказывается больше силы притяжения между молекулами самой жидкости. Тогда про жидкость говорят, что она *смачивает* твёрдое тело. Если силы притяжения между молекулами жидкости больше сил притяжения молекул твёрдого тела и молекул жидкости, то такая жидкость *не смачивает* поверхность твёрдого тела.

Так, стекло смачивается водой, но не смачивается ртутью. Значит, сила притяжения между молекулами воды и молекулами стекла больше силы притяжения молекул воды. В случае ртути и стекла силы притяжения между молекулами ртути и стекла малы по сравнению с силами притяжения между молекулами ртути. По этой причине капля ртути на стекле не растекается, а имеет форму сплюснутого шара, как и капли воды на поверхности листьев некоторых растений (рис. 6.35).

Рис. 6.35

Отличить смачивающую жидкость от несмачивающей очень просто. Для этого достаточно нанести каплю жидкости на поверхность твёрдого тела. Если жидкость смачивает тело, то капля растекается по поверхности, несмачивающая жидкость не растекается (рис. 6.36).

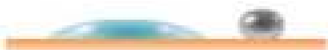


Рис. 6.36

Форма поверхности жидкости в том месте, где она соприкасается с твёрдой стенкой и газом, зависит от того, смачивает или не смачивает жидкость стенки сосуда. Если жидкость является смачи-

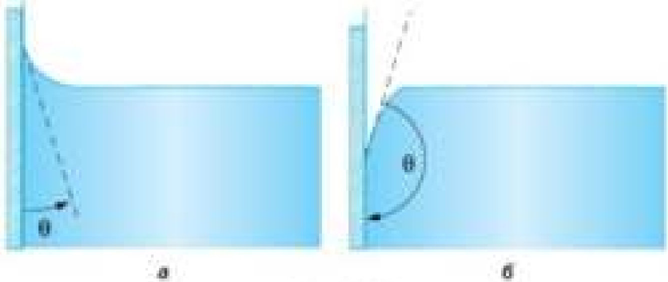


Рис. 6.37

вающей, то угол θ между касательной к поверхности жидкости и твёрдым телом на общей границе трёх сред, отсчитываемый внутрь жидкости (*краевой угол*), острый (рис. 6.37, *а*). В том случае, когда жидкость не смачивает твёрдое тело, краевой угол θ тупой (рис. 6.37, *б*). В случае полного смачивания $\theta = 0°$, а при полном несмачивании $\theta = 180°$.

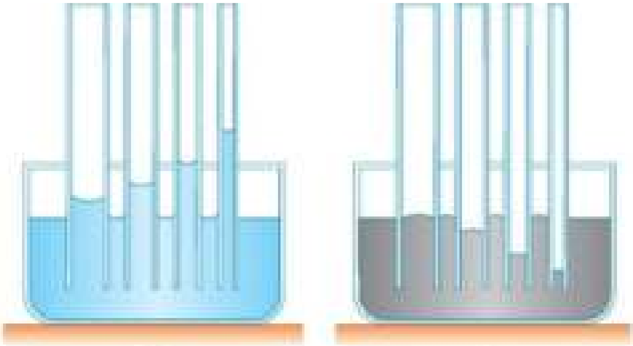
КАПИЛЛЯРНЫЕ ЯВЛЕНИЯ. Под капиллярными явлениями понимают подъём или опускание жидкости в узких трубках — *капиллярах** — по сравнению с уровнем жидкости в широких трубках.

Подъём смачивающей жидкости по капилляру можно объяснить действием сил поверхностного натяжения. Вдоль границы поверхностного слоя жидкости на стенки трубки действует сила поверхностного натяжения, имеющая вертикальную составляющую, направленную вниз (для смачивающей жидкости). По третьему закону Ньютона стенки трубки действуют на жидкость с такой же по модулю силой, имеющей составляющую, направленную вертикально вверх. Она заставляет жидкость подниматься в узкой трубке. Подъём жидкости по капилляру прекратится тогда, когда данная сила уравновесится силой тяжести, действующей на поднятую жидкость.

При этом чем меньше радиус трубки, тем на бóльшую высоту поднимается в ней жидкость (рис. 6.38, *а*). В свою очередь, жидкость, не смачивающая стенки капилляра (например, ртуть в стеклянной трубке), опускается ниже уровня жидкости в широком сосуде (рис. 6.38, *б*).

Пусть жидкость полностью смачивает стенки капиллярной трубки. В этом случае $\theta = 0°$ и изогнутая поверхность жидкости имеет форму полусферы радиусом, равным радиусу трубки (рис. 6.39). При этом сила поверхностного натяжения действует вертикально вверх по длине окружности $2\pi r$ жидкой плёнки, прилипшей к стеклу. Если коэффициент поверхностного натяжения σ, то сила F, удерживающая жидкость за края поверхностной плёнки, равна $2\pi r\sigma$, где r — радиус внутреннего канала трубки. Эта сила удерживает столб жидкости высотой h, вес которого равен $\pi r^2 h\rho g$, где ρ — плотность жидкости.

* От лат. *capillaris* — волосной.



а б

Рис. 6.38

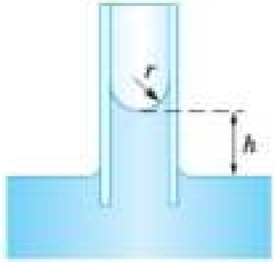


Рис. 6.39

Так как жидкость находится в равновесии, то $2\pi r\sigma = \pi r^2 h \rho g$. Отсюда получим

$$h = \frac{2\sigma}{r\rho g}.$$

Высота поднятия жидкости в капиллярной трубке прямо пропорциональна коэффициенту поверхностного натяжения и обратно пропорциональна радиусу трубки и плотности жидкости.

Данная формула справедлива и для несмачивающей жидкости, только в этом случае нужно говорить не о поднятии, а об опускании жидкости.

Капиллярностью объясняются такие явления, как распространение жидкостей по пористым телам, например поднятие жидкости по фитилю, проникновение жидкости по камням фундамента, поднятие влаги в почве.

ТЕПЛОВОЕ РАСШИРЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ. Наполним колбу с узким и длинным горлышком подкрашенной жидкостью (водой или лучше керосином) до половины горлышка и отметим резиновым колечком уровень жидкости. После этого опустим колбу в сосуд с горячей водой. Сначала будет видно понижение уровня жидкости в горлышке колбы, а затем уровень начнёт повышаться и поднимется значительно выше начального уровня. Это объясняется тем, что вначале нагревается сосуд и объём его увеличивается. Из-за этого уровень жидкости опускается. Затем нагревается жидкость. Расширяясь, она не только заполняет увеличившийся объём сосуда, но и значительно превышает его. Следовательно, *жидкости расширяются в большей степени, чем твёрдые тела.*

Вода обладает особыми свойствами, отличающими её от других жидкостей. У воды при нагревании от 0 до 4 °С объём не увеличивается, а уменьшается. Лишь начиная со значения 4 °С объём воды при нагревании возрастает. При температуре, равной 4 °С, объём воды минимален,

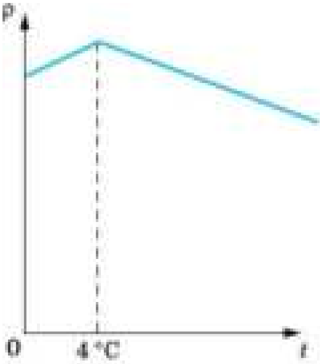


Рис. 6.40

а плотность максимальна. На рисунке 6.40 показана примерная зависимость плотности воды от температуры.

Отмеченное свойство воды влияет на характер теплообмена в водоёмах. При охлаждении воды плотность верхних слоёв увеличивается, и они опускаются вниз. Но после достижения воздухом температуры 4 °C дальнейшее охлаждение уже уменьшает плотность, и холодные слои воды остаются на поверхности. В результате в глубоких водоёмах даже при очень низкой температуре воздуха вода имеет температуру около 4 °C.

1. Какие свойства жидкости вам известны? **2.** Что называют: а) поверхностной энергией; б) силой поверхностного натяжения; в) коэффициентом поверхностного натяжения жидкости? **3.** Чем объясняются явления смачивания и несмачивания? В каких опытах можно наблюдать данные явления? **4.** В чём состоит причина капиллярных явлений? **5.** Какова особенность теплового расширения воды?

1. Для получения свинцовой дроби расплавленный свинец сквозь узкие отверстия льют в воду с некоторой высоты. Во время падения свинец принимает форму шариков. Объясните, почему это происходит.

2. Почему из флакона с узким горлышком (флакона духов) труднее выливается жидкость, чем из флаконов с широким горлышком?

3. Почему маленькие капли ртути, разлитой на стол, имеют форму, близкую к шарообразной, а большие растекаются по столу?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Найдите массу воды, поднявшейся по стеклянной капиллярной трубке диаметром 0,5 мм, если коэффициент поверхностного натяжения воды равен $7{,}2 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

Дано:	СИ:	Решение:
$d = 0{,}5$ мм $\sigma = 7{,}2 \cdot 10^{-2}$ Н/м	$0{,}5 \cdot 10^{-3}$ м	
m — ?		

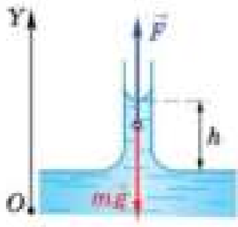


Рис. 6.41

Будем считать, что имеет место полное смачивание. В этом случае сила поверхностного натяжения, действующая на воду по периметру линии касания капилляра и свободной поверхности воды, направлена вертикально вверх. Эта сила удерживает «на весу» столбик воды искомой массы (рис. 6.41).

Запишем условие равновесия воды в капилляре в проекции на ось OY:

$$F - mg = 0.$$

С учётом того, что $F = 2\pi R\sigma$, запишем:

$$2\pi R\sigma = mg.$$

Отсюда

$$m = \frac{2\pi R\sigma}{g} = \frac{\pi d\sigma}{g}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$m = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 7{,}2 \cdot 10^{-2}}{9{,}8}\ \text{кг} \approx 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{кг}.$$

Ответ: $m \approx 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ кг.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Используя рисунок 6.34 и закон сохранения энергии, выведите формулу для расчёта силы поверхностного натяжения $F = \sigma l$.
2. Мыльная плёнка натянута на квадратную проволочную рамку со стороной a. Найдите силу поверхностного натяжения, действующую на сторону рамки со стороны одной из поверхностей плёнки. Коэффициент поверхностного натяжения равен σ.
3. Смачиваемый водой кубик массой 0,02 кг плавает на поверхности воды. Длина ребра кубика 0,03 м. На каком расстоянии от поверхности воды находится нижняя грань кубика?
4. На какую высоту поднимется вода в капиллярной трубке радиусом 1,5 мм? Вода полностью смачивает материал трубки.
5. Каким должен быть диаметр капиллярной трубки, чтобы вода поднялась в ней на 10^{-2} м? Вода полностью смачивает материал трубки.
6. В капиллярной трубке радиусом 0,5 мм жидкость поднялась на 11 мм. Определите плотность данной жидкости, если коэффициент её поверхностного натяжения равен 0,022 Н/м. Жидкость полностью смачивает материал трубки.

§ 46 СТРОЕНИЕ И СВОЙСТВА ТВЁРДЫХ ТЕЛ

КРИСТАЛЛЫ. Если рассматривать при помощи лупы или микроскопа крупинки сахара, соли, медного купороса и т. п., то можно заметить, что они ограничены плоскими, как бы шлифованными гранями. Наличие таких естественных граней является признаком нахождения вещества в кристаллическом состоянии.

а *б* *в*

Рис. 6.42

Кристаллом называют тело определённой геометрической формы, ограниченное естественными плоскими гранями.

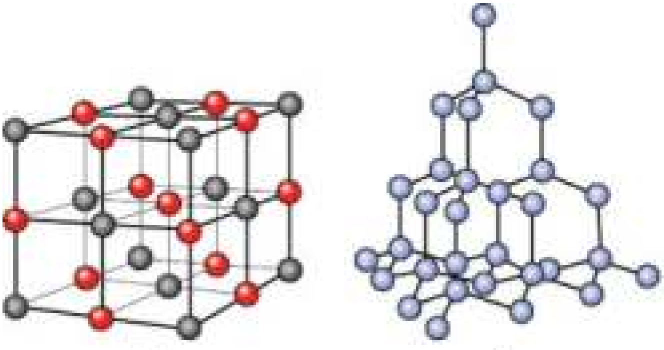
Тело, представляющее собой одиночный кристалл, называют *монокристаллом*. На рисунке 6.42 приведены примеры монокристаллов: *а* — кристалл исландского шпата; *б* — кристалл медного купороса; *в* — кристалл изумруда. Маленькая крупинка сахарного песка является монокристаллом. Большинство же кристаллических тел состоит из множества беспорядочно расположенных и сросшихся между собой мелких кристалликов. Такие тела называют *поликристаллами*. Поликристаллами являются все металлы* и минералы.

В зависимости от условий многие тела одинакового химического состава в кристаллическом состоянии могут существовать в двух или более разновидностях (*модификациях*). В этом состоит свойство *полиморфизма*. Например, углерод имеет различные модификации, например графит и алмаз. Графит — мягкий материал матово-чёрного цвета. Из него изготавливают грифели карандашей. Алмаз — прозрачный и очень твёрдый кристалл. При температуре около 150 °С (при нагревании в вакууме) алмаз превращается в графит. Для того чтобы графит превратить в алмаз, его нужно нагреть до 2000 °С под давлением 10^{10} Па.

Важным свойством монокристалла является *анизотропия* (от греч. *anisos* — неравный, *tropos* — поворот, направление) — неодинаковость его свойств (механических, тепловых, электрических и т. д.) по различным направлениям. Если кристаллы поваренной соли, имеющие кубическую форму, раскалывать, то мелкие осколки будут иметь преимущественно форму прямоугольного параллелепипеда. Это означает, что в направлениях, параллельных граням, прочность кристалла поваренной соли гораздо меньше, чем в диагональных и других направлениях.

Правильность внешней формы твёрдых (кристаллических) тел обусловлена тем, что частицы (атомы, молекулы), из которых эти тела состо-

* Металлы могут существовать и в виде монокристаллов.



а б

Рис. 6.43

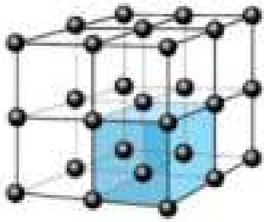


Рис. 6.44

ят, расположены относительно друг друга в определённом порядке, на строго определённых расстояниях друг от друга.

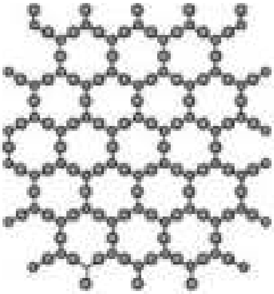
Атомы или молекулы твёрдых тел в отличие от жидкостей не могут разорвать свои связи с ближайшими соседями и колеблются около определённых положений равновесия. Вследствие теплового движения расстояния между частицами несколько меняются, так как они совершают колебания около определённых точек — положений равновесия частиц. Именно эти точки (их называют *узлами*) и расположены в определённом порядке.

Если мысленно соединить линиями положения равновесия атомов, то получится правильная пространственная решётка, называемая *кристаллической*. На рисунке 6.43 показаны кристаллические решётки поваренной соли (*а*) и алмаза (*б*).

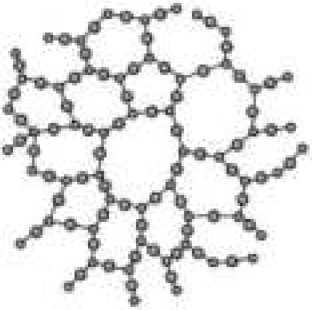
В пространственной решётке можно выделить наименьший фрагмент, повторением которого можно образовать всю решётку. Этот наименьший фрагмент называют *элементарной ячейкой решётки*. Так, элементарной ячейкой решётки кристалла криптона является куб (рис. 6.44). В монокристалле криптона такая ячейка повторяется много раз с неизменной ориентацией. На этом основании говорят, что в кристалле наблюдается *дальний порядок* в расположении атомов или других частиц (ионов, молекул и т. п.), из которых построен кристалл.

АМОРФНЫЕ ТЕЛА. В природе существует множество *аморфных* (от греч. *amorphos* — бесформенный) *тел*. Тепловые, электрические и оптические свойства аморфных тел одинаковы по всем направлениям, т. е. *аморфные тела изотропны*. Признаком аморфного тела является неправильная форма поверхности при их изломе.

Аморфные тела подобно кристаллическим телам сохраняют свою форму. Однако спустя длительный промежуток времени аморфные тела из-



а



б

Рис. 6.45

меняют свою форму под действием, например, силы тяжести. Это делает их похожими на жидкости. Так, длинная стеклянная трубка, положенная на опоры, в конце концов под действием силы тяжести прогибается. Аморфное состояние неустойчиво, и рано или поздно вещество из аморфного состояния переходит в кристаллическое.

В расположении атомов (молекул) аморфного тела наблюдается беспорядок. Только ближние атомы-соседи располагаются в относительном порядке. Но строгой повторяемости во всех направлениях одного и того же элемента структуры, которая характерна для кристаллов, в аморфных телах нет. Наблюдается лишь так называемый *ближний порядок*. На рисунке 6.45, *а* схематически изображён фрагмент кристаллической решётки кварца — совокупность правильных шестиугольников. Для сравнения на рисунке 6.45, *б* показана решётка аморфного кварца. Она имеет неправильную форму: наряду с шестиугольниками встречаются пяти- и семиугольники и т. д.

По мере повышения температуры аморфные тела постепенно размягчаются. Это происходит потому, что с ростом температуры учащаются перескоки атомов из одного положения равновесия в другое. Определённой температуры плавления у аморфных тел в отличие от кристаллических веществ нет. Поэтому аморфные твёрдые тела можно рассматривать как переохлаждённые жидкости с очень большой вязкостью.

*** ТЕПЛОВОЕ РАСШИРЕНИЕ ТВЁРДЫХ ТЕЛ.** При изменении температуры размеры тел меняются: при нагревании, как правило, увеличиваются, при охлаждении — уменьшаются.

Расширение небольшого стального шара, нагретого на газовой горелке, можно заметить по его прохождению через кольцо. Холодный шар легко проходит через кольцо (рис. 6.46, *а*), а нагретый — застревает в нём (рис. 6.46, *б*). Когда шар остынет, он снова проходит через кольцо.

При нагревании тела среднее расстояние между колеблющимися молекулами увеличивается, поэтому увеличиваются и размеры тела. При-

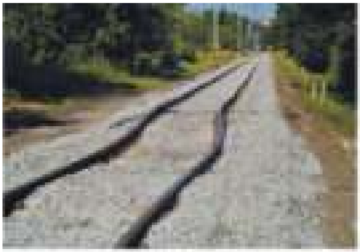


Рис. 6.47

На практике начальная температура тела далеко не всегда бывает равна 0 °С. Расчёт длины твёрдого тела при любой температуре выполняют следующим образом. Пусть при температуре t_1 длина тела равна l_1, а при температуре t_2 она равна l_2. Тогда длину l_2 можно определить по приближённой формуле:

$$l_2 = l_1(1 + \alpha_1 \Delta t),$$

где $\Delta t = t_2 - t_1$.

Линейные размеры твёрдых тел увеличиваются прямо пропорционально росту температуры.

При тепловом расширении твёрдых тел возникают силы, которые могут разрушать мосты, изгибать железнодорожные рельсы (рис. 6.47), разрывать провода линий электропередачи. Для того чтобы этого не случилось, при конструировании того или иного сооружения необходимо учитывать тепловое расширение. Например, железнодорожные рельсы на стыках имеют зазор. Несущие детали мостов ставят на катки, способные передвигаться при изменениях длины моста зимой и летом.

1. Что называют: а) кристаллом; б) кристаллической решёткой? 2. В чём заключается свойство анизотропии монокристаллов? Обладают ли этим свойством поликристаллы? 3. В каких телах в расположении атомов или других частиц наблюдается: а) дальний порядок; б) ближний порядок? 4. Охарактеризуйте структуру и свойства аморфных тел. 5. В чём заключается физический смысл температурного коэффициента линейного расширения?

1. Шар, выточенный из монокристалла, при нагревании может изменить не только свой объём, но и форму. Почему?
2. Почему при соединении железнодорожных рельсов оставляют промежутки в стыках, а трамвайные рельсы часто сваривают без промежутков?

УПРАЖНЕНИЯ

1. При температуре, равной 0 °С, было отмерено 500 м алюминиевой и столько же медной проволоки. Чему будет равна разность длин проволок при температуре 100 °С? Температурный коэффициент линейного расширения алюминия равен $22{,}9 \cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$, меди — $16{,}7 \cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$.

2. По железной проволоке длиной 6 м пропущен электрический ток. При этом проволока накалилась докрасна и удлинилась на 37 мм. На сколько повысилась её температура? Температурный коэффициент линейного расширения железа равен $1{,}2 \cdot 10^{-5}\ ^\circ C^{-1}$.

Это любопытно...

На переднем крае науки и техники

В 1985 г. была открыта ранее неизвестная модификация углерода — *фуллерен* C_{60}. Молекула фуллерена представляет собой замкнутую сферу, составленную из правильных пятиугольников (пентагонов) и шестиугольников (гексагонов) с атомами углерода в вершинах (рис. 6.48).

Это молекулярное соединение по форме напоминает футбольный мяч. В отличие от графита и алмаза, структура которых представляет собой периодическую решётку атомов, минимальным элементом структуры молекулы фуллерена является не атом, а молекула. В 1985 г. Роберт Кёрл (р. 1933), Харольд Крото (1939—2016), Ричард Смолли (1943—2005) исследовали спектры паров графита, полученных при лазерном облучении твёрдого образца. В экспериментах твёрдая графитовая мишень подвергалась воздействию мощного лазерного излучения. В результате происходило образование плазмы, имеющей температуру 5000—10 000 °C, в которой и синтезировались молекулы C_{60}. Они идентифицировались методом масс-спектроскопии, т. е. с помощью прибора, позволяющего сортировать атомы и молекулы по их массам. За открытие фуллеренов Р. Кёрл, Х. Крото и Р. Смолли были удостоены Нобелевской премии по химии 1996 г.

Свое название фуллерены получили по фамилии архитектора Ричарда Бакминстера Фуллера (1895—1983), сконструировавшего купол павильона США на выставке в Монреале в 1967 г. в виде сочленённых пяти- и шестиугольников (рис. 6.49).

В настоящее время ведутся исследования по использованию фуллеренов для создания фотоприёмников и оптоэлектронных устройств, алмазных и ал-

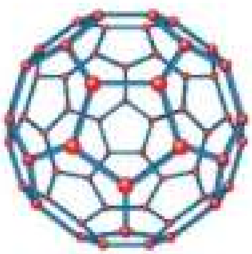


Рис. 6.48

Рис. 6.49

мазоподобных плёнок, сверхпроводящих материалов, синтеза металлов и сплавов с новыми свойствами. Аккумуляторы на основе фуллеренов способны запасать в 5 раз больше энергии (по сравнению с распространёнными сегодня литиевыми аккумуляторами). При этом такие батареи будут иметь более высокую эффективность, малый вес, а также экологическую безопасность. Аккумуляторы на основе фуллеренов могут найти широкое применение для питания персональных компьютеров и слуховых аппаратов.

По мнению специалистов, фуллерены найдут применение в биологии, медицине и фармакологии. Молекулы фуллерена обладают высокой химической активностью благодаря большому числу свободных связей, способных присоединять различные радикалы. Фуллерены могут выступать как замедлители действия белков, блокируя нежелательные реакции, как антиоксиданты, связывая свободные радикалы, и др.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

1. Исследуйте зависимость интенсивности броуновского движения от температуры. Для этого определите объект исследования, сформулируйте цель и гипотезу исследования, подберите самостоятельно средства измерения и материалы, выполните эксперимент и сделайте вывод о подтверждении или опровержении гипотезы.
2. Исследуйте, как влияет температура среды на скорость диффузии. Для этого используйте две банки: с горячей и с холодной водой и жидкие чернила с пипеткой.
3. Если сложить две стеклянные пластинки так, чтобы с одной стороны их края сходились вплотную, а с другой — были разделены тонкой палочкой, и опустить их в воду, то вода между пластинками поднимется так, как показано на рисунке 6.50. Как это можно объяснить? Угол клина, образованного стеклянными пластинками, φ. Найдите уравнение кривой ab.

Рис. 6.50

Примерные темы рефератов и проектов

1. Шкалы температур в России и Европе в XIX и XX вв. Сравнительный анализ.
2. Конструирование и испытание доски Гальтона.
3. Поверхностное натяжение и капиллярные явления в природе и технике.
4. Исследование свойств аморфных тел.
5. Жидкие кристаллы: структура и строение, свойства, применение.

Глава 7 ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

Для дальнейшего изучения тепловых процессов нужно детально исследовать, в результате каких внешних воздействий может изменяться состояние термодинамической системы (например, газа в закрытом сосуде). В этом случае существуют два различных вида воздействий, которые приводят к изменению состояния системы, т. е. к изменению её макроскопических параметров — давления p, объёма V, температуры T. Первый из таких способов — это совершение работы (самой системой или над ней), второй способ — теплообмен (передача системе количества теплоты или отдача системой количества теплоты).

Тепловые процессы связаны с передачей и превращением энергии. Первым законом термодинамики является закон сохранения энергии, распространённый на тепловые явления. Второй закон термодинамики устанавливает направление энергетических превращений и выражает необратимость процессов в природе. В данной главе рассмотрим первый и второй законы термодинамики, которые лежат в основе действия тепловых двигателей и машин.

§ 47 РАБОТА ГАЗА В ТЕРМОДИНАМИКЕ. КОЛИЧЕСТВО ТЕПЛОТЫ. УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОВОГО БАЛАНСА

РАБОТА ГАЗА В ТЕРМОДИНАМИКЕ. В механике изучается движение макроскопических тел. В термодинамике движение тела как целого не рассматривается, и речь идёт о перемещении частей макроскопического тела друг относительно друга. При совершении работы изменяется объём тела и его температура, а скорость тела остаётся равной нулю. Но скорости молекул тела (например, газа) меняются, поэтому изменяется и его температура. Причина состоит в том, что при упругих соударениях молекул газа с движущимся поршнем их кинетическая энергия изменяется. Так, при движении навстречу молекулам (в случае сжатия газа) поршень во время столкновений передаёт им часть своей механической энергии, в результате чего газ нагревается. Если газ расширяется, то после столкновения с удаляющимся поршнем скорости молекул уменьшаются, в результате чего газ охлаждается. Итак, при совершении работы в термодинамике меняется состояние макроскопических тел.

Определим работу газа, находящегося в цилиндре под поршнем, в зависимости от изменения объёма (рис. 7.1). Проще всего вычислить не работу силы $\vec{F}$, действующей на газ со стороны внешнего тела (поршня), а работу, которую совершает сам газ, действуя на поршень с постоянной силой $\vec{F}'$. Согласно третьему закону Ньютона, $\vec{F}' = -\vec{F}$.

Модуль силы, действующей со стороны газа на поршень, равен $F' = pS$, где p — давление газа, а S — площадь поверхности поршня. Пусть газ расширяется, и поршень перемещается в направлении силы на малое расстояние $\Delta h = h_2 - h_1$ (рис. 7.1, *а*). Если перемещение мало́, то давление газа можно считать постоянным.

Работа газа равна

$$A' = F'\Delta h = pS(h_2 - h_1) = p(Sh_2 - Sh_1).$$

Эту работу можно выразить через изменение объёма газа $\Delta V = V_2 - V_1$. Учитывая, что начальный объём газа $V_1 = Sh_1$, а конечный — $V_2 = Sh_2$, то

$$A' = p(V_2 - V_1) = p\Delta V. \qquad (1)$$

Если газ сжимается, то формула (1) остаётся справедливой, но в этом случае $V_2 < V_1$, и поэтому $A' < 0$ (рис. 7.1, *б*). Работа A, совершаемая поршнем над газом, отличается от работы газа A' только знаком: $A = -A'$ (так как сила $\vec{F}$, действующая на газ, направлена против силы $\vec{F}'$, а перемещение по модулю остаётся тем же самым).

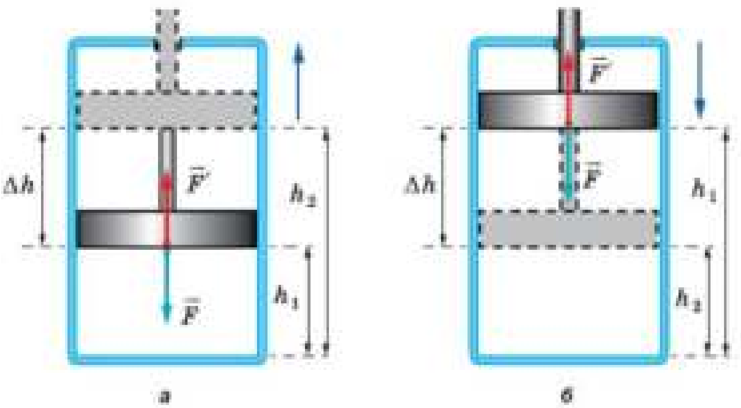


Рис. 7.1

Тем самым, работа внешней силы, действующей на газ, равна

$$A = -A' = -p\Delta V. \qquad (2)$$

Знак «минус» в этом выражении указывает, что при сжатии газа, когда $\Delta V = V_2 - V_1 < 0$, работа внешней силы *положительна* ($A > 0$). При этом направления силы и перемещения совпадают. При расширении газа, наоборот, работа внешней силы *отрицательна* ($A < 0$), так как $\Delta V = V_2 - V_1 > 0$. В этом случае направления силы и перемещения противоположны.

Выражения (1) и (2) справедливы также при малом изменении объёма любой термодинамической системы. Если процесс изобарный (p = const), то эти формулы можно применять и для больших изменений объёма.

ГРАФИЧЕСКИЙ СМЫСЛ РАБОТЫ. Работе газа A' для случая постоянного давления можно дать простое геометрическое истолкование. Построим график зависимости давления p газа от его объёма V (рис. 7.2). В этом случае площадь прямоугольника $abdc$, ограниченная графиком p_1 = const, осью V и отрезками ab и cd, равными давлению газа, численно равна работе газа $A' = p_1\Delta V$.

В общем случае при произвольном изменении объёма газа давление не остаётся постоянным. Например, при изотермическом процессе оно убывает обратно пропорционально объёму (рис. 7.3). Для вычисления работы газа нужно общее изменение объёма разделить на малые части, вычислить элементарные (малые) работы, а потом все их просуммировать. Работа газа по-прежнему будет численно равна площади фигуры, ограниченной графиком зависимости $p(V)$, осью V и отрезками ab и cd, равными давлениям p_1 и p_2 в начальном и конечном состояниях.

КОЛИЧЕСТВО ТЕПЛОТЫ. Изменить состояние тела можно без совершения работы, в результате нагревания. Так, состояние газа в цилиндре будет из-

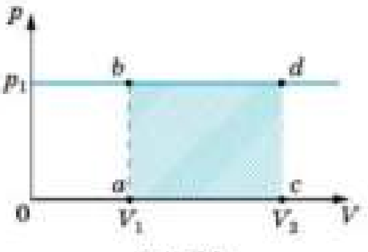


Рис. 7.2

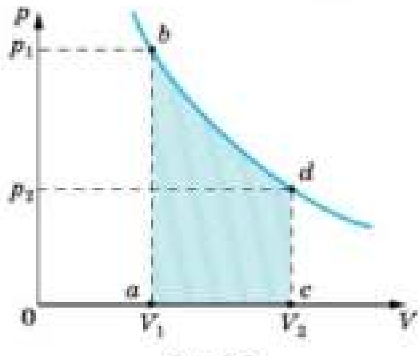


Рис. 7.3

Рис. 7.4

меняться, если поршень закрепить и нагревать газ при помощи горелки (рис. 7.4). Объём газа при этом не меняется, но его температура и давление увеличиваются. В таких случаях говорят, что системе передано некоторое *количество теплоты*. Нагревание тела означает увеличение скоростей теплового движения его молекул. При взаимодействии медленных молекул холодной термодинамической системы с более быстрыми молекулами горячей системы на границе систем происходит выравнивание кинетических энергий молекул. В результате теплообмена скорости молекул холодной системы увеличиваются, а горячей — уменьшаются.

Теплообмен между телами, изолированными от взаимодействия с окружающей средой, можно наблюдать с помощью *калориметра* (рис. 7.5). Возьмём большой тонкостенный металлический сосуд, имеющий форму стакана. Этот стакан поставим на кусочки пробки внутрь другого, большего стакана так, чтобы между стаканами оставался слой воздуха. Сверху оба сосуда закроем крышкой (рис. 7.6).

Это несложное устройство и представляет собой калориметр. Он сконструирован так, чтобы максимально уменьшить теплообмен содержимого внутреннего стакана с внешней средой. Нальём в калориметр воду, масса которой m_1 и температура t_1, а затем добавим в него воды массой m_2 при температуре t_2. Пусть $t_2 > t_1$. В сосуде начнётся теплообмен, и спустя некоторое время установится состояние теплового равновесия — температура обеих порций воды будет одинаковой и равной t. Очевидно, $t_1 < t < t_2$.

Изменение состояния обеих порций воды можно объяснить тем, что первая порция получила некоторое количество теплоты, а вторая — его отдала. Часть количества теплоты будет передана стенкам самого кало-

Рис. 7.5

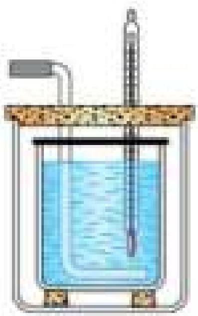


Рис. 7.6

риметра. Но если его масса во много раз меньше масс m_1 и m_2 порций воды, то можно пренебречь нагреванием сосуда.

В результате исследований было замечено, что для данных масс воды m_1 и m_2 при любых значениях начальных температур t_1 и t_2 выполняется равенство:

$$\frac{t - t_1}{t_2 - t} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Теперь опустим в калориметр вместо второй порции воды кусок железа массой m_2 при температуре $t_2 > t_1$. Спустя некоторое время в системе наступит тепловое равновесие. Однако связь между температурами и массами будет иной. В правой части появится коэффициент k, значение которого остаётся неизменным при любых массах и начальных температурах веществ:

$$\frac{t - t_1}{t_2 - t} = k\frac{m_2}{m_1}.$$

Так как для одинаковых веществ $k = 1$, то этот коэффициент можно записать в виде отношения величин c_2 и c_1, характеризующих тепловые свойства веществ (например, железа и воды).

Обозначим изменение температуры воды через $\Delta t_1 = t - t_1$, а изменение температуры железа через $\Delta t_2 = t - t_2$ ($\Delta t_2 < 0$, если $t_2 > t_1$). Тогда уравнение для этого случая можно записать в виде:

$$\frac{\Delta t_1}{-\Delta t_2} = \frac{c_2 m_2}{c_1 m_1},$$

$$c_1 m_1 \Delta t_1 + c_2 m_2 \Delta t_2 = 0. \qquad (3)$$

Равенство (3) имеет характер закона сохранения энергии. Сумма двух величин, одна из которых относится к первому телу, а другая — ко второму, всегда равна нулю независимо от масс тел, их температур и выбора пар тел (вода и железо были выбраны произвольно).

Итак, мы ввели новую физическую величину — количество теплоты.

$$Q = cm\Delta t. \qquad (4)$$

Энергию, которую получает или теряет тело в процессе теплообмена, называют количеством теплоты.

В СИ количество теплоты выражают в *джоулях* (Дж).

В рассматриваемом примере обозначим $Q_1 = c_1 m_1 \Delta t_1$ — количество теплоты, полученное водой, а $Q_2 = c_2 m_2 \Delta t_2$ — количество теплоты, отданное железом. Тогда можно утверждать, что количество теплоты в процессе теплообмена сохраняется:

$$Q_1 + Q_2 = 0. \qquad (5)$$

В равенстве (5) $Q_1 > 0$, так как $\Delta t_1 > 0$ (вода нагрелась от температуры t_1 до температуры $t > t_1$), а второе слагаемое Q_2 отрицательно ($Q_2 < 0$), так как $\Delta t_2 < 0$. Таким образом, полученное телом количество теплоты положительно, а отданное — отрицательно.

Количество теплоты, отданное одним телом, равно по модулю количеству теплоты, полученному другим телом.

Уравнение (5) называют *уравнением теплового баланса*.

В общем случае теплообмен осуществляется между многими телами термодинамической системы, и уравнение теплового баланса запишется следующим образом:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots + Q_n = 0.$$

Здесь $Q_1, Q_2, Q_3, \ldots, Q_n$ — количества теплоты, полученные или отданные телами системы, участвующими в теплообмене.

УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОЁМКОСТЬ ВЕЩЕСТВА. Если масса тела равна единице и температура меняется на единицу, то, согласно формуле (4), величина c численно равна количеству теплоты. *Постоянная c численно равна количеству теплоты, которое нужно сообщить единице массы вещества, чтобы изменить его температуру на* 1 °С. Эту величину называют *удельной теплоёмкостью вещества*. Она характеризует тепловые свойства вещества.

$$c = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)}.$$

Единицей удельной теплоёмкости вещества в СИ является *джоуль на килограмм-градус Цельсия* (Дж/(кг · °С)). Так как $\Delta t = \Delta T$, то эту величину также измеряют в Дж/(кг · К).

Количество теплоты, необходимое для увеличения температуры на 1 °С тела произвольной массы, называют теплоёмкостью C данного тела.

Эту величину можно определить следующим образом:

$$C = \frac{Q}{\Delta t}.$$

Единицей теплоёмкости в СИ является 1 Дж/К.

Теплоёмкость C тела массой m, изготовленного из вещества с удельной теплоёмкостью c, равна

$$C = mc.$$

Теплоёмкость одного моля вещества называют молярной теплоёмкостью c_M этого вещества.

Единицей молярной теплоёмкости в СИ является 1 Дж/(моль · °С).

Таким образом, теплоёмкость тела, содержащего ν моль вещества с молярной теплоёмкостью c_M, равна

$$C = \nu c_M.$$

1. Какими способами можно изменить состояние термодинамической системы? 2. Как можно вычислить работу газа в термодинамике? В чём заключается её графический смысл? 3. Какой знак будет иметь работа газа при: а) его сжатии; б) расширении в цилиндре? 4. Какую физическую величину называют: а) количеством теплоты; б) удельной теплоёмкостью вещества; в) теплоёмкостью тела? 5. Как записывается уравнение теплового баланса?

1. Можно ли передать телу некоторое количество теплоты, не вызывая при этом повышения его температуры?
2. На что расходуется большее количество теплоты: на нагревание чугунного горшка или воды, налитой в него, если их массы одинаковы?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В цилиндре под поршнем находится $2 \cdot 10^{22}$ молекул идеального одноатомного газа под давлением 10^5 Па и при температуре 100 °С. Какую работу необходимо совершить, чтобы изобарно сжать газ до объёма, равного 0,17 л?

Дано:	СИ:
$N = 2 \cdot 10^{22}$ молекул	
$p = 10^5$ Па	
$t = 100$ °С	$T = 373$ К
$V_2 = 0{,}17$ л	$0{,}17 \cdot 10^{-3}$ м^3
A — ?	

Решение:

Найдём первоначальный объём V_1 газа. Запишем выражение для давления газа:

$$p = nkT,$$

где концентрация $n = \dfrac{N}{V_1}$.

Тогда $p = \dfrac{NkT}{V_1}$, отсюда $V_1 = \dfrac{NkT}{p}$.

Подставляя числовые данные, получим:

$$V_1 = \frac{2 \cdot 10^{22} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 373}{10^5}\ \text{м}^3 \approx 1 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 = 1\ \text{л}.$$

График рассматриваемого процесса приведён на рисунке 7.7. Поскольку объём газа уменьшается, газ совершает отрицательную работу, а работа внешних сил положительна:

$$A = -p\Delta V = -p(V_2 - V_1).$$

С учётом числовых данных запишем:

$A = -10^5 \cdot (0{,}17 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-3})$ Дж = 83 Дж.

Ответ: $A = 83$ Дж.

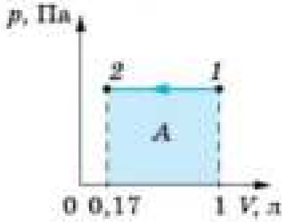


Рис. 7.7

УПРАЖНЕНИЯ

1. Алюминиевую и серебряную ложки одинаковой массы и температуры опустили в кипяток. Равное ли количество теплоты получат они от воды в результате теплообмена?
2. Температура воздуха в комнате объёмом 70 м^3 была равна 280 К. После того как протопилась печь, температура воздуха поднялась до 296 К. Найдите работу воздуха при расширении, если атмосферное давление равно 100 кПа.
3. Идеальный газ массой 0,25 кг расширяется изобарически, совершая работу, равную $4{,}15 \cdot 10^4$ Дж. На сколько при этом нагрелся газ? Молярная масса газа равна 0,002 кг/моль.
4. Кислород массой 6,4 г нагрели на 20 °С при постоянном давлении. Найдите работу расширения газа.
5. Какое количество теплоты отдаст печь, сложенная из 300 кирпичей, при её остывании от 70 до 20 °С? Масса одного кирпича равна 5 кг, удельная теплоёмкость кирпича 0,88 кДж/(кг · °С).
6. В латунном калориметре массой 200 г находится 400 г воды при температуре, равной 17 °С. В калориметр опустили тело из серебра массой 600 г при температуре, равной 85 °С. Определите удельную теплоёмкость серебра, если в калориметре установилась температура, равная 22 °С.

§ 48 ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ. До середины XIX в. развитие механики и теории тепловых явлений в основном происходило независимо. Различны были методы исследования механических и тепловых явлений, способы измерения и единицы таких величин, как работа и количество теплоты. Общий закон сохранения энергии, включающий все её формы, является эмпирическим законом. Он был открыт в середине XIX в. немецким врачом и физиком Робертом Майером (1814—1878), английским учёным Джеймсом Джоулем (1818—1889) и получил наиболее полную формулировку в трудах немецкого физика, математика и физиолога Германа Гельмгольца (1821—1894).

Джоуль провёл множество различных экспериментов. В одном из них он измерял увеличение температуры ртути в калориметре при вращении лопастей, которые приводились в движение опускающимися грузами (рис. 7.8). В начале и конце опыта грузы, лопасти и ртуть в калориметре находились в покое, так что их кинетическая энергия за время опыта не менялась.

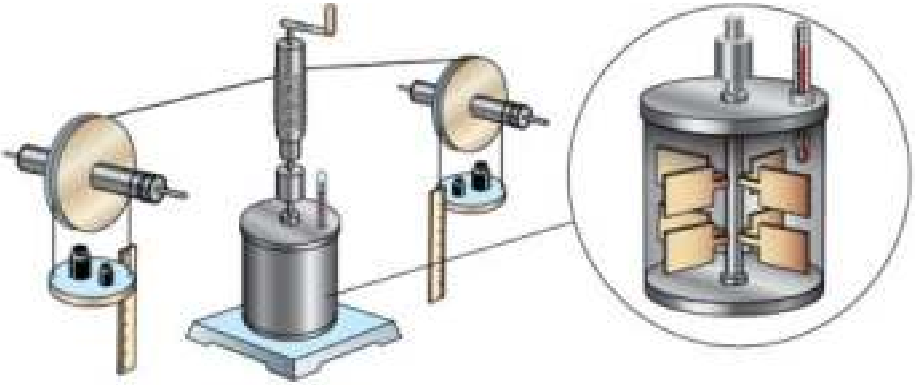


Рис. 7.8

Зная работу, совершаемую грузами при движении (она равна убыли потенциальной энергии грузов при их движении вниз), и измеряя увеличение температуры при трении лопастей о ртуть, Джоуль пришёл к следующему результату: при совершении работы 4,2 Дж происходит такое же повышение температуры, как и при сообщении телу количества теплоты, равного 1 кал (одной *калории*[*]).

Многочисленные опыты самого Джоуля и других учёных подтвердили сделанный вывод. Величина 4,2 Дж/кал (или, точнее, 4,1868 Дж/кал) получила название *механического эквивалента теплоты*: это переводной множитель из тепловых единиц в механические.

Опыты Джоуля и других учёных убедительно доказали, что механическая энергия никогда не пропадает бесследно. Опускаются гири, вращающие лопасти в сосуде с ртутью, и температура ртути повышается на строго определённое число градусов. Падает молот на кусок свинца, и свинец нагревается вполне определённым образом. На основании подобных опытов был сформулирован *закон сохранения энергии*.

Энергия в природе не возникает из ничего и не может исчезнуть бесследно. Количество энергии неизменно, возможен лишь её переход от одного тела к другому или из одной формы в другую.

Закон сохранения энергии управляет всеми явлениями в природе и связывает их воедино. Он выполняется всегда: не известно ни одного случая, когда бы он был нарушен.

Макроскопические тела наряду с механической энергией обладают внутренней энергией — энергией, зависящей от внутреннего состояния тел. Так, при нагревании ртути в опытах Джоуля её внутренняя энергия

[*] Под калорией понималось количество теплоты, которое нужно сообщить 1 г воды, чтобы увеличить его температуру на 1 °С. Таким образом, удельную теплоёмкость воды по определению принимали равной 1 кал/(г · °С).

увеличивалась за счёт уменьшения механической энергии опускающихся гирь. При работе паровой турбины, наоборот, механическая энергия появляется в результате уменьшения внутренней энергии пара. Внутренняя энергия макроскопических тел однозначно определяется макроскопическими параметрами, характеризующими состояния этих тел. Ранее мы установили, что внутренняя энергия идеального газа зависит только от одного параметра — температуры.

ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ. Первый закон термодинамики — это закон сохранения энергии для тепловых процессов. Он показывает, от чего зависит изменение внутренней энергии термодинамической системы.

Изменение внутренней энергии системы при переходе её из одного состояния в другое равно сумме работы внешних сил и количества теплоты, переданного системе.

$$\Delta U = A + Q. \qquad (1)$$

Часто вместо работы A внешних тел над системой рассматривают работу A' системы над внешними телами. Учитывая, что $A' = -A$ (см. § 47), первый закон термодинамики можно записать следующим образом:

$$Q = \Delta U + A'. \qquad (2)$$

Количество теплоты, переданное системе, идёт на изменение её внутренней энергии и на совершение системой работы над внешними телами.

Суть первого закона термодинамики состоит в утверждении: *изменение внутренней энергии не зависит от процесса и определяется только начальным и конечным состояниями системы*. Это означает, что внутренняя энергия — *однозначная функция состояния системы* (с точностью до произвольной постоянной) и в замкнутой системе сохраняется.

В случае *изолированной системы* над ней не совершается работа ($A = 0$), и она не обменивается энергией с окружающими телами ($Q = 0$). Согласно первому закону термодинамики, в этом случае $\Delta U = U_2 - U_1 = 0$ или $U_1 = U_2$.

Внутренняя энергия изолированной системы остаётся неизменной (сохраняется).

В данном состоянии система всегда обладает определённой внутренней энергией. Как работа, так и количество теплоты являются величинами, характеризующими изменение энергии термодинамической системы в результате того или иного процесса. Внутренняя энергия системы может измениться одинаково как за счёт совершения системой работы, так и за счёт передачи окружающим телам какого-то количества теплоты.

Например, нагретый газ в цилиндре может уменьшить свою энергию, остывая, без совершения работы. Но он может потерять точно такую же энергию, перемещая поршень, без отдачи количества теплоты окружающим телам. Для этого стенки цилиндра и поршень должны быть теплонепроницаемыми.

НЕВОЗМОЖНОСТЬ СОЗДАНИЯ ВЕЧНОГО ДВИГАТЕЛЯ. Задолго до открытия закона сохранения энергии Французская академия наук приняла в 1775 г. решение не рассматривать проекты вечных двигателей первого рода (от лат. *perpetuum mobile* — вечно движущееся). Впоследствии подобные решения были приняты ведущими научными учреждениями других стран.

Под *вечным двигателем первого рода* понимают устройство, которое могло бы совершать неограниченное количество работы без затраты топлива или каких-либо других материалов, т. е. без затраты энергии.

Согласно первому закону термодинамики, если к термодинамической системе не подводится количество теплоты ($Q = 0$), то работа A' в соответствии с уравнением (2) может быть совершена только за счёт убыли внутренней энергии: $A' = -\Delta U$. После того как запас внутренней энергии окажется исчерпанным, двигатель перестанет работать.

1. Какой вывод можно сделать на основе результатов опытов Джоуля? 2. Сформулируйте: а) закон сохранения энергии; б) первый закон термодинамики. Объясните их физический смысл. 3. Как записывается первый закон термодинамики? 4. Какое устройство называют вечным двигателем первого рода? Возможно ли его построение?

Немецкий физик Рудольф Клаузиус в книге «Механическая теория тепла» (1864—1867) писал: «...Когда затрачивается теплота и вместо неё появляется работа, то можно сказать, что теплота превратилась в работу, и, наоборот, когда затрачивается работа и вместо неё появляется теплота, то можно сказать, что работа превратилась в теплоту. Пользуясь этим способом выражения, можно предыдущему предложению придать следующий вид: возможно превратить работу в теплоту и, наоборот, теплоту в работу, причём обе эти величины всегда пропорциональны друг другу».
Какой физический закон сформулировал Р. Клаузиус? Чему равен коэффициент пропорциональности между величинами, приведёнными в данном фрагменте, если они выражены в единицах СИ?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Трамвайный вагон массой 12,5 т, имеющий скорость, модуль которой равен 28,8 км/ч, в результате торможения останавливается. На сколько градусов Цельсия нагреваются его 8 чугунных колодок, если масса каждой колодки равна 9 кг и на их нагревание затрачивается 60% кинетической энергии движущегося вагона?

Дано:	СИ:	Решение:
$m = 12{,}5$ т	$12{,}5 \cdot 10^3$ кг	Найдём изменение кинетической энергии трамвая:
$v_0 = 28{,}8$ км/ч	8 м/с	$$\Delta E_k = 0 - \frac{mv_0^2}{2}.$$
$v = 0$		С учётом числовых данных запишем:
$N = 8$		
$m = 9$ кг		
$\eta = 60\%$		
$c_{чуг} = 540$ Дж/(кг · °С)		
Δt — ?		

$$\Delta E_k = -\frac{12{,}5 \cdot 10^3 \cdot 8^2}{2} \text{ Дж} = -400\,000 \text{ Дж}.$$

В результате торможения трамвая происходит выделение количества теплоты. По условию задачи на нагревание колодок затрачивается 60% кинетической энергии:

$$Q = 0{,}6|\Delta E_k|; \quad Q = 0{,}6 \cdot 400\,000 \text{ Дж} = 240\,000 \text{ Дж}.$$

Это количество теплоты расходуется на нагревание 8 чугунных колодок:

$$Q = 8c_{чуг}m\Delta t.$$

Отсюда

$$\Delta t = \frac{Q}{8c_{чуг}m}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$\Delta t = \frac{240 \cdot 10^3}{8 \cdot 540 \cdot 9} \text{ °C} \approx 6{,}2 \text{ °C}.$$

Ответ: $\Delta t \approx 6{,}2$ °С.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Автомобиль массой 1 т, движущийся со скоростью, модуль которой равен 36 км/ч, затормозил перед светофором. Какое количество теплоты выделилось при торможении?

2. Медный брусок соскальзывает по наклонной плоскости. График зависимости модуля скорости бруска от времени приведён на рисунке 7.9. Чему равна высота наклонной плоскости, если диск при движении нагрелся на 0,01 °С?

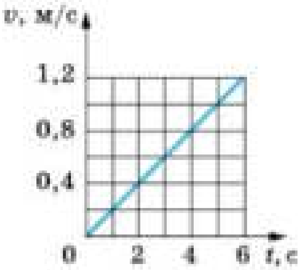


Рис. 7.9

3. Рабочий забивает железный гвоздь массой 50 г в доску и ударяет молотком 20 раз. Масса молотка равна 0,5 кг, а модуль его конечной скорости равен 12 м/с. На сколько градусов Цельсия нагреется гвоздь,

нозной крови значительно светлее, чем при плавании в северных широтах. Её можно спутать с артериальной. Между разностью температур тела и окружающей среды и степенью окисления крови существовала очевидная связь. Отсюда Майер сделал вывод о связи между потреблением пищи и образованием теплоты в организме.

В 1847 г. Гельмгольц в работе «О сохранении силы» впервые математически обосновал закон сохранения энергии. Проанализировав большинство известных в то время физических явлений, он установил его всеобщность.

§ 49 ПРИМЕНЕНИЕ ПЕРВОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ К ИЗОПРОЦЕССАМ

ИЗОХОРНЫЙ ПРОЦЕСС. Первый закон термодинамики позволяет описать происходящие в термодинамической системе (идеальный газ в сосуде) изопроцессы, в которых один из её макроскопических параметров остаётся постоянным.

Рассмотрим процесс, происходящий с идеальным одноатомным газом в сосуде, объём которого в процессе не изменяется (V = const). Закрепим поршень в сосуде, после чего начнём медленно нагревать сосуд (рис. 7.10, *а*) так, чтобы газ находился в состоянии термодинамического равновесия в любой момент времени. В этом случае рассматриваемый процесс будет изохорным нагреванием. График этого процесса $1 \to 2$ в координатах p, V показан на рисунке 7.10, *б*. Поскольку происходит изохорное нагревание, то работа газа равна нулю ($A' = 0$). Видно, что площадь под графиком процесса $1 \to 2$ равна нулю. При этом в точке 1 температура газа была T_1, а в точке 2 она стала равной T_2 ($T_2 > T_1$). Следовательно, при изохорном нагревании будет происходить *увеличение внутренней энергии газа*.

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3}{2}\nu RT_2 - \frac{3}{2}\nu RT_1, \ \Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T,$$

где $\Delta T > 0$, $\Delta U > 0$.

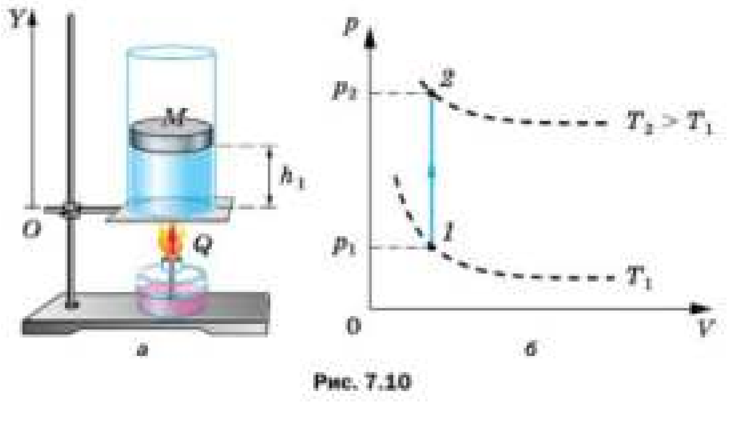


Рис. 7.10

Запишем первый закон термодинамики в виде: $Q = \Delta U + A'$. Поскольку $A' = 0$, а изменение внутренней энергии газа больше нуля, то $Q = \Delta U > 0$. Итак, идеальный одноатомный газ в процессе изохорного нагревания получает количество теплоты, равное

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T.$$

ИЗОБАРНЫЙ ПРОЦЕСС. Рассмотрим процесс изобарного нагревания идеального газа, находящегося в сосуде под поршнем массой M и площадью его основания S. Система находится в состоянии термодинамического равновесия с окружающей средой, атмосферное давление равно p_0. Пусть нагревание газа происходит медленно, так, чтобы газ находился в состоянии термодинамического равновесия в любой момент времени. В процессе расширения поршень сначала находился на высоте h_1, а потом на высоте h_2 в выбранной системе отсчёта (рис. 7.11, *а*).

График изучаемого процесса *1* → *2* в координатах p, V представлен на рисунке 7.11, *б*. Из него видно, что в системе происходит расширение газа при постоянном давлении p_1. Газ совершает положительную работу:

$$A' = p_1(V_2 - V_1) = p_1S(h_2 - h_1) > 0.$$

Через точку *1* и точку *2* можно провести изотермы (см. рис. 7.11, *б*). Температура системы в точке *2* больше температуры системы в точке *1*. Следовательно, для идеального одноатомного газа выражение для изменения его внутренней энергии можно записать в виде:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3}{2}\nu RT_2 - \frac{3}{2}\nu RT_1,\ \Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T,$$

где $\Delta T > 0$, $\Delta U > 0$.

Таким образом, при *изобарном нагревании внутренняя энергия газа увеличивается*.

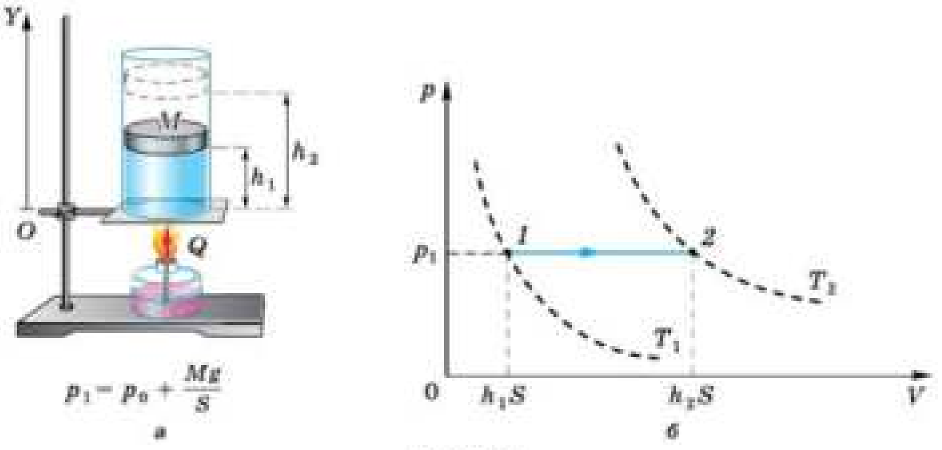


Рис. 7.11

При положительном изменении внутренней энергии и положительной работе газа он будет получать количество теплоты, т. е. $Q > 0$.

Итак, при изобарном нагревании газ получает количество теплоты, которое расходуется на изменение внутренней энергии газа (он нагревается) и на совершение газом работы. Работа, которую совершит 1 моль идеального газа, расширяющегося при постоянном давлении, равна

$$A' = R\Delta T. \qquad (1)$$

Это следует из выражения для работы газа при постоянном давлении $A' = p\Delta V$ и уравнения состояния (для одного моля) идеального газа $pV = RT$.

Из формулы (1) становится понятным физический смысл универсальной газовой постоянной. Она *численно равна работе, которую совершает* 1 моль *идеального газа при постоянном давлении, если его температура увеличивается на* 1 К.

Рассчитаем теперь количество теплоты Q, полученное идеальным одноатомным газом при изобарном расширении:

$$Q = \Delta U + A' = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + p_1\Delta V.$$

Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для точек *1* и *2*:

$$p_1h_1S = \nu RT_1, \quad p_1h_2S = \nu RT_2,$$

$$A' = p_1\Delta V = \nu R(T_2 - T_1) = \nu R\Delta T,$$

$$Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \nu R\Delta T = \frac{5}{2}\nu R\Delta T.$$

ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС. Рассмотрим процесс, происходящий с идеальным газом при постоянной температуре. Пусть газ находится в длинном вертикальном цилиндре, снабжённом поршнем с винтом. Шаг нарезки винта так мал, что при закручивании винта (при уменьшении объёма) происходит очень медленное изменение объёма газа под поршнем (рис. 7.12, *а*). Если стенки цилиндра обладают достаточной теплопроводностью, то температура газа будет оставаться постоянной (равной температуре окружающей среды) и процесс можно считать изотермическим.

Построим график исследуемого процесса в координатах p, V (рис. 7.12, *б*). Из него видно, что объём газа уменьшается ($V_2 < V_1$), следовательно, над газом совершают работу внешние силы.

Внутренняя энергия системы при изотермическом процессе не изменяется, так как процесс происходит при постоянной температуре: $\Delta U = 0$.

Запишем первый закон термодинамики в виде $Q = \Delta U + A'$.

Поскольку работа газа в процессе изотермического сжатия отрицательная, а изменение внутренней энергии равно нулю, то газ в этом процессе отдаёт количество теплоты $Q = A'$, т. е. $Q < 0$.

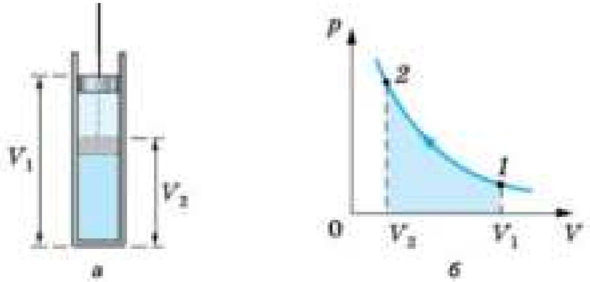


Рис. 7.12

Количество теплоты по модулю будет численно равно площади под графиком зависимости давления газа от его объёма.

АДИАБАТИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС. После изучения первого закона термодинамики мы можем описать процесс, происходящий в системе при отсутствии теплообмена с окружающими телами. При этом работу над окружающими телами система может совершать.

Процесс в теплоизолированной системе называют адиабатическим.

При адиабатическом процессе $Q = 0$ и, согласно первому закону термодинамики $\Delta U = A + Q$, изменение внутренней энергии системы происходит только за счёт совершения работы внешних сил:

$$\Delta U = A.$$

Конечно, нельзя окружить систему оболочкой, абсолютно исключающей теплообмен. Но в ряде случаев реальные процессы очень близки к адиабатическим. Так, существуют оболочки, обладающие малой теплопроводностью, например двойные стенки с вакуумом между ними. В качестве примера можно привести известные вам термосы. Процесс можно считать адиабатическим даже без теплоизолирующей оболочки, если он происходит достаточно быстро, т. е. так, чтобы за время процесса не происходило заметного теплообмена между системой и окружающими телами.

Зависимость давления p газа от его объёма V при адиабатическом процессе изображается кривой, называемой *адиабатой* (рис. 7.13). Адиабата идёт круче изотермы. Ведь при адиабатическом процессе давление газа уменьшается не только за счёт увеличения объёма, как при изотермическом процессе, но и за счёт уменьшения его температуры.

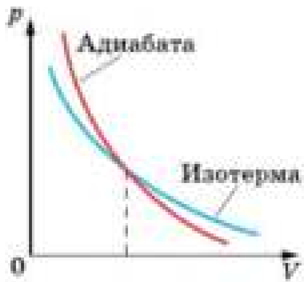


Рис. 7.13

Применим первый закон термодинамики к процессу адиабатического расширения. Пусть

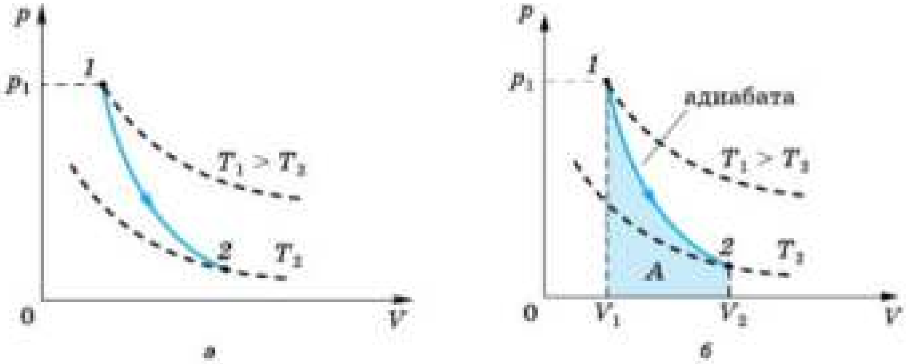


Рис. 7.14

идеальный газ помещён под поршень цилиндра. Только теперь поршень снабжён винтом с крупным шагом нарезки, позволяющим быстро изменять объём газа. Будем раскручивать винт, тем самым изменяя объём газа достаточно быстро, так что теплообмен в системе не будет успевать происходить.

Построим график адиабатического расширения в координатах p, V (рис. 7.14, *а*). При этом объём газа увеличивается от значения V_1 до значения V_2 (рис. 7.14, *б*). Площадь под графиком адиабатического расширения численно равна работе газа, в данном случае $A' > 0$. Тем самым, при адиабатическом расширении газ совершает положительную работу. Температура газа уменьшается (газ охлаждается), следовательно, $\Delta U < 0$.

Запишем первый закон термодинамики для рассматриваемого процесса:

$$Q = \Delta U + A'.$$

Поскольку $Q = 0$, то первый закон термодинамики примет вид:

$$A' = -\Delta U.$$

Таким образом, при *адиабатическом расширении газ совершает работу за счёт убыли своей внутренней энергии*. Аналогичным образом можно показать, что при адиабатическом сжатии температура газа увеличивается, при этом его внутренняя энергия увеличивается за счёт совершаемой над газом работы.

Рис. 7.15

Адиабатические процессы широко используют в технике. Нагревание воздуха при быстром сжатии нашло применение в *дизельных двигателях* (рис. 7.15). Их изобретателем является немецкий инженер Рудольф Дизель (1858—1913). В дизельных двигателях отсутствуют системы приготовления и зажигания горючей смеси, необходимые для обычных бензиновых двигателей внутреннего сгорания.

В цилиндр засасывается не горючая смесь, а атмосферный воздух. К концу такта сжатия в цилиндр с помощью специальной форсунки (рис. 7.16) впрыскивается жидкое топливо. К этому моменту температура сжатого воздуха увеличивается до 700 °С. Горючее, впрыскиваемое в цилиндр, воспламеняется при соприкосновении с раскалённым воздухом. Так как в двигателе Дизеля сжимается не горючая смесь, а воздух, то степень сжатия у этого двигателя больше, а значит, КПД дизельных двигателей выше, чем у обычных двигателей внутреннего сгорания. Кроме того, дизельные двигатели могут работать на более дешёвом низкосортном топливе.

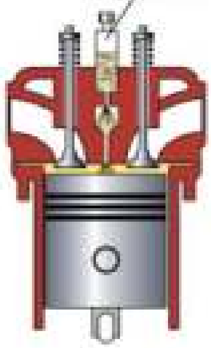


Рис. 7.16

Адиабатические процессы наблюдаются и в природе. Охлаждение газа при адиабатическом расширении происходит в грандиозных масштабах в атмосфере Земли. Нагретый воздух поднимается вверх и расширяется, так как атмосферное давление падает с высотой. Это расширение сопровождается значительным охлаждением. В результате водяные пары конденсируются и образуются облака.

* **ТЕПЛОЁМКОСТЬ ГАЗА В ИЗОПРОЦЕССАХ.** Теплоёмкость зависит не только от свойств вещества, но и от процесса, при котором происходит теплообмен. Различают теплоёмкости при постоянном объёме C_V и постоянном давлении C_p, если в процессе нагревания вещества его объём или давление поддерживается постоянным.

Пусть процесс является изохорным. Согласно определению теплоёмкости и первому закону термодинамики, $C_V = \frac{Q_V}{\Delta T} = \frac{\Delta U}{\Delta T}$. Таким образом, при постоянном объёме изменение внутренней энергии $\Delta U = C_V \Delta T$. Согласно определению, при изобарном процессе $Q_p = C_p \Delta T$. Внутренняя энергия идеального газа не зависит от объёма. Поэтому и при постоянном давлении изменение внутренней энергии $\Delta U = C_V \Delta T$, как и при постоянном объёме. Применяя первый закон термодинамики, получим:

$$c_{Mp} \nu \Delta T = c_{MV} \nu \Delta T + \nu R \Delta T.$$

Следовательно, молярные теплоёмкости идеального газа связаны соотношением:

$$c_{Mp} = c_{MV} + R.$$

Впервые эта формула была получена Майером и носит его имя (*формула Майера*). В случае идеального одноатомного газа

$$c_{Mp} = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R.$$

Если нагревать тело при постоянном давлении, то оно будет расширяться и совершать работу. Именно поэтому для нагревания тела на 1 К при постоянном давлении ему нужно передать большее количество теплоты, чем при таком же нагревании при постоянном объёме. Таким образом, молярная теплоёмкость c_{Mp} всегда больше молярной теплоёмкости c_{MV} на величину универсальной газовой постоянной.

Формально можно ввести понятие теплоёмкости и при изотермическом процессе. Но при этом процессе внутренняя энергия идеального газа не меняется, несмотря на то, какое бы количество теплоты ему ни было передано, поэтому теплоёмкость газа будет стремиться к бесконечности.

При адиабатическом процессе $Q = 0$, но температура газа изменяется. Согласно определению теплоёмкости получаем, что при адиабатическом процессе теплоёмкость газа равна нулю.

*

1. Как можно осуществить: а) изохорное нагревание; б) изобарное нагревание; в) изотермическое расширение? **2.** Какой изопроцесс называют адиабатическим? **3.** Как изменяется внутренняя энергия газа: а) при изохорном нагревании; б) изобарном нагревании; в) изотермическом расширении; г) адиабатическом сжатии? **4.** Положительна, отрицательна или равна нулю работа газа при: а) изохорном нагревании; б) изобарном нагревании; в) изотермическом сжатии; г) адиабатическом расширении? **5.** Запишите первый закон термодинамики для рассмотренных изопроцессов. Получает или отдаёт система количество теплоты в каждом из данных процессов? **6.** Какой физический смысл имеет универсальная газовая постоянная?

1. Как можно объяснить образование облачка тумана у горлышка охлаждённой бутылки с лимонадом сразу, как только её открывают?
2. В каком случае изменение давления газа будет бо́льшим: при адиабатическом или при изотермическом сжатии?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

*В вертикальном цилиндре под тяжёлым поршнем находится кислород массой 2 кг. Для повышения температуры кислорода на 5 К ему было сообщено количество теплоты, равное $9{,}16 \cdot 10^3$ Дж. Определите изменение внутренней энергии газа.

Дано:
$i = 5$
$m = 2$ кг
$\Delta T = 5$ К
$Q = 9{,}16 \cdot 10^3$ Дж
$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)
$M = 0{,}032$ кг/моль

ΔU — ?

Решение:

Построим график процесса в координатах p, V (рис. 7.17).

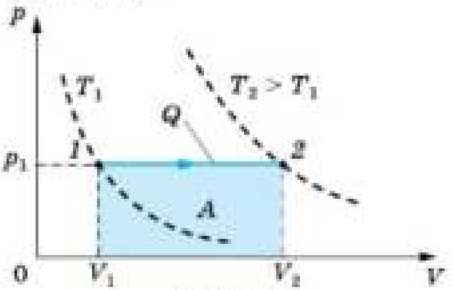


Рис. 7.17

Согласно первому закону термодинамики:

$$Q = \Delta U + A',$$

где A' — работа газа.

В рассматриваемом процессе $A' > 0$, $A' = p_1(V_2 - V_1)$.

Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для состояний *1* и *2*:

$$p_1V_1 = \frac{m}{M}RT_1, \quad (1)$$

$$p_1V_2 = \frac{m}{M}RT_2. \quad (2)$$

Используя выражения (1) и (2), получим

$$p_1(V_2 - V_1) = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1).$$

Кислород — двухатомный газ, поэтому

$$\Delta U = \frac{5}{2}\frac{m}{M}R\Delta T \text{ (см. § 43).} \quad (3)$$

Таким образом,

$$Q = \frac{5}{2}\frac{m}{M}R\Delta T + \frac{m}{M}R\Delta T = \frac{7}{2}\frac{m}{M}R\Delta T. \quad (4)$$

Из выражений (3) и (4) следует, что

$$\Delta U = \frac{5Q}{7}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$\Delta U = \frac{5 \cdot 9{,}16 \cdot 10^3}{7} \text{ Дж} \approx 6543 \text{ Дж}.$$

Ответ: $\Delta U \approx 6543$ Дж.

УПРАЖНЕНИЯ

1. В сосуде ёмкостью 2 л находится гелий под давлением 1 МПа. Стенки сосуда могут выдержать давление 2 МПа. Какое наибольшее количество теплоты можно сообщить газу, чтобы сосуд не взорвался?
2. Какое количество теплоты отводится от 1 моля гелия при его изобарном охлаждении от 200 до 27 °C?
3. При изобарном расширении идеальный одноатомный газ совершил работу 2 Дж. Чему равно изменение внутренней энергии газа и сообщённое ему количество теплоты?
4. При изотермическом расширении идеальному газу сообщили количество теплоты 10 Дж. Какую работу совершил газ?
5. При адиабатическом процессе 1 моль идеального одноатомного газа совершил работу 200 кДж. Как и на сколько изменилась его внутренняя энергия? На сколько градусов Кельвинов изменилась при этом температура газа?
6. Один моль идеального одноатомного газа изохорно охладили на 100 °C, затем газ адиабатически сжали до первоначальной температуры. Найдите работу газа, изменение внутренней энергии и количество теплоты, сообщённое в этом процессе.
7. Внутренняя энергия идеального одноатомного газа в ходе некоторого процесса изменилась на 750 Дж. Какую работу совершил газ и чему

равно количество теплоты, полученное газом, если процесс: а) изохорный; б) адиабатический; в) изобарный?

8. Кислород массой 0,3 кг при начальной температуре 320 К охладили изохорно, при этом его давление уменьшилось в 3 раза. Затем газ изобарно нагрели до первоначальной температуры. Определите работу газа.

§ 50 НЕОБРАТИМОСТЬ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ. ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

НЕОБРАТИМОСТЬ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ПРИРОДЕ. Закон сохранения энергии утверждает, что количество энергии при любых её превращениях остаётся неизменным. Но он ничего не говорит о том, какие возможны энергетические превращения. Между тем многие процессы, вполне допустимые с точки зрения закона сохранения энергии, никогда не протекают в действительности.

Приведём пример. Колебания маятника, выведенного из положения равновесия, с течением времени затухают. На рисунке 7.18 цифрами *1*, *2*, *3*, *4* показаны последовательные положения маятника при максимальных отклонениях от положения равновесия. За счёт работы сил трения механическая энергия убывает, а температура маятника и окружающего воздуха слегка повышается. Энергетически допустим и обратный процесс, когда амплитуда колебаний маятника увеличивается за счёт охлаждения самого маятника и окружающей среды. Но такой процесс никогда не наблюдался. Механическая энергия самопроизвольно переходит во внутреннюю энергию, но не наоборот.

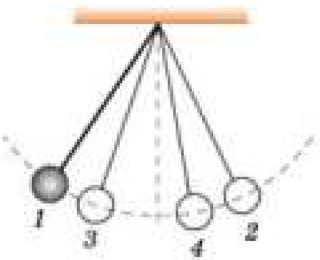


Рис. 7.18

Можно привести множество подобных примеров. Все они свидетельствуют о том, что процессы в природе имеют определённую направленность, никак не отражённую в первом законе термодинамики. *Все процессы в природе протекают только в одном определённом направлении. В обратном направлении самопроизвольно они протекать не могут.*

Необратимым процессом называют такой процесс, обратный которому может протекать только как одно из звеньев более сложного процесса.

Так, в примере с маятником можно вновь увеличить амплитуду колебаний маятника, подтолкнув его рукой. Но это увеличение амплитуды возникает не само собой, а становится возможным в результате более сложного процесса, включающего толчок рукой. Можно перевести количество теплоты от холодного тела к горячему, но для этого нужна холодильная установка, потребляющая энергию, и т. д.

ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ. Второй закон термодинамики указывает направление возможных энергетических превращений и выражает необратимость процессов в природе. Он был установлен в результате обобщения опытных фактов. Существует несколько формулировок второго закона термодинамики, которые, несмотря на внешнее различие, эквивалентны.

Клаузиус сформулировал этот закон в следующем виде (*формулировка Клаузиуса*).

Невозможно перевести теплоту от более холодной системы к более горячей при отсутствии одновременных изменений в обеих системах или окружающих телах.

Согласно современной терминологии под теплотой следует понимать внутреннюю энергию. В формулировке Клаузиуса констатируется опытный факт определённой направленности теплообмена: энергия самопроизвольно переходит всегда от более нагретых тел к менее нагретым, до тех пор пока их температуры не выравняются. Отметим, что возможно передать энергию от менее нагретого тела к более нагретому (например, в холодильнике от его морозильной камеры к её радиатору). Однако при этом двигатель холодильника совершает работу, т. е. передача энергии в данном случае не является самопроизвольной.

Другая формулировка второго закона термодинамики принадлежит У. Томсону (*формулировка Томсона*).

Невозможно осуществить такой периодический процесс, единственным результатом которого было бы получение работы за счёт теплоты, взятой от одного источника.

Если, например, паровая машина совершает работу за счёт энергии, полученной от парового котла, то совершаемая работа не является единственным результатом процесса, так как часть энергии обязательно уходит в атмосферу вместе с отработанным паром.

Первый закон термодинамики можно сформулировать в виде утверждения о невозможности создания вечного двигателя первого рода. При этом этот закон допускает переход количества теплоты, полученного холодным телом от горячего тела, или, наоборот, переданного холодным телом горячему телу. В этом случае можно было бы построить тепловую машину без холодильника, что позволило бы превращать в работу всё количество теплоты, переданное нагревателем рабочему телу. Однако создание подобного устройства (его называют *вечным двигателем второго рода*) будет противоречить второму закону термодинамики, который указывает направление процессов в природе. С учётом этого формулировке второго закона термодинамики, данной Томсоном, можно придать следующий вид.

Невозможно построить вечный двигатель второго рода, т. е. двигатель, совершающий работу только за счёт охлаждения какого-либо одного тела.

Второй закон термодинамики утверждает факт необратимости процессов в природе, но не даёт ему никакого объяснения. Оно может быть получено только на основе МКТ.

Рассмотрим закрытый сосуд, разделённый перегородкой на две равные части A и B (рис. 7.19). Пусть в начальный момент в части A находится N молекул идеального газа, а в части B — ни одной.

Удалим перегородку. Молекулы из части A начнут переходить в часть B сосуда. Вскоре возникнет и обратный поток молекул из части B в часть A, после чего начнётся обмен молекулами между обеими частями сосуда. Со временем наступит состояние динамического равновесия. При этом средние значения чисел молекул $\bar{N}_1$ и $\bar{N}_2$ в обеих частях сосуда будут равны друг другу: $\bar{N}_1 = \bar{N}_2 = \frac{N}{2}$.

Обратим внимание, что равенство относится именно к средним значениям за длительный промежуток времени, а для мгновенных значений N_1 и N_2 почти никогда не соблюдается. Так, принципиально возможна ситуация, при которой все молекулы газа вновь оказались бы в части A сосуда. Почему же такие процессы не наблюдаются? Ответ заключается в том, что с точки зрения МКТ в силу колоссальности числа молекул N такие процессы крайне маловероятны.

Поясним сказанное на примере. Пусть в закрытом сосуде находится всего одна молекула идеального газа. С равной вероятностью $\left(P = \frac{1}{2}\right)$ она может попасть либо в часть A, либо в часть B сосуда. Введём в сосуд вторую молекулу. Поскольку молекулы идеального газа не взаимодействуют друг с другом, то их попадания в ту или иную часть сосуда являются независимыми событиями. Тем самым, вероятность того, что обе молекулы окажутся в части A сосуда, будет равна $P_A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

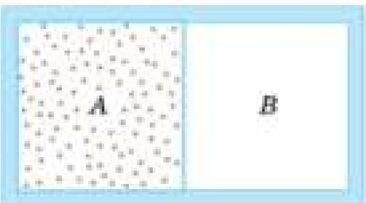


Рис. 7.19

Рассуждая аналогично, для случая N молекул найдём, что вероятность их попадания в часть A сосуда равна $P_A = \left(\frac{1}{2}\right)^N$. Так, при $N = 5$ получим $P_A = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \approx \frac{1}{32}$. Это означает, что с увеличением числа молекул вероятность того, что они все окажутся в части A сосуда, уменьшается.

Если взять реальное число молекул газа в 1 см^3 при нормальных условиях ($N = 3 \cdot 10^{19}$), то значение данной вероятности получится чрезвычайно малым: $P = \frac{1}{2^{3 \cdot 10^{19}}}$. Это значение будет практически равно нулю, поэтому данное событие никогда не реализуется.

В заключение сделаем ряд выводов.

1. Только из-за большого числа молекул в макроскопических телах процессы в природе оказываются необратимыми. Обратные процессы возможны, но их вероятность близка к нулю.

2. Наиболее вероятным событием для термодинамической системы является равномерное распределение частиц (в рассмотренном примере — молекул идеального газа) по всему объёму сосуда.

3. Второй закон термодинамики имеет статистический характер.

?

1. Приведите примеры необратимых процессов. **2.** Какой закон термодинамики позволяет установить направленность процессов в природе? **3.** Приведите формулировки второго закона термодинамики, данные Клаузиусом и Томсоном. **4.** Какое устройство называют вечным двигателем второго рода? **5.** Как в рамках МКТ можно объяснить необратимость макроскопических процессов в природе?

§ 51 ТЕПЛОВЫЕ МАШИНЫ. ЦИКЛ КАРНО

ТЕПЛОВЫЕ ДВИГАТЕЛИ. Большая часть двигателей на Земле — *тепловые машины*, т. е. устройства, превращающие внутреннюю энергию тел в механическую энергию и обратно. По способу теплообмена и совершения механической работы тепловые машины разделяют на *тепловые двигатели* и *холодильные установки*. К тепловым двигателям относят поршневые, роторные и реактивные, а к холодильным установкам — домашние холодильники и кондиционеры.

В силу необратимости процессов в природе существуют определённые ограничения на возможность использования внутренней энергии для совершения работы тепловыми двигателями. Так, ни один тепловой двигатель не может иметь КПД, равный единице.

Коэффициентом полезного действия (КПД) η теплового двигателя называют физическую величину, равную отношению совершённой двигателем работы A к количеству теплоты Q, полученному для этой цели.

$$\eta = \frac{A}{Q}.$$

При адиабатическом расширении газа в цилиндре работа совершается за счёт убыли его внутренней энергии без передачи количества теплоты другим телам. Согласно первому закону термодинамики, $\Delta U = A$, $A' = -A = -\Delta U$. При изотермическом процессе всё передаваемое газу количество теплоты оказывается равным работе газа: $A' = Q$. Однако как в первом, так и во втором процессе работа совершается при однократном расширении газа до давления, равного внешнему (например, атмосферному давлению). Тепловой двигатель же должен работать длительное время. Это возможно лишь в том случае, когда все части двигателя (поршни, клапаны и т. д.) совершают движения, повторяющиеся через определённые промежутки времени. Тем самым, двигатель должен периодически по прошествии одного *рабочего цикла* возвращаться в исходное состояние, или же в двигателе должен совершаться неизменный во времени (стационарный) процесс (например, непрерывное вращение турбины).

Для того чтобы возвратить газ в цилиндре в исходное состояние, его необходимо сжать. Для сжатия газа над ним следует совершить работу. Работа сжатия будет меньше работы, совершаемой самим газом при расширении, если газ сжимать при меньшей температуре, а значит, и при меньшем давлении, чем это происходило при расширении газа. Для этого до сжатия или в процессе сжатия газ охлаждают, передав некоторое количество теплоты другим телам (холодильнику).

ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ ТЕПЛОВОГО ДВИГАТЕЛЯ. Рабочим телом тепловых двигателей является газ или пар, который совершает работу при расширении. Обозначим начальную температуру рабочего тела через T_1. Эту температуру в паровых турбинах или машинах приобретает пар в паровом котле. В двигателях внутреннего сгорания и газовых турбинах повышение температуры происходит при сгорании топлива внутри самого двигателя. Температуру T_1 называют *температурой нагревателя*. По мере совершения работы газ теряет энергию и неизбежно охлаждается до некоторой температуры T_2. Эта температура не может быть ниже температуры окружающей среды, так как в противном случае давление газа станет меньше атмосферного и двигатель не сможет работать.

Температуру T_2 называют *температурой холодильника*. Холодильником являются атмосфера или специальные устройства для охлаждения и конденсации отработанного пара — *конденсаторы*. Таким образом, в двигателе рабочее тело при расширении не может отдать всю свою внутреннюю энергию на совершение работы. Часть энергии неизбежно передаётся атмосфере (холодильнику) вместе с отработанным паром или выхлопными газами двигателей внутреннего сгорания и газовых турбин. Эта часть внутренней энергии безвозвратно теряется.

Принципиальная схема теплового двигателя изображена на рисунке 7.20. Рабочее тело двигателя получает при сгорании топлива количество теплоты Q_1, совершает работу A' и передаёт холодильнику количество теплоты $Q_2 < Q_1$.

Согласно закону сохранения энергии работа, совершаемая двигателем, равна

$$A' = Q_1 - Q_2.$$

Тогда КПД теплового двигателя будет равен

$$\eta = \frac{A'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Так как у всех двигателей некоторое количество теплоты передаётся холодильнику, то $\eta < 1$.

Рис. 7.20

ИДЕАЛЬНАЯ ТЕПЛОВАЯ МАШИНА КАРНО. Представляет большой интерес нахождение максимально возможного КПД теплового двигателя при использовании нагревателя и холодильника с заданными температурами. С целью решения этой важной для теплотехники задачи французский учёный и военный инженер Сади Карно (1796—1832) придумал идеальную тепловую машину. Все процессы в ней рассматриваются как равновесные (обратимые). В машине Карно осуществляется круговой процесс, или цикл, при котором система после ряда преобразований возвращается в исходное состояние.

Цикл Карно состоит из двух изотерм и двух адиабат (рис. 7.21). Кривые *1—2* и *3—4* — это изотермы, а *2—3* и *4—1* — адиабаты. Сначала газ

Рис. 7.21

расширяется изотермически при температуре нагревателя T_1. При этом он получает от нагревателя количество теплоты Q_1. Затем он адиабатически расширяется и не обменивается количеством теплоты с окружающими телами. Далее следует изотермическое сжатие газа при температуре холодильника T_2. В этом процессе газ отдаёт холодильнику количество теплоты Q_2. Наконец, газ сжимается адиабатически и возвращается в начальное состояние.

При изотермическом расширении газ совершает работу $A'_1 > 0$, равную количеству теплоты Q_1. При адиабатическом расширении *2—3* положительная работа A'_3 равна уменьшению внутренней энергии при охлаждении газа от температуры T_1 до температуры T_2: $A'_3 = -\Delta U_{12} = U(T_1) - U(T_2)$.

Изотермическое сжатие при температуре T_2 требует совершения над газом работы A_2. Газ совершает соответственно отрицательную работу $A'_2 = -A_2 = Q_2$. Адиабатическое сжатие приводит к совершению над газом работы $A_4 = \Delta U_{21}$. Работа самого газа $A'_4 = -A_4 = -\Delta U_{21} = U(T_2) - U(T_1)$. Поэтому суммарная работа газа при двух адиабатических процессах равна нулю.

Итак, за цикл Карно газ совершает работу:

$$A' = A'_1 + A'_2 = Q_1 + Q_2 = |Q_1| - |Q_2|.$$

Для вычисления КПД идеальной тепловой машины Карно нужно вычислить значения работ при изотермических процессах *1—2* и *3—4*. Расчёты привели Карно к следующему результату:

$$\eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \qquad (1)$$

Максимально возможный КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно, всегда меньше единицы. *КПД идеальной тепловой машины зависит от температур T_1 нагревателя и T_2 холодильника и не зависит от природы рабочего тела.* В таком двигателе устранены любые потери энергии, кроме передачи энергии холодильнику. Но в реальных двигателях всегда существуют потери энергии, например из-за трения и рассеяния энергии в окружающую среду.

Из формулы (1) следует, что для повышения КПД теплового двигателя необходимо повышать температуру нагревателя и понижать температуру холодильника.

ИДЕАЛЬНАЯ ХОЛОДИЛЬНАЯ МАШИНА. Цикл Карно обратим, поэтому его можно провести в обратном направлении. Тем самым, у нас получится *идеальная холодильная машина*. При этом процессы пойдут в обратном порядке, работа A совершается для приведения в действие машины.

Количество теплоты Q_1 передаётся рабочим телом нагревателю более высокой температуры, а количество теплоты Q_2 поступает к рабочему телу от холодильника (рис. 7.22). Таким образом, количество теплоты передаётся от холодного тела к горячему, поэтому данную машину и называют холодильной. Но второму закону термодинамики это не противоречит: количество теплоты переходит не само собой, а за счёт совершения работы.

Рис. 7.22

Эффективность холодильной машины характеризуют отношением $\varepsilon = \frac{Q_2}{A}$. Физическую величину ε называют *холодильным коэффициентом*. Для идеальной холодильной машины

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}. \qquad (2)$$

Из формулы (2) следует, что холодильный коэффициент тем больше, чем меньше разность температур, и тем меньше, чем меньше температура того тела, которое отдаёт количество теплоты.

Очевидно, холодильный коэффициент может быть больше единицы. Для реальных холодильников $\varepsilon > 3$. Разновидностью холодильной машины является кондиционер, который забирает количество теплоты из комнаты и передаёт его окружающему воздуху.

?

1. Опишите схему работы теплового двигателя. **2.** Какую физическую величину называют КПД теплового двигателя? **3.** Что представляет собой цикл Карно? Какие процессы происходят в цикле Карно? **4.** Как можно определить КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно? **5.** Как можно повысить КПД теплового двигателя? **6.** Какие процессы происходят в идеальной холодильной машине, работающей по циклу Карно?

??

1. Что является рабочим телом, нагревателем и холодильником: а) в ракетном двигателе; б) в дизельном двигателе?

2. Древнегреческий учёный и изобретатель Герон Александрийский в трактате «Пневматика» описал различные пневматические устройства. Одним из них является эолипил — полый шар, укреплённый на оси (рис. 7.23). Шар снабжён двумя выступающими диаметрально противоположными изогнутыми трубками; под ним установлен со-

Рис. 7.23

Рис. 7.24

суд, частично заполненный водой. Когда под сосудом разводили огонь, вода в нём закипала, образующийся пар поступал во внутреннюю полость шара по пароотводам и вытекал из неё по изогнутым трубкам, вызывая вращение шара. Прообразом какого современного технического устройства стал эолипил Герона?

3. На рисунке 7.24 изображена схема устройства простейшей паровой турбины. На вал *1* насажен массивный диск *2*, на котором укреплены лопасти *3*. На лопасти поступает пар из сопел *4*. Какие преобразования энергии происходят при работе паровой турбины? Что является в паровой турбине: а) нагревателем; б) рабочим телом; в) холодильником? Какими преимуществами обладает паровая турбина по сравнению с двигателем внутреннего сгорания?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

КПД тепловой машины равен 40%. Каким станет КПД этой машины, если количество теплоты, получаемое машиной за цикл, увеличить на 20%, а количество теплоты, отдаваемое холодильнику, уменьшить на 10%?

Дано:
$\eta_1 = 40\%$
$Q_{н2} = 1{,}2\,Q_{н1}$
$Q_{х2} = 0{,}9\,Q_{х1}$

η_2 — ?

Решение:

Обозначим через $Q_{н1}$, $Q_{н2}$ количества теплоты, полученные тепловым двигателем в первом и во втором случае, а через $Q_{х1}$, $Q_{х2}$ — количества теплоты, отданные холодильнику. Тогда

$$\eta_1 = \frac{Q_{н1} - Q_{х1}}{Q_{н1}} = 1 - \frac{Q_{х1}}{Q_{н1}}, \qquad (1)$$

$$\eta_2 = \frac{Q_{н2} - Q_{х2}}{Q_{н2}} = 1 - \frac{Q_{х2}}{Q_{н2}}, \qquad (2)$$

Из выражения (1) получим:

$$\frac{Q_{х1}}{Q_{н1}} = 1 - \eta_1 \Rightarrow \frac{Q_{х1}}{Q_{н1}} = 0{,}6. \qquad (3)$$

Используя данные задачи, запишем выражение (2) в виде:

$$\eta_2 = 1 - \frac{0{,}9Q_{х1}}{1{,}2Q_{н1}}.$$

С учётом формулы (3) получим:

$$\eta_2 = 1 - 0{,}75 \cdot 0{,}6 = 0{,}55,\ \eta_2 = 0{,}55\%.$$

Ответ: $\eta_2 = 55\%$.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Определите КПД теплового двигателя, работающего по циклу Карно, если температура нагревателя равна 400 К, а температура холодильника — 300 К.
2. В идеальной тепловой машине температура нагревателя в 3 раза больше температуры холодильника. Какую работу совершила машина, если она получила от нагревателя количество теплоты, равное 42 кДж?
3. Совершая замкнутый цикл, газ получил от нагревателя количество теплоты, равное 4130 Дж. Какую работу совершил газ в результате протекания всего цикла, если КПД цикла равен 17%?
4. В идеальной тепловой машине $\frac{2}{3}$ количества теплоты, полученного от нагревателя, рабочее тело отдаёт холодильнику. Температура холодильника равна 0 °С. Определите температуру нагревателя.
5. В идеальной тепловой машине за счёт каждого килоджоуля энергии, получаемой от нагревателя, совершается работа, равная 300 Дж. Определите КПД тепловой машины и температуру нагревателя, если температура холодильника равна 280 К.

Это любопытно…

Из истории развития физики и техники

К выводу о том, что тепловые процессы происходят при передаче количества теплоты от более нагретых тел к менее нагретым, впервые пришёл Карно. В книге «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу» (1824) он на основе теории теплорода выполнил ана-

С. КАРНО

лиз существовавших в то время паровых машин и сформулировал условия, при которых КПД достигает максимального значения (в паровых машинах того времени КПД не превышал 2%). Оказалось, что только разность температур определяет КПД теплового двигателя, рабочее же тело не играет никакой роли (теорема Карно). Кроме того, Карно ввёл в обиход ряд терминов, которые до сих пор используются в термодинамике: идеальная тепловая машина, идеальный цикл, обратимость процесса и т. п. Карно вычислил КПД идеальной тепловой машины и доказал, что он является максимально возможным для любого реального теплового двигателя.

Спустя 10 лет после смерти Карно Клапейрон привлёк внимание научной общественности к его работам. Благодаря Клапейрону идеи Карно стали широко известны и позволили Томсону, Клаузиусу и другим учёным разработать основы классической термодинамики.

§ 52 ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕПЛОВЫХ МАШИН

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕПЛОВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ. Наибольшее значение имеет использование тепловых двигателей на тепловых электростанциях, где они приводят в движение роторы генераторов электрического тока. Около 80% всей электроэнергии в нашей стране вырабатывается на тепловых электростанциях. Тепловые двигатели (паровые турбины) устанавливают также на атомных электростанциях. На этих станциях для получения пара высокой температуры используется энергия атомных ядер.

На всех основных видах современного транспорта преимущественно устанавливают тепловые двигатели. На автомобилях применяют поршневые двигатели внутреннего сгорания с внешним образованием горючей смеси (карбюраторные двигатели) и двигатели с образованием горючей смеси непосредственно внутри цилиндров (инжекторные двигатели и дизели). Эти же двигатели устанавливаются на тракторах.

На железнодорожном транспорте до середины XX в. основным двигателем была паровая машина. Теперь же главным образом используют тепловозы с дизельными установками и электровозы. Но и электровозы получают энергию от тепловых двигателей электростанций. На водном транспорте находят применение как двигатели внутреннего сгорания, так и мощные турбины для крупных судов.

В авиации на лёгких самолётах устанавливают поршневые двигатели, а на огромных лайнерах — турбовинтовые и реактивные двигатели, которые также относятся к тепловым двигателям. Реактивные двигатели применяются и на космических ракетах.

ТЕПЛОВЫЕ ДВИГАТЕЛИ И ОХРАНА ПРИРОДЫ. Рост промышленности и энергетических мощностей приводит к тому, что выделяемое количество теплоты становится сопоставимым с другими компонентами теплового баланса в атмосфере. В результате может повыситься средняя температура на Земле. Сейчас мощность двигателей составляет примерно 10^{10} кВт. Когда эта мощность достигнет $3 \cdot 10^{12}$ кВт, то средняя температура атмосферы Земли увеличится примерно на 1 °С. Дальнейшее возрастание температуры может привести к ускоренному таянию ледников и катастрофическому повышению уровня Мирового океана.

Но этим далеко не исчерпываются негативные последствия применения тепловых двигателей. Растёт выброс в атмосферу микроскопических частиц — сажи, пепла, измельчённого топлива. Они изменяют оптические свойства атмосферы, соотношение между поглощённой и отражённой солнечной энергией, увеличивают «парниковый эффект». Он обусловлен повышением концентрации углекислого газа в течение длительного промежутка времени. Углекислый газ задерживает тепловое излучение Земли, что приводит к повышению температуры атмосферы. В атмосфере Земли формируются гигантские зоны загрязнения. Они стали причиной устойчивого выпадения кислотных осадков в районах промышленных зон или возникновения смога — ядовитого тумана (рис. 7.25). Смог резко ухудшает здоровье людей, ведёт к обострению лёгочных и сердечных заболеваний.

При сжигании топлива в атмосферу выбрасываются токсические продукты горения: оксиды серы, азота, металлов, угарный газ (СО), канцерогенные вещества — продукты неполного сгорания органических топлив. Они оказывают вредное воздействие на флору и фауну. Особую опасность в этом отношении представляют автомобили, число которых угрожающе растёт, а очистка отработанных газов затруднена.

Всё это ставит ряд серьёзных проблем перед обществом. Наряду с важнейшей задачей повышения КПД тепловых двигателей требуется проводить ряд мероприятий по охране окружающей среды. Необходимо повышать эффективность сооружений, препятствующих выбросу в атмосферу вредных веществ, добиваться более полного сгорания топлива в автомобильных двигателях.

Для того чтобы минимизировать вредные воздействия на окружающую

Рис. 7.25

среду, осуществляется перевод автомобильных двигателей на сжиженный газ в качестве топлива. Обсуждается также возможность применения в качестве топлива водорода, в результате сгорания которого образуется вода; разрабатываются конструкции электромобилей.

Кроме того, ведутся активные исследования по созданию двигателей, использующих энергию горячих подземных (геотермальных) источников самой природы, энергию ветра, морских приливов и др.

Другое направление прилагаемых усилий — это увеличение эффективности использования энергии, её экономия на производстве и в быту. Нельзя оставлять не выключенными электроприборы, допускать бесполезные потери топлива при обогревании помещений. Решение перечисленных проблем жизненно важно для человека.

? 1. Где в настоящее время используют тепловые машины? 2. Какие вредные вещества выбрасываются в атмосферу при работе тепловых двигателей? 3. Как образуется «парниковый эффект»? 4. Какие меры предпринимаются для решения экологических проблем, вызванных работой тепловых двигателей?

Это любопытно...

Из истории развития физики и техники

Французский изобретатель Дени Папен (1647—1712) в 1690 г. разработал проект одного из первых паровых двигателей. Вода в цилиндре такого двигателя при нагревании превращалась в пар и перемещала поршень вверх. Через специальный клапан пар выталкивал воздух, а при конденсации пара создавалось разреженное пространство. При этом внешнее давление перемещало поршень вниз. Опускаясь, поршень тянул за собой верёвку с грузом.

Совершенствование пароатмосферных машин продолжил английский механик и изобретатель Томас Севери (1650—1710). В 1698 г. он изобрёл паровой насос для откачки воды из шахт, который работал без поршня. Всасывание воды происходило путём конденсации пара и создания разреженного пространства над уровнем воды в сосуде. Севери отделил котёл от сосуда, где происходила конденсация.

Впервые паровая машина Севери начала работать в России. Она была заказана в Англии для Петра Первого. Паровая машина качала воду из Фонтанки для фонтанов в Летнем саду в Санкт-Петербурге.

В 1705 г. английский изобретатель Томас Ньюкомен (1663—1729) получил патент на разработанную им тепловую машину. Рассмотрим принцип её действия (рис. 7.26). Пар из котла *1* поступает в цилиндр *2* и поднимает поршень *3*, который уравновешивается грузом *4*. В результате впрыс-

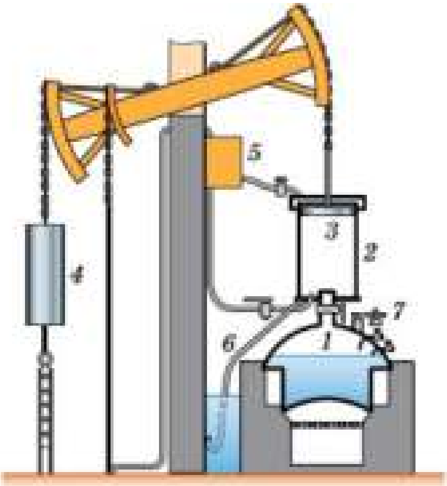


Рис. 7.26

кивания в цилиндр холодной воды из резервуара *5* пар конденсируется, и поршень опускается. Охлаждающая вода и сконденсированный пар выпускаются из цилиндра по трубе *6*, а излишний пар из котла — через предохранительный клапан *7*. Машина Ньюкомена использовалась в Европе более 50 лет.

Первая в России двухцилиндровая вакуумная паровая машина была спроектирована механиком Иваном Ивановичем Ползуновым (1728—1766) под Барнаулом. В ней было использовано автоматическое регулирование впуска и выпуска пара. Машина имела два цилиндра с поршнями, соединёнными цепями с балансирами. Последние приводили в действие мехи, которые накачивали воздух в плавильные печи. После этого Ползунов сконструировал мощный тепловой двигатель на 15 плавильных печей. Это была уже настоящая теплосиловая станция.

В 1769 г. шотландский механик и изобретатель Джеймс Уатт (1736—1819) запатентовал ряд усовершенствований к вакуумному двигателю Ньюкомена. Уатт добавил отдельную ёмкость для охлаждения пара (конденсатор), поместил внутрь цилиндра поршень для выталкивания пара и преобразовал возвратно-поступательное движение поршня во вращательное движение приводимого колеса. Интересным решением Уатта был изобретённый им регулятор (регулятор Уатта), который позволял автоматизировать процессы подачи пара и добиться постоянной частоты вращения двигателя. К 1782 г. паровой двигатель Уатта оказался более чем в 3 раза производительнее машины Ньюкомена. Повышение эффективности двигателя Уатта привело к использованию энергии пара в промышленности. Этот двигатель уже имел основные черты современных паровых машин.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Рис. 7.27

1. Игрушка «пьющий утёнок» (рис. 7.27) состоит из двух полых стеклянных шариков, соединённых трубкой. Верхний шарик покрыт гигроскопической ватой. Нижний шарик частично заполнен летучей жидкостью. К трубке этот шарик припаян так, что конец трубки находится ниже уровня жидкости. Если голову утёнка наклонить в сосуд с водой и отпустить, то утёнок начнёт совершать колебания. Объясните, за счёт какой энергии и каким именно образом действует игрушка. Постройте диаграмму работы пара в стеклянном резервуаре игрушки. Покажите на диаграмме полезную работу, которую совершает утёнок.
2. Определите КПД электрических чайников, которые используются вами и вашими друзьями в быту. Составьте таблицу результатов и сделайте вывод.
3. Кипятильник Франклина представляет собой две стеклянные колбы, соединённые трубкой. Сосуд герметичен и частично заполнен спиртом. Если укрепить кипятильник на горизонтальной оси над кюветой с подогретой водой, то будет наблюдаться интересное явление. Какое именно и как оно объясняется?

Примерные темы рефератов и проектов

1. Из истории изобретения тепловых двигателей.
2. Холодильные машины: виды, устройство, принцип действия, применение.
3. Экологические проблемы использования тепловых машин: анализ и способы решения.
4. Что изобрели Джеймс Уатт и Иван Иванович Ползунов?
5. Двигатель Стирлинга — тепловой двигатель с самым высоким КПД.

Глава 8
ИЗМЕНЕНИЯ АГРЕГАТНЫХ СОСТОЯНИЙ ВЕЩЕСТВА

В зависимости от внешних условий одно и то же вещество может находиться в различных *агрегатных состояниях*: твёрдом, жидком или газообразном. При изменении внешних условий (например, в результате нагревания или охлаждения) могут происходить изменения агрегатных состояний вещества. К ним, например, относятся такие процессы, как парообразование, конденсация, сублимация, плавление и кристаллизация. Они сопровождаются поглощением или выделением некоторого количества теплоты. В данной главе мы рассмотрим изменения агрегатных состояний вещества с точки зрения МКТ и термодинамики.

§ 53 ИСПАРЕНИЕ И КОНДЕНСАЦИЯ. НАСЫЩЕННЫЙ ПАР

ИСПАРЕНИЕ. Повседневные наблюдения показывают, что количество воды, спирта, бензина, керосина и любой другой жидкости, содержащейся в открытом сосуде, постепенно уменьшается, а с течением времени жидкость и вовсе может исчезнуть. Например, хорошо закупоренный пузырёк с лекарством может стоять в шкафу сколь угодно долго, и количество жидкости в нём не изменяется. Если же пузырёк оставить открытым, то, заглянув в него через достаточно продолжительное время, мы увидим, что жидкости в нём нет. В действительности жидкости бесследно не исчезают — они *испаряются*, т. е. превращаются в пар.

Переход вещества из жидкого состояния в газообразное, происходящий с открытой поверхности жидкости, называют испарением.

Опытным путём можно установить, что *испарение происходит с поверхности жидкости при любой температуре. Скорость испарения тем больше, чем больше площадь свободной поверхности жидкости, выше её температура и чем быстрее удаляются от поверхности жидкости образовавшиеся над ней пары.* Кроме того, *скорость испарения зависит от рода жидкости*.

Рассмотрим процесс испарения жидкости с точки зрения молекулярно-кинетической теории. Молекулы жидкости участвуют в непрерывном хаотическом движении. Чем выше температура жидкости, тем больше их кинетическая энергия, тем выше скорость хаотического движения молекул. У некоторой молекулы энергия в данный момент может оказаться как меньше, так и больше средней. При этом средняя кинетическая энергия наиболее быстрых молекул в какой-то момент может стать больше средней кинетической энергии хаотического движения молекул жидкости и больше потенциальной энергии их взаимодействия. В результате молекулы окажутся способными вылететь из жидкости, преодолев силы притяжения остальных молекул жидкости. При этом процесс вылета некоторых молекул из жидкости обязательно сопровождается уменьшением средней кинетической энергии хаотического движения оставшихся молекул вещества. Поэтому при отсутствии теплообмена жидкости с окружающей средой *испарение жидкости сопровождается её охлаждением*.

Молекулярно-кинетическая теория позволяет объяснить условия, ускоряющие процесс испарения. Нальём одинаковое количество воды в сосуд с узким горлышком и в блюдце. При одних и тех же условиях испарение в этих сосудах будет происходит по-разному. Вода, находящаяся в открытом блюдце, испарится быстрее, следовательно, чем больше площадь свободной поверхности жидкости, тем больше число вылетающих молекул, тем интенсивнее происходит испарение.

Чем выше температура жидкости, тем большее число молекул обладает кинетической энергией, достаточной для вылета из жидкости. Но любой эксперимент покажет, что различные жидкости при одинаковых температурах испаряются по-разному. Причина этого заключается в отличии молекул жидкости каждого вещества по размерам, массе и потенциальной энергии взаимодействия с окружающими её молекулами.

Испаряются не только жидкости, но и твёрдые тела. Молекулы, которые расположены у поверхности твёрдого тела и имеют достаточную кинетическую энергию, способны покинуть тело.

Переход вещества из твёрдого состояния непосредственно в газообразное называют сублимацией или возгонкой.

Например, нафталин или камфара испаряются при комнатной температуре и нормальном атмосферном давлении, минуя жидкое состояние. Испаряется также лёд. Если влажное бельё развесить на морозе, то вода замерзает, а затем лёд испаряется и бельё высыхает.

Рис. 8.1

КОНДЕНСАЦИЯ. Вылетевшие с поверхности жидкости молекулы принимают участие в хаотическом движении молекул пара. Беспорядочно двигаясь, некоторые из них могут навсегда удалиться от поверхности жидкости в открытом сосуде, а некоторые молекулы — вернуться снова в жидкость. Таким образом, вместе с испарением происходит и обратный процесс, называемый *конденсацией** (рис. 8.1).

Переход вещества из газообразного состояния в жидкое называют конденсацией.

НАСЫЩЕННЫЙ ПАР. При испарении количество жидкости в открытом сосуде непрерывно уменьшается. В плотно закрытом сосуде этого не происходит. После того как мы нальём жидкость в сосуд и закроем его, жидкость будет испаряться, и плотность пара над жидкостью будет увеличиваться. При этом будет увеличиваться и число молекул, возвращающихся в результате хаотического движения обратно в жидкость. Чем больше плотность пара, тем большее число его молекул возвращается в жидкость. В результате в закрытом сосуде устанавливается равновесное состояние: число молекул, покидающих поверхность жидкости, становится равным числу молекул пара, возвращающихся за то же время в жидкость. Такое равновесие называется *динамическим* или *подвижным*. При динамическом равновесии между жидкостью и её паром одновременно происходит и испарение жидкости, и конденсация пара. Оба процесса в среднем компенсируют друг друга (рис. 8.2).

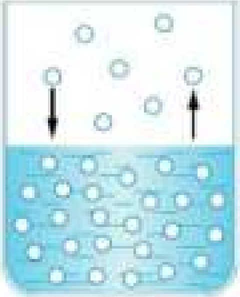


Рис. 8.2

Пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью, называют насыщенным паром.

* От лат. *condensatio* — уплотнение, сгущение.

Если воздух из сосуда с жидкостью откачан, то над поверхностью жидкости будет находиться только её насыщенный пар. Равновесие между жидкостью и её насыщенным паром можно нарушить, если нагреть эту термодинамическую систему. При увеличении температуры системы число вылетающих из жидкости молекул станет больше, чем число возвращающихся молекул.

Таким образом, плотность пара будет расти до тех пор, пока опять не наступит динамическое равновесие жидкости с её паром, только при большей температуре. Его плотность будет больше плотности пара, который был насыщен ранее. Отсюда можно сделать вывод, что *чем выше температура насыщенного пара, тем больше его плотность.*

Пар, не находящийся в состоянии динамического равновесия со своей жидкостью, называется *ненасыщенным*.

ИЗОТЕРМА РЕАЛЬНОГО ГАЗА. Поместим в цилиндр под поршнем (рис. 8.3) углекислый газ. Будем его медленно сжимать, совершая над газом работу. Согласно закону сохранения энергии, внутренняя энергия газа начнёт увеличиваться. Для того чтобы данный процесс происходил при постоянной температуре T, нужно обеспечить теплообмен между цилиндром и окружающей средой. Для этого можно поместить цилиндр в большой сосуд с жидкостью постоянной температуры (термостат) и сжимать газ настолько медленно, чтобы энергия успевала передаваться от газа к окружающим телам.

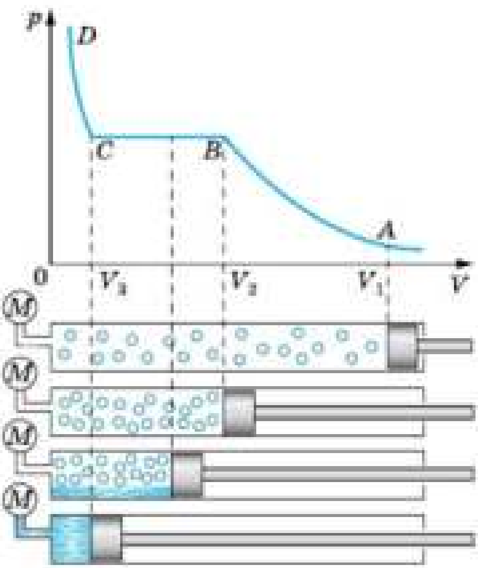


Рис. 8.3

Вначале, когда объём углекислого газа достаточно велик ($V > V_2$, см. рис. 8.3), его давление с уменьшением объёма растёт в соответствии с законом Бойля — Мариотта, а затем при дальнейшем увеличении давления наблюдаются небольшие отклонения от этого закона. Данная зависимость между давлением и объёмом газа изображена на рисунке 8.3 кривой AB.

При дальнейшем уменьшении объёма, начиная со значения V_2, давление в цилиндре под поршнем перестаёт изменяться. Если заглянуть при этом в цилиндр через специальное смотровое окно, то можно увидеть, что часть объёма цилиндра занимает прозрачная жидкость.

Следовательно, газ (пар) превратился в насыщенный пар, часть которого сконденсировалась.

Продолжая сжимать содержимое цилиндра, мы заметим, что количество жидкости в цилиндре увеличивается, а пространство, занятое насыщенным паром, уменьшается. Давление, которое показывает манометр, остаётся постоянным до тех пор, пока всё пространство под поршнем не окажется заполненным жидкостью. Этот процесс изображён на рисунке 8.3 участком BC графика. При незначительном уменьшении объёма, начиная со значения V_3, давление жидкости резко увеличивается (участок CD графика, см. рис. 8.3), что объясняется малой сжимаемостью жидкости.

Рассмотренный процесс происходил при постоянной температуре T, поэтому график $ABCD$ (см. рис. 8.3), изображающий зависимость давления газа p от его объёма V, называют *изотермой реального газа*. Участок AB ($V > V_2$) соответствует ненасыщенному пару, участок BC ($V_3 < V < V_2$) — равновесному состоянию жидкости и её насыщенного пара, а участок CD ($V < V_3$) — жидкому состоянию вещества.

Опыты показывают, что такой же вид имеют изотермы и других веществ, если их температура не слишком велика.

ДАВЛЕНИЕ НАСЫЩЕННОГО ПАРА. Состояние насыщенного пара можно приближённо описать с помощью формулы $p = nkT$. Эта формула будет выполняться тем точнее, чем ниже температура и давление газа.

Давление пара, при котором жидкость находится в динамическом равновесии со своим паром, называют давлением насыщенного пара.

При постоянной температуре оно не зависит от объёма, занимаемого насыщенным паром.

Построим на основе опытных данных ещё несколько изотерм (рис. 8.4) для того же количества углекислого газа, но при более высоких температурах ($T_1 < T_2 < T_3$). Из графиков можно обнаружить общие для всех газов закономерности. Во-первых, чем выше температура, тем меньше объём, при котором начинается конденсация пара. Объясняется это тем, что молекулы при более высокой температуре движутся быстрее, и необходима бо́льшая плотность газа для того, чтобы силы притяжения могли бы удержать молекулы друг около друга. Во-вторых, чем выше температура, тем больше объём, занимаемый жидкостью после того, как весь газ конденсируется. Ведь объём жидкости с увеличением температуры растёт. Следовательно, длина прямолинейного горизонтального участка изотермы, соответствующего равновесию между жидкостью и насыщенным паром, с ростом температуры уменьшается. Конденсация начинается при бо́льших плотностях газа и заканчивается при меньших плотностях жид-

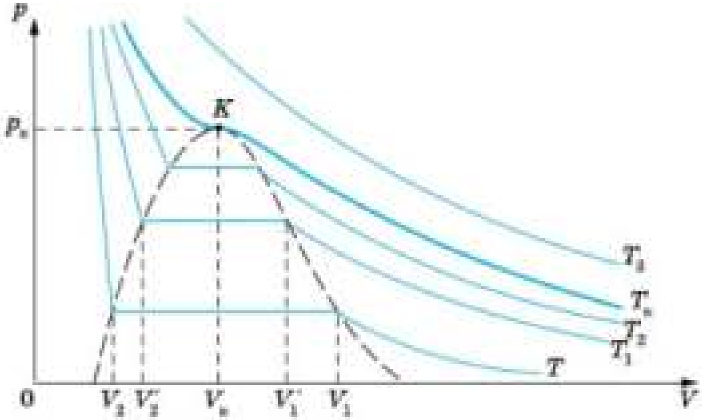


Рис. 8.4

кости. Другими словами, плотность газа и жидкости при одном и том же давлении тем ближе друг к другу, чем выше температура. При *критической температуре* $T_к$ данный участок изотермы превращается в точку. В этой точке свойства жидкости и газа становятся неразличимыми. Выше критической температуры газ не может быть превращён в жидкость ни при каком давлении.

Знакомство с графиками (см. рис. 8.4) позволяет сделать вывод о том, что *давление насыщенного пара возрастает с увеличением температуры*.

Зависимость $p(T)$ для реальных газов, найденная экспериментально, не является пропорциональной, как для идеального газа при постоянном объёме (закон Шарля). С увеличением температуры давление насыщенного пара растёт быстрее, чем давление идеального газа (рис. 8.5, участок кривой AB). Это становится особенно очевидным, если провести изохору через точку A (пунктирная прямая). Почему это происходит?

При нагревании жидкости с паром в закрытом сосуде часть жидкости превращается в пар. С ростом температуры увеличивается скорость испарения, и равновесие между жидкостью и паром нарушается. Концентрация молекул, а следовательно, и плотность пара возрастают.

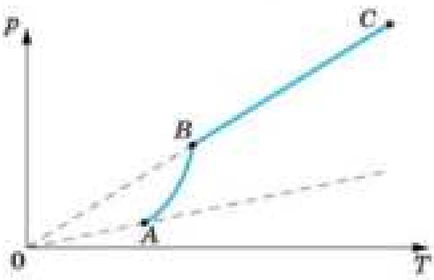


Рис. 8.5

Так продолжается до тех пор, пока плотность пара не увеличится настолько, что процесс конденсации уравновесит процесс испарения. В результате согласно формуле $p = nkT$ давление насыщенного пара растёт не только вследствие повышения температуры, но и вследствие увеличения концентрации молекул (плотности) пара. При этом главную роль в увеличении давления насыщенного пара играет рост концентрации молекул пара, а не повышение его температуры.

Когда вся жидкость испарится, пар при дальнейшем нагревании перестанет быть насыщенным, и его давление при постоянном объёме будет возрастать прямо пропорционально абсолютной температуре в соответствии с законом Шарля (см. рис. 8.5, участок *BC*).

Таким образом, переход пара из ненасыщенного состояния в насыщенное возможно осуществить двумя способами: понижением температуры; повышением давления (уменьшением объёма). Переход пара из насыщенного в ненасыщенное состояние достигается без изменения температуры уменьшением давления (увеличением объёма) или повышением температуры пара.

*

1. Что называют: а) испарением; б) сублимацией (возгонкой); в) конденсацией? 2. Как можно ускорить процесс испарения? 3. Объясните процессы испарения и конденсации с молекулярной точки зрения. 4. Проанализируйте изотерму реального газа, используя рисунок 8.3. 5. Почему с увеличением температуры давление насыщенного пара растёт быстрее, чем давление идеального газа?

1. Почему чай остывает быстрее, если на него дуть?
2. Для чего в жарких странах напитки помещают в сосуды с пористыми стенками?

§ 54 КИПЕНИЕ ЖИДКОСТИ

ПРОЦЕСС КИПЕНИЯ ЖИДКОСТИ. Процесс испарения может происходить не только с поверхности жидкости, но и по всему её объёму. В этом случае при некоторой температуре наблюдается кипение жидкости (рис. 8.6).

Проследим за нагреванием воды в стеклянном сосуде. Сначала дно и стенки сосуда покроются маленькими пузырьками. Их появление объясняется выделением воздуха, растворённого в воде. В воде (а также в любой другой жидкости) всегда имеется некоторое количество растворённого воздуха. Этим воздухом дышат рыбы и другие живые существа, обитающие в воде.

Рис. 8.6

Так как внутри каждого пузырька происходит испарение воды, то, кроме воздуха, пу-

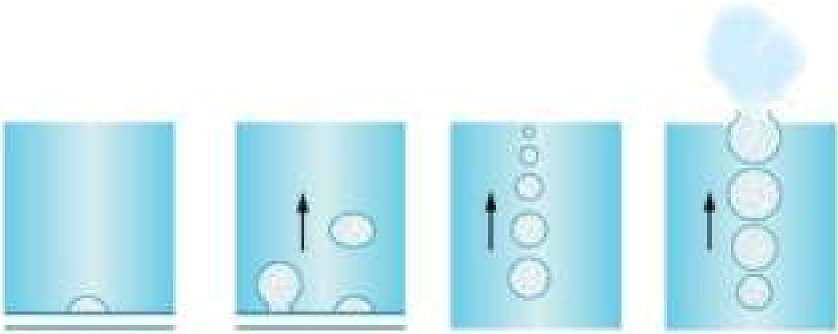


Рис. 8.7

зырьки содержат насыщенный водяной пар. При повышении температуры пузырьки, заполненные воздухом и паром, увеличиваются в размерах (рис. 8.7, *а*); их количество увеличивается. С увеличением объёма пузырьков возрастает действующая на них выталкивающая (архимедова) сила. В некоторый момент времени она отрывает пузырёк от стенок. При этом между пузырьком и дном сосуда образуется всё сужающаяся воздушная перемычка (рис. 8.7, *б*). Наконец, пузырёк отрывается, оставляя у дна небольшое количество воздуха, из которого с течением времени образуется новый пузырёк. Поднимающийся пузырёк, попадая в верхние, более холодные слои воды, уменьшается в размере, так как содержащийся в нём пар конденсируется (рис. 8.7, *в*). Давление в пузырьке стремительно падает, и пузырёк «схлопывается». «Схлопывание» происходит настолько быстро, что стенки пузырька, сталкиваясь, производят нечто вроде маленького взрыва. Мы слышим, как закипающая вода шумит. Когда вся вода достаточно прогреется, поднимающиеся пузырьки уже не будут уменьшаться в размерах и достигают поверхности, выбрасывая пар во внешнее пространство (рис. 8.7, *г*). Шум при этом прекращается и начинается «бульканье» — вода кипит.

Кипение — это переход жидкости в пар, происходящий с образованием пузырьков пара по всему объёму жидкости или на поверхности сосуда.

Термометр, помещённый в пар над кипящей водой, всё время, пока вода кипит, показывает одну и ту же температуру (около 100 °С). Эта температура не изменится, пока вся вода не выкипит. *Кипение происходит при такой температуре, когда давление насыщенных паров сравнивается с давлением внутри жидкости.*

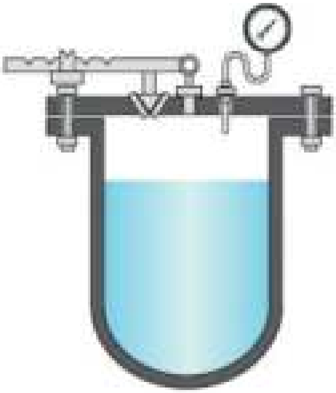


Рис. 8.8

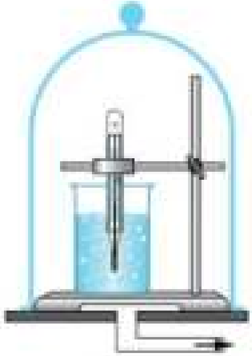


Рис. 8.9

Температуру, при которой жидкость кипит, называют *температурой кипения*. Она зависит от рода жидкости.

ЗАВИСИМОСТЬ ТЕМПЕРАТУРЫ КИПЕНИЯ ЖИДКОСТИ ОТ ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ. Температура кипения жидкости зависит от внешнего давления. Чем больше внешнее давление, тем выше температура кипения. Так, в паровом котле при давлении, достигающем $1{,}6 \cdot 10^6$ Па, вода не кипит и при температуре, равной 200 °С. В медицинских учреждениях кипение воды в герметически закрытых сосудах — автоклавах (рис. 8.8) также происходит при повышенном давлении. Поэтому температура кипения значительно выше 100 °С. Автоклавы применяют для стерилизации хирургических инструментов, перевязочного материала и т. д.

И наоборот, уменьшая внешнее давление, мы тем самым понижаем температуру кипения. Под колоколом воздушного насоса можно заставить воду кипеть при комнатной температуре (рис. 8.9). При подъёме в горы атмосферное давление уменьшается, поэтому уменьшается температура кипения. На высоте 7134 м (пик Ленина на Памире) давление приближённо равно $4 \cdot 10^4$ Па (300 мм рт. ст.). Вода кипит там примерно при температуре, равной 70 °С.

На рисунке 8.10 приведён график зависимости температуры кипения воды от внешнего давления. Он является одновременно и графиком, выражающим зависимость давления насыщенного водяного пара от температуры.

УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОТА ПАРООБРАЗОВАНИЯ ЖИДКОСТИ. Как вы уже знаете, испарение жидкости сопровождается её охлаждением. Для поддержания температуры испаряющейся жидкости неизменной к ней необходимо подводить извне количество теплоты. Многочисленные опыты подтверждают,

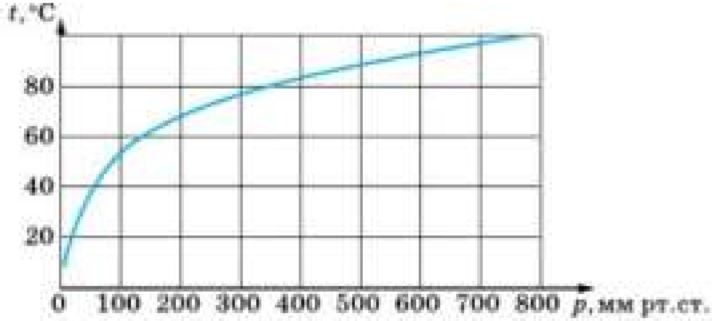


Рис. 8.10

что для превращения жидкости в пар путём испарения или кипения требуется определённое количество теплоты. На что расходуется подводимая к телу энергия? Прежде всего, на увеличение его внутренней энергии при переходе из жидкого состояния в газообразное. При этом увеличивается объём вещества: от объёма жидкости до объёма насыщенного пара. Следовательно, увеличиваются среднее расстояние между молекулами и их потенциальная энергия. Кроме того, при увеличении объёма вещества совершается работа против сил внешнего давления.

Зависимость количества теплоты, необходимого для парообразования жидкости, от её рода характеризуется физической величиной, называемой *удельной теплотой парообразования*.

Удельной теплотой парообразования данной жидкости называют отношение количества теплоты, требующегося для превращения данной массы жидкости в пар при постоянной температуре и постоянном давлении, к массе жидкости.

$$r = \frac{Q_п}{m}, \qquad (1)$$

где r — удельная теплота парообразования жидкости; m — масса жидкости; $Q_п$ — количество теплоты, необходимое для её парообразования.

Единицей удельной теплоты парообразования в СИ является *джоуль на килограмм* (Дж/кг).

Удельная теплота парообразования воды очень велика: $2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг при температуре 100 °С и нормальном атмосферном давлении. Это означает, что для превращения воды массой 1 кг в пар при температуре 100 °С и нормальном атмосферном давлении требуется $2{,}26 \cdot 10^6$ Дж энергии. При этом внутренняя энергия пара массой 1 кг при 100 °С больше внутренней энергии 1 кг воды при той же температуре на $2{,}26 \cdot 10^6$ Дж.

У других жидкостей (спирт, эфир, ртуть, керосин и др.) удельная теплота парообразования меньше в 3—10 раз. Для одной и той же жидкости удельная теплота парообразования при разных температурах имеет разное значение. При повышении температуры удельная теплота парообразования уменьшается, так как с ростом температуры уменьшается разность между объёмом жидкости и объёмом её насыщенного пара. Поэтому уменьшается изменение внутренней энергии и работа против сил внешнего давления.

Количество теплоты, необходимое для парообразования жидкости, в соответствии с выражением (1) равно:

$$Q_п = rm. \qquad (2)$$

Согласно закону сохранения энергии, при конденсации пара происходит выделение такого же количества теплоты, какое было затрачено при парообразовании той же массы жидкости при той же температуре:

$$Q_к = -rm. \qquad (3)$$

Формулы (2) и (3) используют при записи уравнений теплового баланса в тех случаях, когда мы рассматриваем явления парообразования и конденсации.

1. Объясните процесс кипения с молекулярно-кинетической точки зрения. **2.** Как зависит температура кипения жидкости от внешнего давления? Для чего используют автоклавы? **3.** Для превращения жидкости в пар путём испарения или кипения требуется определённое количество теплоты. На что оно расходуется? **4.** Что называют удельной теплотой парообразования жидкости?

1. Как изменяется потенциальная энергия взаимодействия молекул тела при: а) кипении; б) конденсации?

2. Пробирка наполнена водой и открытым концом опущена в стакан с водой. Изменится ли уровень воды в пробирке, если установку нагреть до температуры кипения воды?

3. Можно ли осуществить процесс кипения жидкости в условиях невесомости?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В сосуд, содержащий 0,5 кг воды при температуре 16 °С, впускают 75 г стоградусного водяного пара при нормальном атмосферном давлении. Определите установившуюся температуру в сосуде. Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

Дано:	СИ:
$c = 4200$ Дж/(кг · °С)	
$m_1 = 0{,}5$ кг	
$t_1 = 16$ °С	
$m_2 = 75$ г	$75 \cdot 10^{-3}$ кг
$t_2 = 100$ °С	
$r = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг	
θ — ?	

Решение:

Определим количество теплоты Q_1, которое выделяется при конденсации пара массой m_2:

$$Q_1 = -rm_2.$$

Вода массой m_2, образовавшаяся из пара, охлаждается от t_2 до θ. В этом случае выделяется количество теплоты Q_2:

$$Q_2 = cm_2(\theta - t_2).$$

После этого вода массой m_1 нагревается от t_1 до θ. Для этого необходимо затратить количество теплоты Q_3:

$$Q_3 = cm_1(\theta - t_1).$$

По условию задачи система теплоизолирована, поэтому уравнение теплового баланса имеет вид:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0.$$

Подставляя в это уравнение выражения для количеств теплоты Q_1, Q_2 и Q_3, получим:

$$-rm_2 + cm_2(\theta - t_2) + cm_1(\theta - t_1) = 0.$$

Отсюда

$$\theta = \frac{rm_2 + c(m_2t_2 + m_1t_1)}{c(m_2 + m_1)}.$$

С учётом числовых данных запишем:

$$\theta = \frac{2{,}26 \cdot 10^6 \cdot 75 \cdot 10^{-3} + 4200 \cdot (75 \cdot 10^{-3} \cdot 100 + 0{,}5 \cdot 16)}{4200 \cdot (0{,}5 + 75 \cdot 10^{-3})} \text{ °С} \approx 97 \text{ °С}.$$

Ответ: $\theta \approx 97$ °С.

УПРАЖНЕНИЯ

1. В сосуд, содержащий 30 л воды, впускают 1,85 кг стоградусного водяного пара при нормальном атмосферном давлении. В сосуде установилась температура, равная 37 °С. Чему равна первоначальная температура воды? Теплоёмкостью сосуда пренебречь.
2. В латунный калориметр массой 0,2 кг, содержащий 0,35 кг воды при 8 °С, впускают пар при температуре 100 °С при нормальном атмосферном давлении. Сколько пара впустили, если в калориметре установилась температура, равная 40 °С?
3. В 1 л воды при температуре 20 °С и нормальном атмосферном давлении бросили кусок железа массой 0,1 кг, нагретый до температуры 500 °С. При этом некоторое количество воды испарилось. Определите, сколько воды испарилось, если установившаяся температура воды равна 24 °С.

4. В воду массой 12 кг впускают 1 кг пара при температуре 100 °С и при нормальном атмосферном давлении. Температура воды после конденсации в ней пара равна 70 °С. Найдите первоначальную температуру воды.

5. Через воду, имеющую температуру 10 °С, пропускают водяной пар при температуре 100 °С, и при нормальном атмосферном давлении. Сколько процентов составит масса воды, образовавшейся из пара, от массы всей воды в сосуде в тот момент, когда её температура стала равной 50 °С?

§ 55 ВЛАЖНОСТЬ ВОЗДУХА

ХАРАКТЕРИСТИКА ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА. Содержание водяного пара в воздухе — его *влажность* — характеризуется несколькими величинами. Атмосферный воздух представляет собой смесь различных газов и водяного пара. Каждый из газов вносит свой вклад в суммарное давление, производимое воздухом на находящиеся в нём тела.

Давление, которое производил бы водяной пар, если бы все остальные газы отсутствовали, называют *парциальным давлением водяного пара*. Парциальное давление p водяного пара принимают за один из показателей влажности воздуха. Его выражают в единицах давления — *паскалях* (Па) или *миллиметрах ртутного столба* (мм рт. ст.).

За характеристику влажности воздуха может быть принята плотность водяного пара ρ, содержащегося в воздухе. Эту физическую величину называют *абсолютной влажностью* и из-за её малости выражают в *граммах на кубический метр* (г/м^3).

Абсолютная влажность показывает, сколько водяного пара в граммах содержится в 1 м^3 *воздуха.*

Абсолютная влажность ρ и парциальное давление p водяного пара связаны уравнением Менделеева — Клапейрона:

$$p = \frac{1}{M}\frac{m}{V}RT \quad \text{или}$$

$$p = \frac{\rho}{M}RT. \qquad (1)$$

Знание парциального давления водяного пара или абсолютной влажности ничего не говорит о том, насколько водяной пар в данных условиях далёк от насыщения. А именно от этого зависит интенсивность испарения воды (или конденсация пара) и, следовательно, потеря влаги живыми организмами. Поэтому вводят физическую величину, показывающую, насколько водяной пар при данной температуре близок к насыщению, — *относительную влажность*.

Относительной влажностью воздуха φ называют выраженное в процентах отношение парциального давления p водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре, к давлению p_0 насыщенного пара при той же температуре.

$$\varphi = \frac{p}{p_0} \cdot 100\%.$$

Используя уравнение (1), для определения относительной влажности можно получить ещё одну формулу:

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot 100\%,$$

где ρ — абсолютная влажность; ρ_0 — плотность насыщенного водяного пара при данной температуре.

ТОЧКА РОСЫ. При охлаждении влажного воздуха при постоянном давлении его относительная влажность увеличивается, так как чем ниже температура, тем ближе парциальное давление пара в воздухе к давлению насыщенного пара. Пар становится насыщенным.

Рассмотрим график зависимости давления p насыщенного водяного пара от температуры t (рис. 8.11).

Пусть при температуре t_1 парциальное давление водяного пара равно p_1. Состояние пара изобразится при этом точкой A. Если охладить воздух до температуры t_r при $p_1 = \text{const}$, то пар станет насыщенным и его состояние изобразится точкой B.

Температуру t_r, до которой должен охладиться воздух, чтобы находящийся в нём водяной пар достиг состояния насыщения (при данной влажности воздуха и неизменном давлении), называют точкой росы.

Давление насыщенного водяного пара при температуре воздуха, равной точке росы, представляет собой парциальное давление водяного пара, содержащегося в атмосфере. При охлаждении воздуха до точки росы начинается конденсация паров: появляется туман, выпадает роса.

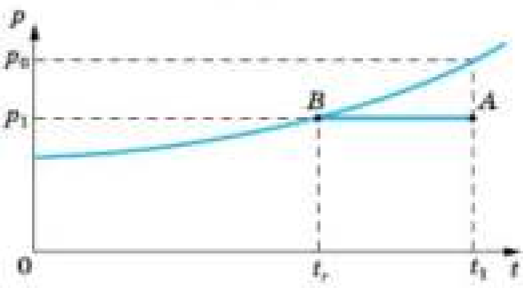


Рис. 8.11

Точка росы также характеризует влажность воздуха, так как она позволяет определить парциальное давление водяного пара и абсолютную влажность с помощью таблиц, в которых представлена зависимость давления и плотности насыщенного водяного пара от температуры.

ИЗМЕРЕНИЕ ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА. Точку росы определяют с помощью прибора, называемого *конденсационным гигрометром* (рис. 8.12, *а*). Рассмотрим его устройство. Гигрометр представляет собой металлическую коробку *1* (рис. 8.12, *б*), передняя стенка *2* которой хорошо отполирована. Коробка окружена полированным кольцом *3*, отделённым от неё теплоизолирующей прокладкой *4*. Коробка соединена с резиновой грушей *5*. Внутрь коробки наливают легко испаряющуюся жидкость (эфир) и вставляют термометр. Продувая через коробку воздух с помощью груши, вызывают сильное испарение эфира и быстрое охлаждение коробки. По термометру замечают температуру, при которой появляются капельки росы на полированной поверхности стенки *2*. Это и будет точка росы, так как появление росы указывает, что водяной пар стал насыщенным. Измерив с помощью термометра точку росы, по специальной таблице определяют давление и плотность насыщенного пара при данной температуре, т. е. абсолютную влажность воздуха.

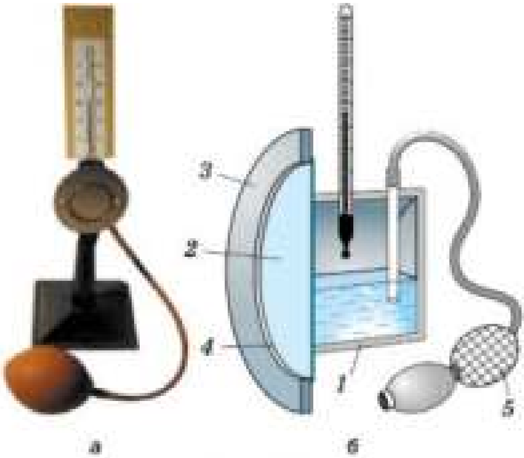
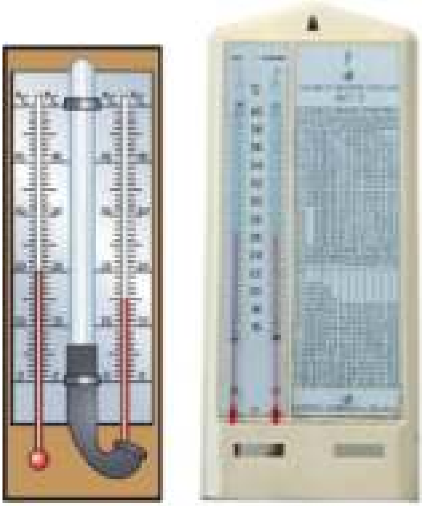


Рис. 8.12

Действие *волосного гигрометра* (рис. 8.13, *а*) основано на свойстве обезжиренного человеческого волоса увеличивать (уменьшать) свою длину при увеличении (уменьшении) относительной влажности воздуха. При помощи данного прибора можно непосредственно измерять относительную влажность воздуха. Его устройство показано на рисунке 8.13, *б*. Между двумя металлическими стойками *1* укреплён обезжиренный человеческий волос *2*. Один конец волоса закреплён на верхнем штифте, которым можно с помощью гайки *3* регулировать натяжение волоса.

Рис. 8.13



а б

Рис. 8.14

Другой конец волоса нагружен небольшой гирькой и перекинут через блок *5*, на котором укреплена стрелка *4* с противовесом.

При изменении относительной влажности воздуха длина волоса изменяется, и стрелка по шкале указывает относительную влажность воздуха в процентах. Волосной гигрометр применяют в тех случаях, когда при определении относительной влажности воздуха не требуется большой точности.

Психрометр (от греч. *psychrós* — холодный и *metréo* — измеряю) состоит из двух одинаковых термометров (рис. 8.14, *а*). Иногда этот прибор называют психрометрическим гигрометром (рис. 8.14, *б*).

Резервуар одного из термометров остаётся сухим. С его помощью измеряют температуру воздуха. Резервуар другого термометра обёрнут полоской ткани, конец которой опущен в воду. Вода испаряется, и благодаря этому термометр охлаждается. Чем больше относительная влажность, тем менее интенсивно идёт процесс испарения и тем меньше будет разность показаний «влажного» и «сухого» термометров. При относительной влажности, равной 100%, вода вообще не будет испаряться и показания обоих термометров будут одинаковы.

По разности температур термометров с помощью специальных таблиц, называемых психрометрическими, можно определить относительную влажность воздуха. Психрометры применяют в тех случаях, когда требуется достаточно точное и быстрое определение влажности воздуха.

ЗНАЧЕНИЕ ВЛАЖНОСТИ. Люди весьма восприимчивы к влажности воздуха. От неё зависит интенсивность испарения влаги с поверхности кожи. При высокой влажности, особенно в жаркий день, испарение влаги с поверхности кожи уменьшается и поэтому затрудняется терморегуляция человеческого организма. В сухом воздухе, напротив, происходит быстрое испарение влаги с поверхности кожи, что приводит к высыханию слизистых оболочек дыхательных путей. Наиболее благоприятной для человека является относительная влажность от 40 до 60%. Такая влажность, например, поддерживается в космических кораблях.

Большое значение имеет знание влажности в метеорологии для предсказания погоды. Хотя количество водяного пара в атмосфере сравнительно невелико (около 1%), его роль в атмосферных явлениях значительна. Конденсация водяного пара приводит к образованию облаков и последующему выпадению осадков. При этом выделяется большое количество теплоты. Испарение воды и образование водяного пара сопровождается, наоборот, поглощением количества теплоты.

1. Что называют парциальным давлением водяного пара? 2. Чему равна абсолютная влажность воздуха? 3. Как можно рассчитать относительную влажность воздуха? 4. Расскажите об устройстве и принципе действия: а) конденсационного гигрометра; б) волосного гигрометра; в) психрометра. 5. Какую роль играет влажность воздуха в жизни человека?

1. В какое время суток летом относительная влажность воздуха больше при одной и той же температуре?
2. Как по внешнему виду отличить в бане трубу с холодной водой от трубы с горячей?
3. Какими способами можно обратить ненасыщенный пар в насыщенный?
4. В запаянной U-образной трубке находится вода. Как узнать, находится ли воздух (или только насыщенный пар) над водой в трубке?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В закрытом сосуде объёмом 0,1 м^3 при температуре 147 °С содержатся 0,5 кг воды и её пар. В результате изотермического расширения в сосуде остался только насыщенный пар. На какую величину изменили объём сосуда? Давление насыщенных паров воды при данной температуре равно $4{,}7 \cdot 10^5$ Па. Объёмом воды по сравнению с объёмом сосуда пренебречь.

Дано:	СИ:	Решение:
$t = 147$ °С $V = 0{,}1$ м^3 $m = 0{,}5$ кг $p_н = 4{,}7 \cdot 10^5$ Па $M = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль ΔV — ?	$T = 420$ К	При изотермическом увеличении объёма жидкость испаряется. Давление пара при этом не изменяется до тех пор, пока вся жидкость не испарится (пар остаётся насыщенным и его давление определяется температурой).

График рассматриваемого процесса показан на рисунке рис. 8.15. Точка *2* соответствует окончанию процесса испарения воды. При этом объём сосуда равен $V + \Delta V$.

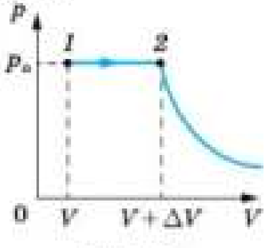


Рис. 8.15

Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для начального и конечного состояний пара:

$$p_нV = \frac{m_0}{M}RT, \qquad (1)$$

$$p_н(V + \Delta V) = \frac{m_0 + m}{M}RT, \qquad (2)$$

где m_0 — начальная масса пара в сосуде.

Вычитая из уравнения (2) уравнение (1), получим:

$$p_н\Delta V = \frac{m}{M}RT,$$

$$\Delta V = \frac{mRT}{Mp_н}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$\Delta V = \frac{0{,}5 \cdot 8{,}31 \cdot 420}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}7 \cdot 10^5}\ м^3 \approx 0{,}2\ м^3.$$

Ответ: $\Delta V \approx 0{,}2\ м^3$.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Плотность насыщенного пара ртути при температуре 20 °С равна 0,02 г/м³. Найдите давление пара при этой температуре.
2. Во сколько раз концентрация молекул насыщенного водяного пара при температуре 50 °С больше, чем при температуре 5 °С ?
3. Водяной пар при температуре 27 °С и давлении 1330 Па занимает объём, равный 2 л. Является ли этот пар насыщенным? Каким он станет, если объём уменьшится до 0,5 л и температура понизится до 7 °С?
4. Человек в очках вошёл с улицы в тёплую комнату и обнаружил, что его очки запотели. Какой должна быть температура на улице, чтобы наблюдалось это явление? В комнате температура воздуха равна 22 °С, а относительная влажность воздуха — 50%. Используйте значения давления и плотности насыщенного водяного пара при разных температурах, приведённые на форзаце учебника.
5. В сосуде ёмкостью 10 л находится сухой воздух при нормальных условиях ($p = 10^5$ Па, $t = 0$ °С). Каким будет давление в этом сосуде, если в него налить воду массой 2 г и нагреть сосуд до температуры, равной 100 °С?

Это любопытно…

Интересные факты

В 1828 г. немецкий физик Эрнст Фердинанд Август (1795—1870) изобрёл психрометр. Кроме того, он предложил эмпирические формулы для определения точки росы, упругости и плотности водяного пара в воздухе.

Первый волосной гигрометр был создан в 1783 г. швейцарским естествоиспытателем Орасом Бенедиктом де Соссюром (1740—1799). В том же году он опубликовал статью, в которой доказал, что при одних и тех же температурах и давлении влажный воздух легче сухого.

Современный прибор для определения количества водяного пара в воздухе — инфракрасный гигрометр — способен работать в условиях, когда все другие приборы практически непригодны. Его принцип действия основан на сравнении потоков инфракрасного излучения двух волн разной длины, проходящих через слой воздуха. При этом одна из волн поглощается водяным паром, а другая — нет.

Если очень чистый пар не соприкасается с жидкостью, то удаётся получить перенасыщенный пар — пар, давление которого превышает давление насыщенного пара при данной температуре. Именно такой пар используется в камере Вильсона для регистрации заряженных частиц.

§ 56 ПЛАВЛЕНИЕ И КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ ВЕЩЕСТВА

ПЛАВЛЕНИЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ И АМОРФНЫХ ТЕЛ. Рассмотрим процесс плавления твёрдого вещества (рис. 8.16).

Плавлением называют переход вещества из твёрдого состояния в жидкое при температуре плавления.

Обратный плавлению процесс называют *кристаллизацией* (*отвердеванием*) (рис. 8.17).

Переход вещества из жидкого состояния в твёрдое называют кристаллизацией (отвердеванием) для кристаллических тел.

Для того чтобы кристаллическое тело начало плавиться, его необходимо нагреть до вполне определённой для каждого вещества температуры. Её называют *температурой плавления*. При этом чтобы тело расплавилось, недостаточно его нагреть до температуры плавления; необходимо продолжать подводить к нему определённое количество теплоты, т. е. увеличивать его внутреннюю энергию. Во время плавления температура кристаллического тела не меняется. Если тело продолжать нагревать и после того, как оно расплавилось, его температура будет расти. Указанные процессы можно проиллюстрировать с помощью графика зависимости температуры тела t от времени его нагревания τ (рис. 8.18). Участок

Рис. 8.16

Рис. 8.17

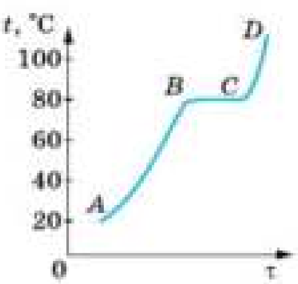


Рис. 8.18

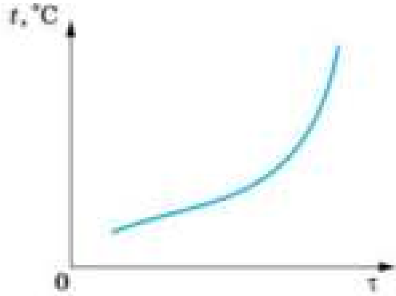


Рис. 8.19

AB графика соответствует нагреванию твёрдого тела, горизонтальный участок *BC* — процессу плавления, участок *CD* — нагреванию расплава (жидкости). Кривизна и наклон участков графика *AB* и *CD* зависят от условий процесса (массы нагреваемого тела, мощности нагревателя).

Переход кристаллического тела из твёрдого состояния в жидкое происходит резко (скачкообразно).

Между процессами плавления кристаллических и аморфных тел существует принципиальное различие. При нагревании аморфные тела постепенно, по мере повышения температуры, размягчаются и, в конце концов, становятся жидкими, оставаясь в течение всего времени нагревания однородными. Но никакой определённой температуры перехода из твёрдого состояния в жидкое у аморфных тел нет. На рисунке 8.19 изображён график зависимости температуры от времени при переходе аморфного тела из твёрдого состояния в жидкое.

ОБЪЯСНЕНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЛАВЛЕНИЯ И КРИСТАЛЛИЗАЦИИ. По мере нагревания кристаллического тела средняя энергия его молекул увеличивается за счёт возрастания средней кинетической энергии. При этом увеличивается также потенциальная энергия молекул, так как возрастает амплитуда колебаний молекул около положений равновесия и увеличивается расстояние между молекулами, т. е. тела при нагревании расширяются. После того как достигнута температура плавления, вся подводимая энергия идёт на совершение работы по разрушению пространственной (кристаллической) решётки, т. е. на увеличение потенциальной энергии молекул. В процессе плавления кинетическая энергия молекул не изменяется, о чём свидетельствует постоянство температуры во время плавления.

Во время кристаллизации вещества его молекулы располагаются упорядоченно, образуя кристаллическую решётку. Их потенциальная энергия в процессе кристаллизации уменьшается, а кинетическая энергия остаётся неизменной. Поэтому при кристаллизации температура не изменяется и происходит отдача количества теплоты окружающим телам.

Плавление и кристаллизация кристаллических тел происходят при строго фиксированной температуре для заданного давления.

Упрощённо различие в поведении кристаллических и аморфных тел при плавлении можно объяснить следующим образом. В кристаллах связи между молекулами в разных местах разрушаются одновременно, так как они всюду одинаковы. Поэтому переход в жидкое состояние происходит при строго определённой температуре. В аморфных телах при некоторой температуре часть молекул приобретает способность к более или менее свободному перемещению, другая же часть — ещё нет. Ведь связи между молекулами в аморфных телах неодинаковы из-за отсутствия строгого порядка в расположении молекул относительно друг друга. В результате переход из твёрдого состояния в жидкое оказывается растянутым на некоторый интервал температур.

УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОТА ПЛАВЛЕНИЯ. В процессе кристаллизации тела его внутренняя энергия уменьшается. Тело отдаёт некоторое количество теплоты окружающим телам. Согласно закону сохранения энергии, количество теплоты, поглощённое телом при плавлении (при температуре плавления), равно количеству теплоты, отданному этим телом при отвердевании (при температуре кристаллизации).

Зависимость количества теплоты, необходимого для плавления вещества при температуре плавления от его рода, характеризуют *удельной теплотой плавления этого вещества*.

Удельная теплота плавления вещества — физическая величина, равная отношению количества теплоты, необходимого для плавления тела из этого вещества при температуре плавления, к массе тела.

Если обозначить это количество теплоты через $Q_{пл}$, массу тела — m, а удельную теплоту плавления — λ, то можно записать

$$\lambda = \frac{Q_{пл}}{m}. \qquad (1)$$

Из формулы (1) следует, что единицей удельной теплоты плавления вещества в СИ является *джоуль на килограмм* (Дж/кг).

Чтобы расплавить однородное кристаллическое тело массой m при температуре плавления, необходимо затратить количество теплоты:

$$Q_{пл} = \lambda m. \qquad (2)$$

Согласно закону сохранения энергии, количество теплоты, выделяемое при кристаллизации тела (при температуре кристаллизации), равно

$$Q_{кр} = -\lambda m. \qquad (3)$$

Формулы (2) и (3) используют при решении задач на составление уравнений теплового баланса в тех случаях, когда мы имеем дело с процессами плавления и кристаллизации однородных кристаллических тел.

* **ОБЪЯСНЕНИЕ «СТРАННОГО» ПОВЕДЕНИЯ ЛЬДА И ВОДЫ.** Объём вещества при плавлении, как правило, увеличивается, а плотность, наоборот, уменьшается. При кристаллизации объём вещества уменьшается, а его плотность увеличивается. Исключение составляют лёд, чугун, висмут и некоторые другие вещества.

Особенности в поведении льда при плавлении связаны с формой его кристаллической решётки. На рисунке 8.20 показана пространственная решётка кристаллов льда (на рис. 8.20, *а* приведён вид сверху, а на рис. 8.20, *б* — вид сбоку). Шарики изображают (моделируют) атомы кислорода, при этом положения атомов водорода не показаны. Из рисунка видно, что в кристалле льда молекулы расположены очень неравномерно. В одних местах (в пределах одного слоя) молекулы сближены, а в других местах (между слоями) имеются большие пустоты. При переходе от кристаллического состояния к жидкому расположение молекул меняется и становится более равномерным. Поэтому объём воды становится меньше объёма льда. При этом расстояние между молекулами, которые в кристалле расположены близко друг к другу (молекулы одного слоя), увеличивается, а расстояние между отдалёнными молекулами в разных слоях уменьшается. В первом случае потенциальная энергия молекул увеличивается, а во втором случае — уменьшается. Но увеличение потенциальной энергии близких молекул больше уменьшения потенциальной энергии отдалённых молекул. В результате получается, что внутренняя энергия воды оказывается больше внутренней энергии льда, из которого она образовалась, несмотря на уменьшение объёма. Поэтому плавление льда требует затраты количества теплоты (как и плавление других тел).

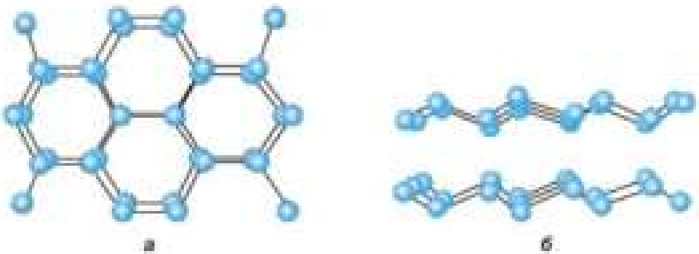


Рис. 8.20

Увеличение объёма воды при её замерзании имеет огромное значение в природе. Вследствие меньшей плотности льда по сравнению с плотностью воды (при 0 °С плотность льда 900 кг/м^3, а воды — 1000 кг/м^3) лёд плавает на воде. Обладая плохой теплопроводностью, слой льда защищает воду, находящуюся под ним, от охлаждения и вымерзания. Поэтому рыбы и другие живые существа, находящиеся в воде, не гибнут во время морозов. Если бы лёд тонул, то не очень глубокие водоёмы промерзали бы за зиму насквозь.

Замерзание воды в трещинах горных пород приводит к их разрушению. Способность воды расширяться при кристаллизации должна учитываться при прокладке труб водопровода и канализации, а также водяного отопления. Во избежание разрыва при замерзании воды подземные трубы должны укладываться на такой глубине, чтобы температура не опускалась ниже 0 °С. Наружные части труб должны на зимнее время покрываться теплоизолирующими материалами.

*

1. Что называют: а) плавлением; б) кристаллизацией? 2. Объясните процессы плавления и кристаллизации с точки зрения МКТ. 3. В чём состоит принципиальное различие между процессами плавления кристаллических и аморфных тел? 4. Какую физическую величину называют удельной теплотой плавления вещества? 5. Как изменяется внутренняя энергия тела в процессе: а) плавления; б) кристаллизации?

1. Как изменяется потенциальная энергия взаимодействия молекул тела при: а) плавлении; б) кристаллизации?
2. Ускорится ли процесс таяния льда в тёплой комнате, если его укрыть шубой?
3. Почему лёд дольше не тает, если его завернуть в мокрую газету?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Медная гиря массой 500 г нагрета до температуры 200 °С и поставлена на лёд при температуре 0 °С. Какое количество льда расплавит гиря при охлаждении при неизменном нормальном атмосферном давлении? Тепловыми потерями пренебречь.

Дано:	СИ:	Решение:
$m_1 = 500$ г	0,5 кг	Медная гиря массой m_1 остывает от t_1 до t_2. При этом выделяется количество теплоты Q_1: $Q_1 = c_м m_1(t_2 - t_1)$.
$t_1 = 200$ °С		На плавление льда массой m_2 необходимо затратить количество теплоты Q_2:
$t_2 = 0$ °С		
$c_м = 0{,}4 \cdot 10^3$ Дж/(кг · °С)		
$\lambda = 330 \cdot 10^3$ Дж/кг		
m_2 — ?		

$$Q_2 = m_2\lambda.$$

Запишем уравнение теплового баланса:

$$Q_1 + Q_2 = 0.$$

Подставим в это уравнение выражения для количеств теплоты Q_1 и Q_2:

$$c_в m_1(t_2 - t_1) + m_2\lambda = 0.$$

Отсюда

$$m_2 = -\frac{c_в m_1(t_2 - t_1)}{\lambda}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$m_2 = -\frac{0{,}4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5 \cdot (0 - 200)}{330 \cdot 10^3}\ кг \approx 0{,}12\ кг.$$

Ответ: $m_2 \approx 0{,}12$ кг.

УПРАЖНЕНИЯ

1. В калориметре находится вода массой 0,4 кг при температуре, равной 10 °С, и нормальном атмосферном давлении. В воду положили кусок льда массой 0,6 кг при температуре, равной −40 °С. Какая температура установится в калориметре? Теплоёмкостью материала, из которого изготовлен калориметр, и тепловыми потерями пренебречь.

2. В сосуд, содержащий 250 г воды при температуре 10 °С и нормальном атмосферном давлении, положили кусок льда, охлаждённый до −50 °С. После этого температура образовавшейся смеси воды и льда оказалась равной −4 °С. Какое количество льда было положено в сосуд?

3. На рисунке 8.21 изображены графики зависимости температуры двух кристаллических тел одинаковой массы от времени при нормальном атмосферном давлении. Используя данные графики, ответьте на следующие вопросы.
   а) Какое из тел имеет бóльшую удельную теплоёмкость?
   б) Какое из тел имеет бóльшую удельную теплоту плавления?

4. Используя график, показанный на рисунке 8.22, ответьте на следующие вопросы.
   а) Каким процессам соответствуют участки графика *AB*, *BC* и *CD*?
   б) Определите температуру плавления вещества.
   в) Чему равна удельная теплоёмкость этого вещества в твёрдом состоянии, если удельная теплота плавления равна 151,2 кДж/кг?

5. В смесь, состоящую из 20 л воды и 10 кг льда при температуре 0 °С и нормальном атмосферном давлении, вылили расплавленный сви-

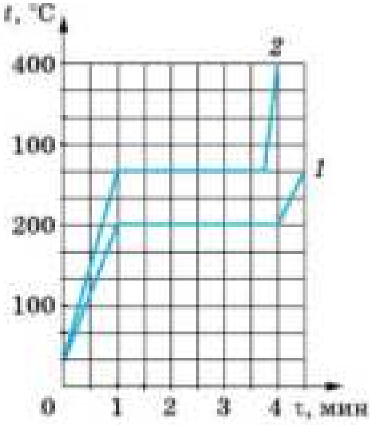


Рис. 8.21

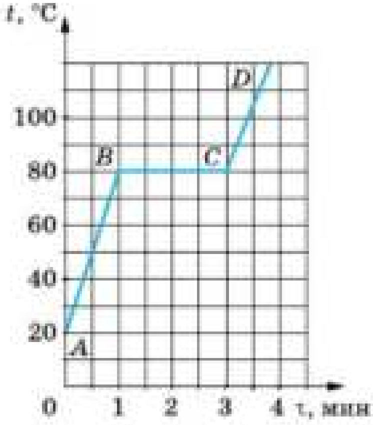


Рис. 8.22

нец при температуре плавления. Спустя некоторое время в смеси установилась температура, равная 100 °C. При этом 200 г воды обратилось в пар. Какое количество расплавленного свинца было влито в смесь?

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

1. Повесьте на брусок однородного льда два одинаковых груза: один на медной проволоке, другой на капроновой леске того же диаметра (рис. 8.23). Что перережет лёд быстрее? Как называется наблюдаемое физическое явление?
2. При попытке определить удельную теплоёмкость вещества, из которого изготовлен исследуемый образец, обнаружилось, что вода в калориметре при погружении нагретого образца нагревается очень слабо. Вследствие этого термометр показывает ничтожно малое изменение температуры, и точность измерения получается очень низкой. Как нужно поставить опыт, чтобы повысить точность измерения?
3. При соблюдении правил техники безопасности и имеющемся в школе высокотемпературном датчике, можно выявить зависимость времени испарения от температуры поверхности. Противень или маленькую сковородку нагрейте на пламени газовой горелки или

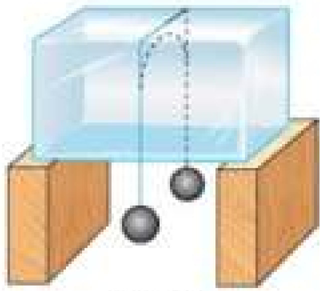


Рис. 8.23

спиртовки. Время от времени на нагретый металл пускайте капли воды. Наблюдайте за скоростью испарения капель по мере нагревания металла. Объясните, почему при очень высокой температуре металла капля на его поверхности держится неожиданно долго, не испаряясь. При проведении эксперимента обязательно используйте защитные очки!

Примерные темы рефератов и проектов

1. Роль процессов испарения и конденсации в природе.
2. Изучение фазовой диаграммы воды и льда.
3. Способы транспортировки и хранения сжиженных газов.
4. Использование сжиженных газов в космонавтике.
5. Сосуд Дьюара: устройство, принцип действия, применение.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

В повседневной жизни, за исключением притяжения к Земле и приливов, мы встречаемся в основном с различными проявлениями электромагнитных сил. В частности, все виды сил упругости и трения имеют электромагнитную природу; силы мышц и вся жизнедеятельность нашего организма и организмов животных основаны на электромагнитных взаимодействиях. Электромагнитные силы не универсальны. Они действуют лишь между электрически заряженными частицами.

Раздел физики, в котором изучаются свойства и закономерности электромагнитного взаимодействия заряженных тел или частиц, называют электродинамикой.

Это взаимодействие осуществляется посредством *электромагнитного поля*. В основе классической электродинамики лежат уравнения Максвелла для электромагнитного поля. Они позволяют определять значения важнейших характеристик электромагнитного поля — напряжённости электрического поля и индукции магнитного поля в вакууме и макроскопических телах. Макроскопические тела, как правило, электрически нейтральны. Тело больших размеров заряжено в том случае, когда оно содержит избыточное количество элементарных частиц с одним знаком заряда. Отрицательный заряд тела обусловлен избытком электронов по сравнению с протонами, а положительный — их недостатком.

Законы электродинамики лежат в основе электротехники и радиотехники, радиофизики, современной радиосвязи и телевидения. Электродинамика составляет фундамент таких важнейших направлений современной физики и техники, как физика плазмы и проблема управляемого термоядерного синтеза, нелинейная оптика, конструирование ускорителей элементарных частиц и др.

Глава 9

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Мы начнём изучение вопросов электродинамики с наиболее простого случая, когда электрически заряженные тела неподвижны. Раздел электродинамики, посвящённый изучению покоящихся в ИСО электрически заряженных тел, называют *электростатикой*. Электромагнитное поле, созданное неподвижными относительно данной ИСО электрическими зарядами, называют *электростатическим*.

В этой главе вы познакомитесь с важнейшими характеристиками и законами электростатического поля (законом Кулона и законом сохранения электрического заряда). С их помощью, например, рассчитывают параметры конденсаторов.

§ 57 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД. ЭЛЕКТРИЗАЦИЯ ТЕЛ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА

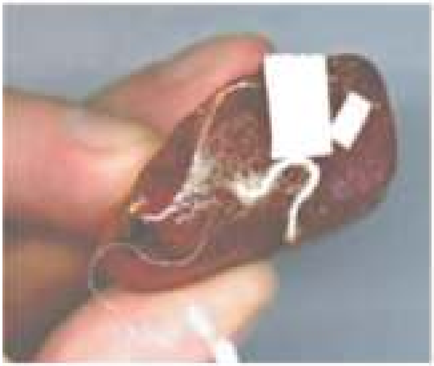


Рис. 9.1

ЭЛЕКТРИЗАЦИЯ ТЕЛ. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД. Ещё учёные Древней Греции установили тот факт, что после натирания янтарных предметов к ним притягиваются лёгкие тела (рис. 9.1). От греческого слова *elektron*, что означает «янтарь», и произошёл термин электричество.

Янтарь и любое другое вещество стали называть *наэлектризованным*, когда оно при трении приобретало свойство притягивать к себе лёгкие тела (т. е. тело приобретает электрический заряд). Явление возникновения таких свойств у тел было названо *электризацией*.

Свойство тел или частиц, определяющее их электрическое взаимодействие, называют электрическим зарядом или просто зарядом.

В то же время электрический заряд — физическая величина, количественно характеризующая это свойство тел или частиц. Её обозначают буквой q (или Q). В СИ единица заряда называется *кулон* (Кл). Её устанавливают с помощью единицы силы тока (ампер) и единицы времени (секунды).

Кулон — это заряд, проходящий за 1 с *через поперечное сечение проводника при неизменной силе тока* 1 А. Заряд в 1 Кл очень велик. Два таких заряда на расстоянии в 1 км отталкивались бы друг от друга с силой, чуть меньшей силы, с которой Земля притягивает груз массой 1 т*.

Рассмотрим ряд физических явлений, которые сопровождаются электризацией тел. Из курса физики основной школы вам известно, что существует несколько способов наэлектризовать макроскопическое тело. Проще всего это сделать с помощью трения**. Если провести расчёской по волосам, то и волосы и расчёска зарядятся (рис. 9.2).

Можно прикоснуться к телу предметом, имеющим заряд, и тело так же зарядится. Опыт показывает, что наэлектризованные тела притягивают или отталкивают друг друга. Так, например, эбонитовая палочка, наэлектризованная трением о мех, отталкивается от другой такой же наэлектризованной палочки (рис. 9.3, *а*) или притягивается к наэлектризованной при трении о шёлк стеклянной палочке (рис. 9.3, *б*).

В результате электризации кусок меха приобретает положительный заряд, а кусок шёлка — отрицательный.

Рис. 9.2

Рис. 9.3

---

* На практике применяют кратные единицы заряда, например *милликулон* (мКл), *микрокулон* (мкКл), *нанокулон* (нКл): 1 мКл = 10^{-3} Кл, 1 мкКл = 10^{-6} Кл, 1 нКл = 10^{-9} Кл.

** С другим способом электризации — электризацией через влияние — вы познакомитесь при дальнейшем изучении курса физики 10 класса.

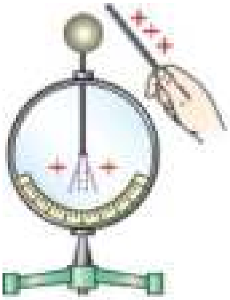


Рис. 9.4

ЭЛЕКТРОСКОП. ЭЛЕКТРОМЕТР. На явлении взаимодействия наэлектризованных тел основано действие электроскопа и электрометра. При прикосновении наэлектризованного тела к стержню электроскопа лёгкие лепестки, подвешенные к стержню, отталкиваются друг от друга, так как заряжаются одноимёнными зарядами (рис. 9.4). О заряде, переданном электроскопу, судят по углу расхождения лепестков. В случае электрометра о заряде, переданном его стержню, судят по углу поворота стрелки.

С помощью несложного опыта можно установить, что при электризации трением тела приобретают противоположные по знаку, но одинаковые по модулю заряды. Возьмём электрометр с укреплённой на его стержне металлической сферой с отверстием и две пластины на длинных рукоятках: одну, изготовленную из эбонита, а другую — из плексигласа. При трении друг о друга пластины электризуются. Внесём одну из пластин внутрь сферы, не касаясь её стенок. Если пластина заряжена положительно, то часть электронов со стрелки стержня электрометра притянется к пластине и соберётся на внутренней поверхности сферы. Стрелка при этом зарядится положительно и оттолкнётся от стержня (рис. 9.5, *а*).

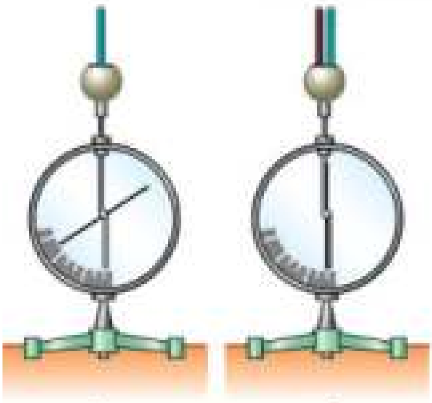


Рис. 9.5

Если поместить внутрь сферы другую пластину, вынув при этом первую, то электроны сферы и стержня будут отталкиваться от пластины и соберутся в избытке на стрелке. Это опять вызовет отклонение стрелки, как и в первом опыте (см. рис 9.5, *а*). Опустив обе пластины внутрь сферы, мы не обнаружим отклонения стрелки (рис. 9.5, *б*). Это доказывает, что заряды пластин равны по модулю и противоположны по знаку.

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗАРЯДОВ. Обобщим свойства электрических зарядов, которые были установлены в результате многочисленных экспериментов.

1. В природе существует два вида электрических зарядов. Они были условно названы положительными «+» и отрицательными «−». При этом одноимённые заряженные тела отталкиваются, а разноимённо заряженные тела притягиваются.

2. Электрический заряд — дискретная величина. Минимальным положительным зарядом обладает протон ($q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл), а минимальным отрицательным зарядом — электрон ($q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл).

Заряд e, равный по модулю заряду электрона и заряду протона, называют элементарным.

В 1909 г. американские физики Роберт Милликен (1868—1953) и Харви Флэтчер (1884—1981) провели опыт по измерению элементарного электрического заряда. Они обнаружили с высокой степенью точности, что общий заряд системы всегда складывается из целого числа элементарных зарядов. Другими словами, электрический заряд q любого заряженного макроскопического тела равен целому числу элементарных зарядов e.

$$q = ne,$$

где n — любое целое число.

3. К настоящему времени установлено, что *электрический заряд не зависит от скорости движения тела или частицы* относительно любой системы отсчёта. В любой ИСО один и тот же электрический заряд остаётся одинаковым.

4. При электризации тел выполняется *закон сохранения электрического заряда*.

Полный заряд системы макроскопических тел не изменяется, если через границу этой системы не проходят электрически заряженные частицы.

Подобную систему мы будем называть *электрически изолированной системой тел*.

С учётом этого понятия закон сохранения электрического заряда можно сформулировать следующим образом.

Алгебраическая сумма зарядов тел, входящих в электрически изолированную систему, при любых взаимодействиях тел системы между собой остаётся неизменной.

$$q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_n = \text{const}.$$

Нигде и никогда в природе не возникает и не исчезает электрический заряд одного знака. Появление положительного электрического заряда всегда сопровождается появлением равного по модулю отрицательного заряда. Ни положительный, ни отрицательный заряд не могут исчезнуть в отдельности, они могут лишь взаимно нейтрализовать друг друга, если равны по модулю.

Отметим, что если частицы взаимодействуют друг с другом с силами, которые медленно уменьшаются с увеличением расстояния и во много раз превышают силы всемирного тяготения, то эти частицы имеют электрический заряд. Сами частицы называют заряженными. При этом бывают частицы без электрического заряда, но не существует электрического заряда без частицы.

Взаимодействия между заряженными частицами называют *электромагнитными*. Когда мы говорим, что электроны и протоны электрически заряжены, это означает, что они способны к электромагнитным взаимодействиям. Отсутствие заряда у частицы означает, что подобных взаимодействий она не обнаруживает.

1. Какую физическую величину называют электрическим зарядом? **2.** Как можно наэлектризовать макроскопическое тело? **3.** Опишите устройство и принцип действия: а) электроскопа; б) электрометра. **4.** Какой заряд называют элементарным? **5.** Сформулируйте закон сохранения электрического заряда.

1. Существует ли эталон единицы электрического заряда? Ответ обоснуйте.

2. Что необходимо сделать, чтобы стеклянную палочку зарядить: а) положительно; б) отрицательно?

3. Проводя электрические опыты, Ньютон наблюдал «электрическую пляску» кусочков бумаги, помещённых под стеклом, положенным на металлическое кольцо. При натирании стекла бумажки притягивались к нему, затем отскакивали, вновь притягивались. Объясните причину подобной «электрической пляски».

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Оцените общий заряд куска графита массой 12 г, от каждого атома которого удалили по одному электрону. Считайте массу атома графита равной $19{,}92 \cdot 10^{-27}$ кг.

Решение. Найдём число молекул углерода в куске графита массой 12 г:

$$N = \frac{mN_A}{M}.$$

Поскольку 12 г графита соответствуют количеству вещества 1 моль, число атомов в таком куске графита будет равно числу Авогадро. Заряд куска графита:

$$Q = N_A e = 9{,}6 \cdot 10^4 \text{ Кл}.$$

Мы получили огромное значение заряда. Такой заряд не может присутствовать на куске графита массой 12 г. Отталкиваясь друг от друга, заряженные частицы не смогли бы удержаться на таком теле.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Капля ртути, имевшая заряд $+2q$, слилась с другой каплей ртути с зарядом $-3q$. Определите модуль заряда образовавшейся капли.

2. Металлический шарик с зарядом $-0{,}2$ мкКл соединили с другим металлическим шариком того же радиуса, имеющим заряд 6 нКл. Чему будет равен модуль заряда образовавшейся системы? Как изменилась масса каждого шарика?

3. В результате трения с поверхности стеклянной палочки было удалено $6{,}4 \cdot 10^{10}$ электронов. Определите электрический заряд палочки. На сколько уменьшилась масса палочки?

Это любопытно...

Из истории развития физики и техники

У. ГИЛЬБЕРТ

В конце XVI в. английский учёный и естествоиспытатель Уильям Гильберт (1544—1603) в своём сочинении «О магните, магнитных телах и большом магните — Земле» (1600) описал опыты с наэлектризованными телами. Он установил, что кроме янтаря свойство притягивать лёгкие тела при трении приобретают и многие другие вещества, например стекло, сера, смола. Гильберт первым ввёл в научный обиход термин «электрический».

Исследования Гильберта были продолжены Герике, Гуком, Бойлем и др. В 1672 г. немецкий физик Отто Герике (1602—1686) опубликовал сочинение «Новые, так называемые магдебургские, опыты о пустом пространстве», в котором описал опыты с первой электрической машиной. Она представляла собой шар, изготовленный из серы. Шар устанавливался на железной оси в особом станке. Когда шар вращали с помощью рукоятки и натирали сухой рукой, то он приобретал заряд.

В 1706 г. английский физик-экспериментатор, член Лондонского королевского общества (ЛКО) Фрэнсис Гауксби (1670—1713) сконструировал электрическую машину, заменив серный шар Герике стеклянным (рис. 9.6). Другой член ЛКО Стефэн Грей (1666—1736) открыл явление электропроводности и обнаружил, что для сохранения электричества нужно изолировать тело. Он же первым разделил все тела на проводники и непроводники (изоляторы) электричества.

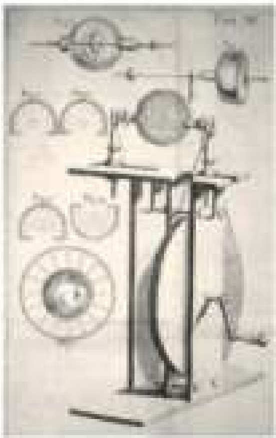


Рис. 9.6

Французский естествоиспытатель Шарль Дюфэ (1698—1739) установил, что существует в природе два рода электричества. Одно из них он назвал «стеклянным», а другое — «смоляным». Дюфэ экспериментально показал, что одноимённо наэлектризованные тела отталкиваются друг от друга, а разноимённо — притягиваются. По предложению американского учёного Бенджамина Франклина (1706—1790) заряды, возникающие на стеклянной палочке после её натирания шёлком, стали называть положительными, а заряды, появляющиеся при этом на шёлке, — отрицательными.

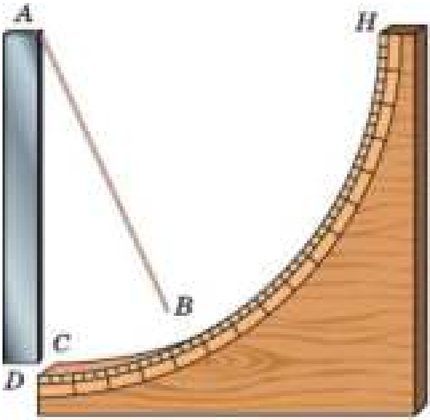


Рис. 9.7

В 1745 г. русский учёный Георг Вильгельм Рихман (1711—1753) создал первый электроизмерительный прибор — «электрический указатель» (рис. 9.7). Это устройство представляло собой вертикальную металлическую линейку *A* (длиной около 52 см и массой около 615 г), к которой подводился электрический заряд от электростатической машины.

К верхнему концу линейки прикреплялась льняная нить *B* (длиной около 61 см и массой около 45 мг). Как только металлической линейке передавался электрический заряд, льняная нить отталкивалась от неё и отклонялась на некоторый угол в зависимости от величины заряда. Угол отклонения измерялся на деревянном квадранте *C* с дуговой шкалой *DH*, разделённой на градусы. В целях устранения контакта льняной нити с квадрантом конец этой нити был удалён от него на одну линию (2,5 мм). «Электрический указатель» Рихмана стал прообразом современного электрометра.

§ 58 ЗАКОН КУЛОНА

ТОЧЕЧНЫЕ ЗАРЯДЫ. Начало количественного изучения электромагнитных взаимодействий относится к концу XVIII в. В 1785 г. французский физик Шарль Кулон (1736—1806) экспериментально установил основной закон электростатики — закон взаимодействия двух точечных неподвижных заряженных тел или частиц.

Точечные заряды — заряженные тела, размеры которых значительно меньше расстояния между ними.

Только для точечных зарядов понятие расстояния между зарядами имеет определённый смысл. Важно понимать, что точечных зарядов в природе нет, это — физическая модель. Но если расстояние между телами во много раз больше их размеров, то ни форма, ни размеры заряженных тел не влияют на взаимодействие между ними. Силы взаимодействия заряженных тел зависят от свойств среды, в которой они находятся. При рассмотрении опытов Кулона мы будем считать, что электростатическое взаимодействие происходит либо в вакууме, либо в воздухе, влиянием которого на силы электростатического взаимодействия можно пренебречь.

Закон взаимодействия точечных неподвижных зарядов — фундаментальный физический закон, который мог быть установлен только опытным путём. Силы* взаимодействия оказались достаточно велики, и поэтому Кулону не пришлось применять особо чувствительную аппаратуру.

Ш. КУЛОН

ОПЫТЫ КУЛОНА. С помощью крутильных весов удалось установить, как взаимодействуют друг с другом маленькие заряженные шарики. Крутильные весы Кулона состоят из стеклянной палочки, подвешенной на тонкой упругой проволочке *1* (рис. 9.8). На одном конце палочки (коромысло весов) закреплён бузиновый позолоченный шарик *2*, а на другом конце — противовес *3*. Ещё один шарик *4* неподвижно закреплён на крышке весов. Вращением стержня *5* со стрелкой *7*, на котором закреплена проволочка *1* с коромыслом, приводят шарики *2* и *4* в соприкосновение. Затем шарик *4* вынимают, заряжают его и снова опускают до соприкосновения с шариком *2*. При этом часть заряда переходит с шарика *4* на шарик *2*, и они отталкиваются. Проволочка *1* закручивается на некоторый угол φ_1 (рис. 9.9), который отсчитывается по нижней шкале *6* (см. рис. 9.8).

В результате экспериментов Кулон обнаружил, что при уменьшении расстояния между шариками в 2 раза угол закручивания проволочки увеличивался в 4 раза. Во столько же раз увеличивался момент силы, так

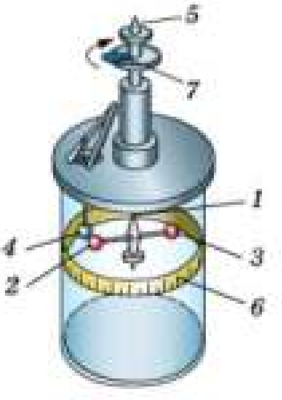


Рис. 9.8

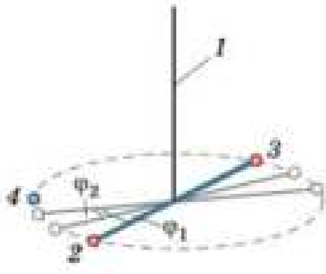


Рис. 9.9

* Здесь и в дальнейшем для краткости мы будем часто вместо термина «модуль силы» использовать термин «сила».

как при деформации кручения момент силы прямо пропорционален углу закручивания, а значит, и сила (плечо силы оставалось неизменным).

Отсюда следует важный вывод: *сила взаимодействия двух заряженных шариков обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними*:

$$F \sim \frac{1}{r^2}. \tag{1}$$

Для определения зависимости силы электростатического взаимодействия от заряда шариков Кулон придумал простой и остроумный способ изменения заряда одного из шариков*. Для этого он соединял заряженный шарик с таким же, но незаряженным шариком.

Согласно закону сохранения электрического заряда, полный заряд электрически изолированной системы шариков должен оставаться неизменным. Именно поэтому заряд в опытах Кулона распределялся поровну между шариками, что и уменьшало исследуемый заряд в 2, 4 и т. д. раз. Это позволило Кулону исследовать электростатическое взаимодействие шариков с разными зарядами.

В результате экспериментов было выяснено, что сила электростатического взаимодействия двух точечных заряженных тел прямо пропорциональна произведению модулей зарядов шариков:

$$F \sim q_1 q_2. \tag{2}$$

ЗАКОН КУЛОНА. КУЛОНОВСКИЕ СИЛЫ. Опыты Кулона привели к установлению закона, напоминающего по форме закон всемирного тяготения. Используя соотношения (1) и (2), сформулируем *закон Кулона*.

Сила взаимодействия двух точечных неподвижных заряженных тел в вакууме прямо пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Эта сила направлена вдоль линии, соединяющей эти заряды. Силы электростатического взаимодействия точечных неподвижных зарядов часто называют *кулоновскими*. Если обозначить модули зарядов через $|q_1|$ и $|q_2|$, то закон Кулона можно записать в следующей форме:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}. \tag{3}$$

* В то время было невозможно измерить заряд и не были установлены единицы заряда.

Если все физические величины, входящие в формулу (3), выразить в единицах СИ, то наименование коэффициента пропорциональности k можно записать в следующем виде: $Н \cdot м^2/Кл^2$. Числовое значение коэффициента k находится опытным путём. Для вакуума с высокой степенью точности можно считать, что $k = 9 \cdot 10^9\ Н \cdot м^2/Кл^2$.

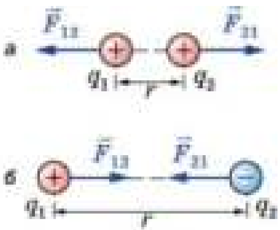


Рис. 9.10

Этот коэффициент связан с так называемой *электрической постоянной* ε_0:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k},\ \varepsilon_0 \approx 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{Кл^2}{Н \cdot м^2}. \qquad (4)$$

Кулоновские силы приложены к заряженным телам и направлены вдоль прямой, соединяющей эти тела, т. е. эти силы являются *центральными*. Если точечные заряды являются одноимёнными (рис. 9.10, *а*), то силы $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$ направлены в противоположные стороны.

Если знаки зарядов различны, то действующие на эти заряды силы направлены навстречу друг другу (рис. 9.10, *б*). По третьему закону Ньютона сила $\vec{F}_{12}$, действующая на заряд q_1 со стороны заряда q_2, равна по модулю и противоположна по направлению силе $\vec{F}_{21}$, действующей на заряд q_2 со стороны заряда q_1.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕПОДВИЖНЫХ ЗАРЯДОВ ВНУТРИ ДИЭЛЕКТРИКА. Диэлектрики состоят из нейтральных в целом атомов или молекул*. Электрически заряженные частицы в нейтральном атоме связаны друг с другом и не могут, подобно свободным электронам, перемещаться по всему объёму тела. Пусть заряженные шарики помещены в однородный диэлектрик. Лучше использовать жидкий диэлектрик (керосин, масло и т. д.), так как измерить силу взаимодействия заряженных тел внутри твёрдого диэлектрика трудно из-за возникающих в нём упругих напряжений.

Сила взаимодействия между зарядами в однородном диэлектрике, как показывает опыт, всегда меньше, чем в вакууме. Причём отношение модуля силы F_0 взаимодействия зарядов в вакууме к модулю силы взаимодействия F этих же зарядов на том же расстоянии в среде не зависит ни от самих зарядов, ни от расстояния между ними. Оно определяется только свойствами самой среды. Если обозначить это отношение через ε, то

$$\frac{F_0}{F} = \varepsilon.$$

---

* Тела, изготовленные из диэлектриков, называют *изоляторами*. Существуют вещества, которые занимают промежуточное положение между проводниками и диэлектриками. Их называют *полупроводниками*. О свойствах полупроводников будет рассказано в курсе физики 11 класса.

Величину ε называют *диэлектрической проницаемостью среды*.

Диэлектрическая проницаемость среды — это физическая величина, характеризующая электрические свойства вещества и показывающая, во сколько раз сила взаимодействия зарядов в данной среде меньше силы их взаимодействия в вакууме.

Отметим, что ε — безразмерная величина, она всегда больше 1.

Закон Кулона для взаимодействия зарядов в среде может быть записан в виде:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}.$$

1. Что называют точечным зарядом? 2. Опишите установку Кулона (см. рис. 9.8), с помощью которой был экспериментально открыт основной закон электростатики. 3. Сформулируйте закон Кулона и запишите его формулу. 4. Какие силы называют кулоновскими? Как они направлены: а) для разноимённо; б) одноимённо заряженных тел? 5. Что показывает диэлектрическая проницаемость среды?

1. Почему в опыте Кулона взаимодействующие заряды можно считать точечными?

2. Маятник сделан из эбонитового шарика, подвешенного на тонкой нерастяжимой шёлковой нити. Шарик заряжен отрицательно. Как изменится период колебаний маятника, если второй, положительно заряженный шарик: а) поднести снизу; б) поместить в точке подвеса?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

* Два одинаковых заряженных шарика, подвешенных на непроводящих нитях одинаковой длины, опускают в керосин. Какой должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и в керосине был один и тот же? Ответ приведите в г/см³.

Дано:

$\varepsilon = 2$

$\rho_к = 0{,}8$ г/см³

$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$

ρ — ?

Решение:

Изобразим силы, действующие на шарики в воздухе (рис. 9.11, *а*) и в керосине (рис. 9.11, *б*). Запишем условия равновесия шариков в воздухе и в керосине, используя второй закон Ньютона.

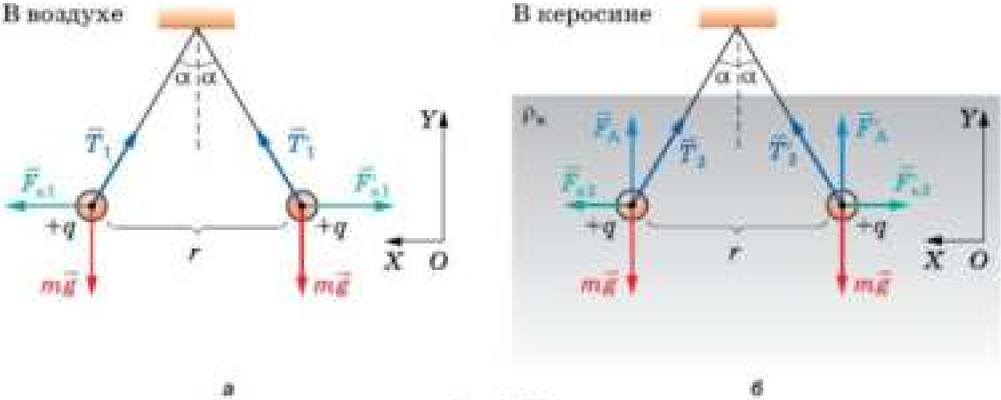


Рис. 9.11

В воздухе:

$$m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{к1} = 0.$$

В керосине:

$$m\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{F}_A + \vec{F}_{к2} = 0.$$

Спроецируем полученные уравнения на оси OX и OY.

$OY: T_1\cos\alpha - mg = 0,$

$OX: F_{к1} - T_1\sin\alpha = 0.$

$$T_1\cos\alpha = mg, \qquad (1)$$

$$T_1\sin\alpha = F_{к1}; \qquad (2)$$

$OY: T_2\cos\alpha + F_A - mg = 0,$

$OX: F_{к2} - T_2\sin\alpha = 0.$

$$T_2\cos\alpha = mg - F_A, \qquad (3)$$

$$T_2\sin\alpha = F_{к2}. \qquad (4)$$

Разделим почленно

уравнение (2) на уравнение (1):

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_{к1}}{mg},$$

уравнение (4) на уравнение (3):

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_{к2}}{mg - F_A}.$$

Угол расхождения нитей по условию задачи должен быть одним и тем же, поэтому

$$\frac{F_{к1}}{mg} = \frac{F_{к2}}{mg - F_A}. \qquad (5)$$

Подставим в формулу (5) выражения для модулей сил $F_{к1} = \frac{kq^2}{r^2}$, $F_{к2} = \frac{kq^2}{\varepsilon r^2}$, $mg = \rho Vg$, $F_A = \rho_к Vg$:

$$\frac{kq^2}{r^2}(\rho Vg - \rho_к Vg) = \rho Vg\frac{kq^2}{\varepsilon r^2}, \quad \rho Vg - \rho_к Vg = \rho Vg\frac{1}{\varepsilon},$$

$$\rho\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = \rho_к \Rightarrow \rho = \frac{\rho_к\varepsilon}{\varepsilon - 1}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$\rho = \frac{0{,}8 \cdot 2}{2 - 1}\ \text{г/см}^3 = 1{,}6\ \text{г/см}^3.$$

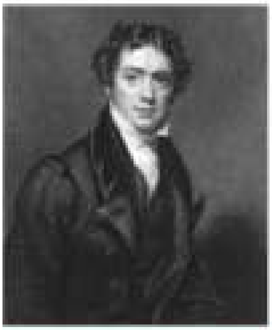
Ответ: $\rho = 1{,}6$ г/см³.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Во сколько раз необходимо изменить расстояние между точечными неподвижными зарядами при увеличении одного из них в 4 раза, чтобы сила их электростатического взаимодействия осталась прежней?
2. Два одинаковых металлических шарика имеют заряды q и $-5q$. Шарики привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. Во сколько раз изменится модуль силы электростатического взаимодействия между шариками?
3. Два шарика малых размеров с одинаковыми отрицательными зарядами расположены в вакууме на расстоянии $r = 3$ см друг от друга и отталкиваются с силой, модуль которой равен $F = 2 \cdot 10^{-5}$ Н. Найдите число избыточных электронов N на каждом шарике.
4. С какой по модулю кулоновской силой взаимодействуют заряды 4 нКл и 90 нКл на расстоянии 6 см: а) в вакууме; б) керосине; в) воде?
5. С какой по модулю силой взаимодействовали бы две капли воды на расстоянии 10 км, если бы удалось передать одной из капель 2% всех электронов, содержащихся в другой капле массой $5 \cdot 10^{-5}$ кг?

§ 59 ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ. НАПРЯЖЁННОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

ТЕОРИЯ БЛИЗКОДЕЙСТВИЯ И ДАЛЬНОДЕЙСТВИЯ. В физике XVIII в. существовали две теории, описывающие действие одного тела на другое. Предположение о том, что взаимодействие между удалёнными друг от друга телами всегда осуществляется с помощью промежуточных звеньев (или среды), передающих взаимодействие от точки к точке, составляет сущность *теории близкодействия*. Многие учёные, сторонники этой теории, для объяснения происхождения гравитационных и электромагнитных сил придумывали невидимые истечения, окружавшие планеты и магниты; незримые атмосферы вокруг наэлектризованных тел.



М. ФАРАДЕЙ

Так продолжалось до тех пор, пока Ньютон не установил закон всемирного тяготения, не предложив, однако, какого-либо объяснения его действия. Последовавшие за этим успехи в исследовании Солнечной системы настолько захватили воображение учёных (например, Кулона, Ампера), что они начали склоняться к мысли, что поиски каких-либо посредников, передающих взаимодействие от одного тела к другому, совсем не нужны. Так, возникла *теория дальнодействия*, согласно которой одно тело действует на другое непосредственно через пустоту, и это действие передаётся мгновенно.

Благодаря работам английского физика Майкла Фарадея (1791—1867), теория близкодействия была возрождена. Он первым ввёл понятие поля, а в 1845 г. употребил термин «магнитное поле». Кроме того, Фарадей предложил метод описания электрических и магнитных полей с помощью силовых линий. Согласно идее Фарадея, электрические заряды не действуют друг на друга непосредственно. Каждый из них создаёт в окружающем пространстве *электрическое поле*. Поле одного заряда действует на другой заряд, и наоборот. По мере удаления от заряда электрическое поле ослабевает. Отметим, что современную теорию электромагнитного поля предложил Дж. К. Максвелл в 1860—1865 гг., руководствуясь при этом идеями Фарадея.

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ И ЕГО ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА. К настоящему времени известно, что электрическое поле реально существует. Мы можем исследовать его свойства опытным путём. На вопрос о том, что такое электрическое поле, мы можем ответить следующим образом*. Во-первых, *поле материально* (*представляет собой особый вид материи*): *оно существует независимо от нас, от наших знаний о нём*. Во-вторых, *поле обладает определёнными свойствами*, которые не позволяют его спутать с чем-либо другим в окружающем мире.

Отметим основные свойства электрического поля.

1. Главное свойство электрического поля — действие его на электрические заряды с некоторой силой (электрической силой). По действию на заряд устанавливают существование поля, распределение его в пространстве, изучают его характеристики.

2. Электрическое поле неподвижных зарядов называют электростатическим (или *кулоновским*). Оно не изменяется с течением времени и создаётся только неподвижными электрическими зарядами. Электростатическое поле существует в пространстве, окружающем эти заряды, и неразрывно с ними связано.

Недостаточно утверждать, что электрическое поле существует. Важно ввести количественную характеристику поля. После этого электрические поля можно будет сравнивать друг с другом и изучать их свойства.

НАПРЯЖЁННОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ. Пусть электрическое поле создано точечным неподвижным зарядом, неразрывно с ним связано и не изменяется со временем. В этом случае поле можно считать электростатическим. Для того чтобы обнаружить электростатическое поле в данной точке пространства, нужно поместить в эту точку другой точечный заряд (его называют *пробным*) и проверить, действует ли на него кулоновская сила. При этом пробный заряд должен удовлетворять следующим требованиям.

а) Иметь маленькие размеры, чтобы можно было судить о поле в конкретной точке пространства.

---

* Как и элементарные частицы, поля являются наиболее простыми объектами, т. е. они не могут быть сведены к чему-то более простому.

б) Обладать очень маленьким положительным зарядом, чтобы не повлиять на изучаемое электрическое поле.

Если последовательно помещать в одну и ту же точку электрического поля небольшие (пробные) заряженные тела, имеющие заряды q_1, q_2, ..., q_n, то обнаружится, что модули сил, действующих на них, различны: F_1, F_2, ..., F_n. Но отношение модуля кулоновской силы к величине соответствующего заряда для данной точки поля будет постоянным:

$$\frac{F_1}{q_1} = \frac{F_2}{q_2} = \ldots = \frac{F_n}{q_n}.$$

Если подобным образом исследовать различные точки электрического поля, то можно прийти к следующему заключению. Для каждой точки поля отношение значения силы, действующей на пробный заряд, к величине этого пробного заряда постоянно и не зависит от значения пробного заряда. Поэтому отношение силы, действующей на заряд, помещённый в данную точку электростатического поля, к этому заряду может служить силовой характеристикой поля. Её называют *напряжённостью электростатического поля*.

Подобно силе, напряжённость поля — векторная величина. Её обозначают буквой $\vec{E}$.

Напряжённость электрического поля в данной точке равна отношению силы, с которой поле действует на помещённый в данную точку точечный заряд, к этому заряду.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

В каждой точке поля напряжённость имеет определённое значение.

Из формулы следует, что единица напряжённости электрического поля в СИ — *ньютон на кулон* (Н/Кл).

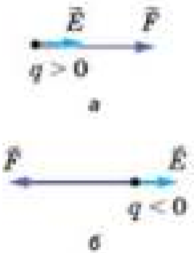


Рис. 9.12

Зная напряжённость поля $\vec{E}$ в какой-либо его точке, можно вычислить и силу, с которой это поле будет действовать на точечный заряд q, помещённый в данную точку поля:

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

Если $q > 0$, то векторы $\vec{F}$ и $\vec{E}$ направлены в одну и ту же сторону (рис. 9.12, *а*); при $q < 0$ эти векторы направлены в противоположные стороны (рис. 9.12, *б*). Направле-

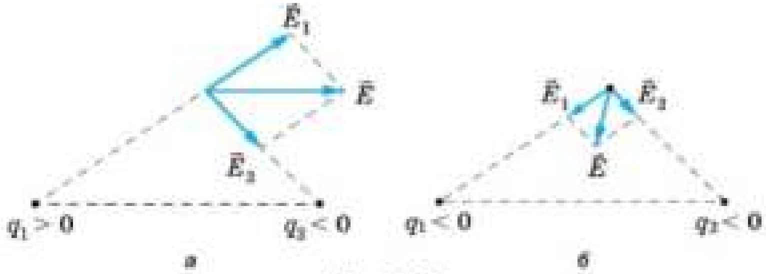


Рис. 9.13

ние же вектора $\vec{E}$ не зависит от знака заряда q. Оно совпадает с направлением силы, действующей на положительный пробный заряд.

ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ. На заряды действуют силы со стороны электрического поля. Если при наложении в пространстве электрических полей от нескольких зарядов эти поля не оказывают никакого влияния друг на друга, то результирующая сила со стороны всех полей должна быть равна геометрической сумме сил со стороны каждого поля. Это означает, что напряжённости электрических полей складываются геометрически, так как напряжённости прямо пропорциональны силам. В этом состоит *принцип суперпозиции электрических полей*.

Если в данной точке пространства различные заряды создают электрические поля, напряжённости которых $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$, ..., $\vec{E}_n$, то результирующая напряжённость поля в этой точке равна:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots + \vec{E}_n.$$

На рисунках 9.13, *а*, *б* показано, как геометрически определяется результирующая напряжённость поля $\vec{E}$, созданного двумя точечными неподвижными зарядами.

Для того чтобы с помощью принципа суперпозиции найти результирующую напряжённость электрического поля, созданного любыми точечными зарядами или системами точечных зарядов, нужно знать, как вычисляются напряжённости электрических полей при той или иной конфигурации зарядов.

НАПРЯЖЁННОСТЬ ПОЛЯ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА. Определим напряжённость поля, создаваемого точечным неподвижным зарядом q. Для этого поместим положительный точечный заряд q_0 на расстоянии r от заряда q. Согласно закону Кулона, заряд q действует на заряд q_0 с кулоновской силой, модуль которой равен:

$$F = k\frac{|q||q_0|}{\varepsilon r^2}.$$

Рис. 9.14

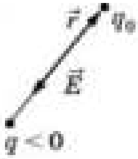


Рис. 9.15

Вектор напряжённости в любой точке электростатического поля направлен вдоль прямой, соединяющей эту точку и заряд, — от заряда, если $q > 0$ (рис. 9.14), и к заряду, если $q < 0$ (рис. 9.15).

Модуль напряжённости электростатического поля, созданного точечным зарядом, будет равен:

$$E = k\frac{q}{\varepsilon r^2}.$$

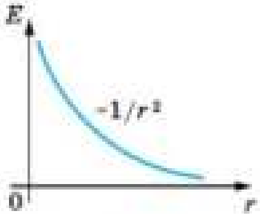


Рис. 9.16

Таким образом, модуль напряжённости электростатического поля убывает с расстоянием как $\frac{1}{r^2}$ (рис. 9.16).

1. Как осуществляется передача взаимодействия между заряженными частицами в рамках теории: а) близкодействия; б) дальнодействия? **2.** Укажите основные свойства электрического поля. Какое поле называют электростатическим? **3.** Какую физическую величину называют напряжённостью электрического поля? **4.** Сформулируйте принцип суперпозиции электрических полей. **5.** Как можно определить напряжённость поля, созданного точечным зарядом?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В точке A (рис. 9.17) модуль напряжённости электростатического поля, созданного положительным точечным зарядом q, равен 63 Н/Кл, а в точке B — 7 Н/Кл. Найдите напряжённость поля в точке C, лежащей посередине между точками A и B.

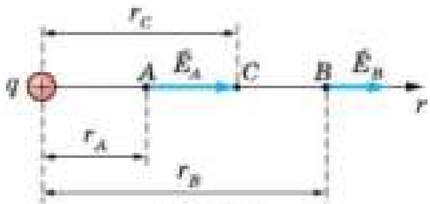


Рис. 9.17

Дано:

$E_A = 63$ Н/Кл

$E_B = 7$ Н/Кл

$AC = CB$

E_C — ?

Решение:

Запишем выражение для модуля напряжённости электростатического поля для каждой точки (A, B и C):

$$E_A = \frac{kq}{r_A^2} \quad (1); \qquad E_B = \frac{kq}{r_B^2} \quad (2); \qquad E_C = \frac{kq}{r_C^2}. \quad (3)$$

Из рисунка 9.17 видно, что $r_C = r_A + \left(\frac{r_B - r_A}{2}\right) = \frac{r_B + r_A}{2}$.

С учётом этого формулу (3) можно представить в виде:

$$E_C = \frac{kq}{\left(\frac{r_B + r_A}{2}\right)^2}. \quad (4)$$

Из выражений (1) и (2) следует, что $r_A = \sqrt{\frac{kq}{E_A}}$ (5); $r_B = \sqrt{\frac{kq}{E_B}}$. (6)

Подставим эти выражения в формулу (4):

$$E_C = \frac{4kq}{\left(\sqrt{\frac{kq}{E_A}} + \sqrt{\frac{kq}{E_B}}\right)^2} = \frac{4kq}{kq\left(\frac{1}{\sqrt{E_A}} + \frac{1}{\sqrt{E_B}}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_C = \frac{4E_A E_B}{\left(\sqrt{E_B} + \sqrt{E_A}\right)^2}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$E_C = \frac{4 \cdot 63 \cdot 7}{(\sqrt{63} + \sqrt{7})^2} \text{ Н/Кл} = 16 \text{ Н/Кл}.$$

Ответ: $E_C = 16$ Н/Кл.

1. Два одинаковых по модулю точечных заряда находятся на некотором расстоянии друг от друга. Напряжённость поля, созданного системой этих зарядов в точке, лежащей ровно посередине между зарядами, будет больше в том случае, когда эти заряды одноимённые или разноимённые?
2. В точке A электрического поля заряженного шара находится заряженная пылинка (рис. 9.18). Как направлена сила, действующая на пылинку со стороны поля? Как направлена напряжённость электростатического поля в точке A?

Рис. 9.18

УПРАЖНЕНИЯ

1. Расстояние между двумя точечными зарядами, модули которых равны 4 нКл, составляет 0,6 м. Найдите напряжённость электростатического поля в середине отрезка, соединяющего заряды, если они: а) одноимённые; б) разноимённые.

2. В электрическом поле с напряжённостью, направленной вертикально и равной 10^5 Н/Кл, находится в равновесии капелька масла. Она имеет избыточный заряд, равный по модулю заряду электрона. Найдите радиус сферической капли. Плотность масла $\rho = 900$ кг/м^3.

3. В вершинах равностороннего треугольника со стороной 0,1 м расположены одноимённые точечные заряды, модули которых равны 10^{-10} Кл. Определите напряжённость электростатического поля в точке, лежащей на середине одной из сторон треугольника.

4. В трёх вершинах квадрата со стороной 0,4 м находятся одинаковые положительные точечные заряды, модули которых равны 5 нКл. Найдите напряжённость поля в четвёртой вершине квадрата.

§ 60 ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

ЛИНИИ НАПРЯЖЁННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ. Фарадей предложил изображать поле линиями, касательные к которым в каждой точке совпадают с вектором напряжённости поля в той же точке поля. Такие линии называют *силовыми линиями* или *линиями напряжённости электрического поля*. Отметим их особенности.

1. Предположим, что вблизи положительного точечного заряда нет других положительных зарядов (рис. 9.19, *а*), а отрицательные заряды расположены на бесконечно большом расстоянии. Линии напряжённости как бы выходят из положительного точечного заряда и идут в бесконечность. Если точечный заряд, образующий электрическое поле, отрицательный, то линии напряжённости сходятся к этому заряду (рис. 9.19, *б*).

2. За направление силовых линий принимается направление вектора $\vec{E}$. Касательная к силовой линии любого электрического поля всегда совпадает по направлению с напряжённостью поля в данной точке пространства (рис. 9.20).

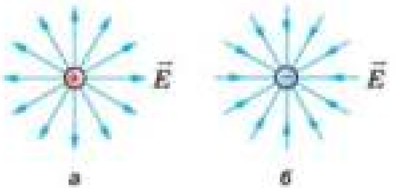


Рис. 9.19

Рис. 9.20

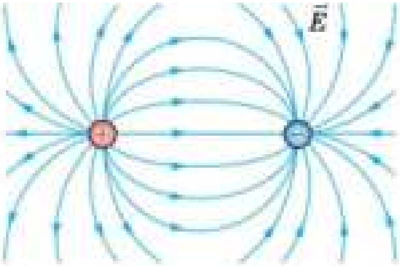


Рис. 9.21

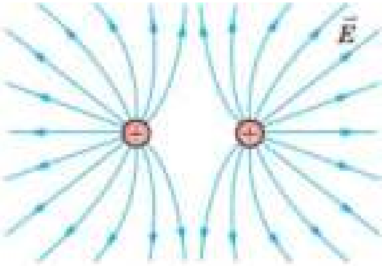


Рис. 9.22

3. Так как электрическое поле существует в любой точке пространства, то через любую его точку можно провести силовую линию. Напряжённость поля в каждой точке пространства имеет определённое направление и значение. Поэтому через эту точку можно провести только одну силовую линию. Тем самым, *силовые линии нигде не пересекаются и не прерываются в точках, где нет источников поля.*

4. Силовые линии электростатического поля не замкнуты; они начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных зарядах. На рисунках 9.21 и 9.22 представлены картины электрических полей, созданных двумя разноимёнными и одноимёнными точечными зарядами, равными по модулю.

5. Условились изображать линии напряжённости электростатического поля так, чтобы число линий, исходящих от положительного заряда или заканчивающихся на отрицательном заряде, было пропорционально модулю этого заряда. Чем гуще линии напряжённости в определённой области пространства, тем больше модуль его напряжённости. И наоборот, чем более разрежены линии напряжённости в определённой области пространства, тем меньше модуль его напряжённости.

Кроме того, чем дальше от заряда расположена интересующая нас точка пространства, тем меньше густота силовых линий поля в ней. Следовательно, тем меньше модуль напряжённости электростатического поля и тем с меньшей силой будет это поле действовать на помещённый в поле пробный заряд.

6. На рисунке 9.23 показана картина силовых линий электростатического поля, созданного двумя параллельными металлическими пластинами. Им сообщены равные по модулю, но противоположные по знаку заряды. Из рисунка 9.23 видно, что в пространстве между пластинами вдали от краёв пластин силовые линии параллельны: электростатическое поле здесь одинаково во всех точках.

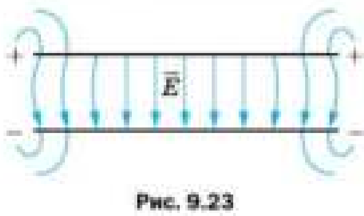
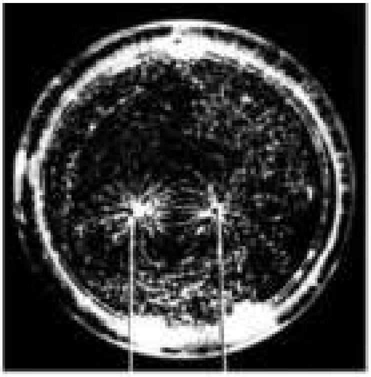


Рис. 9.23

а



б

Рис. 9.24

Электрическое поле, напряжённость которого одинакова (по модулю и направлению) во всех точках пространства, называют однородным.

В ограниченной области пространства электрическое поле можно считать приблизительно однородным, если напряжённость поля внутри этой области меняется незначительно (по модулю и направлению).

НАБЛЮДЕНИЕ СИЛОВЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ. Линии напряжённости позволяют представить распределение электрического поля в пространстве. Однако они не более реальны, чем меридианы и параллели на земном шаре. Тем не менее силовые линии можно сделать «видимыми». Для этого нужно металлические тела (электроды) соединить с полюсами электростатической машины и погрузить в вязкий диэлектрик (например, в касторовое или вазелиновое масло). В эту жидкость следует насыпать и хорошо перемешать продолговатые частицы изолятора (например, хинина, манной крупы, семян или мелко настриженный волос).

При зарядке электродов в жидкости создаётся достаточно сильное электрическое поле, под действием которого частицы диэлектрика поляризуются: на их концах возникают заряды противоположного знака (подробно этот процесс будет рассмотрен в § 66). Частицы поворачиваются во внешнем электрическом поле вдоль линий напряжённости, и заряды на их концах взаимодействуют друг с другом. Разноимённые заряды притягиваются, а одноимённые — отталкиваются. В результате частицы диэлектрика выстраиваются вдоль силовых линий (рис. 9.24).

?

1. Что называют силовыми линиями (линиями напряжённости) электрического поля? 2. Какими свойствами обладают линии напряжённости электрического поля? 3. Какое электрическое поле можно считать однородным?

1. По картине силовых линий электростатического поля (рис. 9.25) определите, в какой из точек A, B или C модуль напряжённости поля наибольший. Как направлен вектор напряжённости поля в этих точках?
2. Как можно графически определить, является ли электрическое поле однородным или неоднородным? Является ли однородным поле неподвижного точечного заряда?

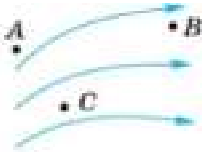


Рис. 9.25

§ 61 НАПРЯЖЁННОСТЬ ПОЛЯ РАЗЛИЧНОЙ КОНФИГУРАЦИИ ЗАРЯДОВ

НАПРЯЖЁННОСТЬ ПОЛЯ РАВНОМЕРНО ЗАРЯЖЕННОЙ СФЕРЫ. Когда заряд распределён по какой-либо поверхности, то для расчёта напряжённости электрического поля вводят физическую величину — *поверхностную плотность заряда*. Её обозначают буквой σ.

Поверхностной плотностью заряда называют отношение заряда Δq к площади поверхности ΔS, по которой он распределён.

$$\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}.$$

Единица поверхностной плотности заряда в СИ — 1 Кл/м^2.

В случае равномерного распределения заряда q по поверхности площадью S поверхностная плотность заряда постоянна и равна

$$\sigma = \frac{q}{S}. \quad (1)$$

Докажем, что *напряжённость электростатического поля в любой точке внутри заряженной сферы всегда равна нулю*. Для этого выберем произвольную точку A внутри сферы (рис. 9.26) и построим два симметричных конуса с одинаковыми малыми углами при вершине.

На поверхности сферы конусы отсекают малые сферические участки (площадки), которые можно считать плоскими. Конусы подобны друг другу, так как их углы при вершине равны. Отсюда следует, что площади оснований малых сферических участков относятся как квадраты расстояний от точки A до площадок. Таким образом,

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}, \text{ или } \frac{S_1}{r_1^2} = \frac{S_2}{r_2^2}.$$

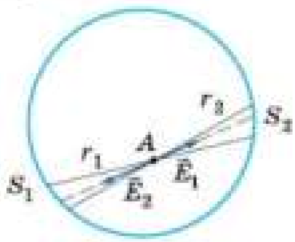


Рис. 9.26

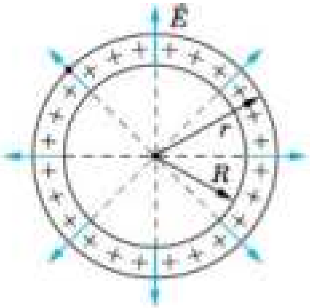


Рис. 9.27

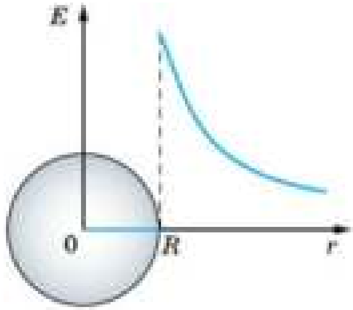


Рис. 9.28

Согласно формуле (1), заряды площадок $q_1 = \sigma S_1$ и $q_2 = \sigma S_2$. Считая эти заряды точечными, найдём напряжённость E поля, создаваемого ими в точке A.

$$E = E_1 - E_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} - \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{S_1}{r_1^2} - \frac{S_2}{r_2^2}\right) = 0.$$

На такие пары участков можно разбить из точки A всю поверхность сферы. Следовательно, согласно принципу суперпозиции, напряжённость поля, создаваемого в точке A всей сферой, равна нулю. Это справедливо и для любой другой точки внутри сферы.

Найдём модуль напряжённости поля вне сферы радиусом R. Линии напряжённости начинаются на поверхности сферы (в случае положительного заряда), направлены по радиусам сферы и перпендикулярны её поверхности (рис. 9.27). Поэтому модуль напряжённости поля одинаков во всех точках, равноудалённых от центра сферы.

Используя принцип суперпозиции и метод графического изображения электрических полей, можно показать, что поле заряженной сферы совпадает вне сферы с полем точечного заряда, расположенным в центре сферы. Следовательно, модуль напряжённости электростатического поля при $r \geqslant R$ равен

$$E = \frac{kq}{r^2}.$$

График зависимости $E(r)$ для этого случая изображён на рисунке 9.28. Из него видно, что и это *электростатическое поле неоднородно* и его напряжённость убывает с расстоянием. Другими словами, густота силовых линий электростатического поля становится при удалении от сферы всё меньше.

НАПРЯЖЁННОСТЬ ПОЛЯ РАВНОМЕРНО ЗАРЯЖЕННОЙ ПЛОСКОСТИ. Рассмотрим бесконечную равномерно заряженную плоскость. Пусть по её поверхности распределён отрицательный заряд с поверхностной плотностью, равной $-\sigma$. Модуль поверхностной плотности заряда σ известен. Так как

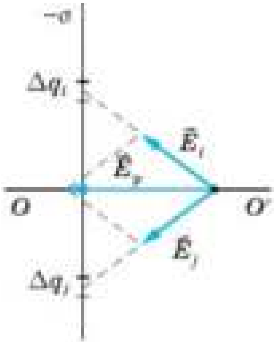


Рис. 9.29

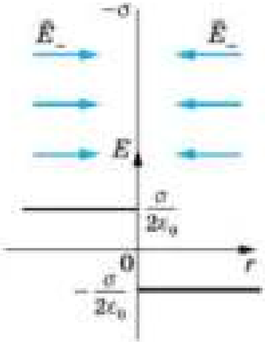


Рис. 9.30

любому заряду Δq_i можно сопоставить заряд Δq_j, симметричный ему относительно произвольной оси OO', перпендикулярной плоскости (рис. 9.29), то по принципу суперпозиции результирующий вектор напряжённости $\vec{E}_p$ будет направлен к плоскости. Из соображений симметрии очевидно, что для бесконечно протяжённой во всех направлениях плоскости линии напряжённости электростатического поля представляют собой прямые, перпендикулярные плоскости (рис. 9.30).

Поле бесконечной плоскости — *однородное поле*. Во всех точках пространства, независимо от расстояния до плоскости, напряжённость поля плоскости одна и та же (см. рис. 9.30). Другими словами, густота силовых линий однородного поля одинакова на любом расстоянии от пластины. Есть только одно ограничение: размеры пластины должны быть значительно больше, чем расстояния, на которых мы определяем напряжённость электрических полей.

Выражение для модуля напряжённости однородного поля равномерно заряженной плоскости мы приведём без вывода:

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}. \qquad (2)$$

НАПРЯЖЁННОСТЬ ПОЛЯ ДВУХ БЕСКОНЕЧНЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ РАВНОМЕРНО ЗАРЯЖЕННЫХ ПЛАСТИН. Пусть даны две параллельные пластины, заряженные равномерно разными по знаку, но одинаковыми по модулю зарядами. При этом первая пластина заряжена с поверхностной плотностью, равной σ, а вторая — с поверхностной плотностью $-\sigma$.

По принципу суперпозиции, очевидно, что результирующее электрическое поле создаётся полем положительно заряженной пластины и полем отрицательно заряженной пластины (рис. 9.31). В областях I, II и III пространства вокруг пластин модуль напряжённости поля, созданного ка-

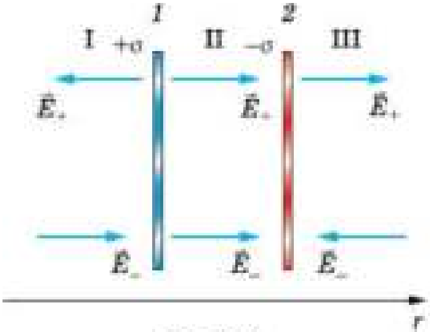


Рис. 9.31

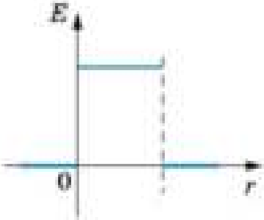


Рис. 9.32

ждой из пластин *1* и *2*, вычисляется по формуле (2). Модули напряжённостей полей, созданных пластинами *1* и *2*, равны

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}.$$

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, результирующая напряжённость поля в областях I и III пространства равна нулю, а в области II она равна модулю суммарной напряжённости пластин.

$$E = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}.$$

Соответствующий график зависимости $E(r)$ представлен на рисунке 9.32. Из него следует, что *электрическое поле между пластинами можно считать практически однородным, а снаружи его напряжённость равна нулю.*

1. Как можно определить напряжённость поля, созданного равномерно заряженной плоскостью? **2.** Чему равна напряжённость поля, создаваемого равномерно заряженной сферой: а) внутри сферы; б) вне этой сферы? **3.** Охарактеризуйте электрическое поле, созданное двумя бесконечными параллельными равномерно заряженными пластинами.

1. Как вы думаете, какой физический смысл имеют: а) объёмная плотность заряда; б) линейная плотность заряда?
2. Заряженный лист фольги имеет те же размеры, что и страница из тетради. Можно ли определить модуль напряжённости электрического поля, созданного на расстоянии 0,5 см от него, используя формулу (2)?

УПРАЖНЕНИЯ

1. Вблизи вертикальной стены на непроводящей и невесомой нити висит маленький шарик массой 2 г. Поверхность стены и шарик заряжены одноимённо. Заряд шарика равен по модулю $3 \cdot 10^{-9}$ Кл. Шарик отклоняется от вертикали на угол, равный 45°. Определите поверхностную плотность σ заряда стены.
2. Две концентрические заряженные сферы (такое устройство иногда называют сферическим конденсатором) имеют радиусы 0,1 и 0,5 м соответственно. На каждой из сфер нанесены разноимённые, но оди-

наковые по модулю заряды, равные 10^{-9} Кл. Найдите напряжённость результирующего поля на поверхности внутренней и наружной сфер.

§ 62 РАБОТА КУЛОНОВСКИХ СИЛ. ЭНЕРГИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТОЧЕЧНЫХ ЗАРЯДОВ

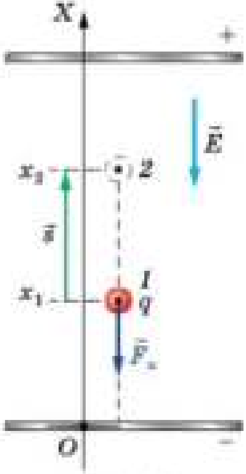


Рис. 9.33

РАБОТА КУЛОНОВСКИХ СИЛ. На точечный заряд, помещённый в однородное электростатическое поле, действует сила, и, следовательно, при перемещении заряда сила совершает над ним работу.

Пусть пробный точечный заряд q движется в однородном электростатическом поле с напряжённостью $\vec{E}$, образованном двумя параллельными, разноимённо заряженными пластинами (рис. 9.33).

При этом заряд перемещается из точки *1* с координатой x_1 в точку *2* с координатой x_2. Пусть перемещение заряда происходит вдоль прямой, соединяющей точки *1* и *2*. Действующая на заряд кулоновская сила $F_к$ постоянна, следовательно, работу, совершаемую силами электростатического поля, можно рассчитать как работу постоянной силы:

$$A_{12} = F_к s \cos 180°. \quad (1)$$

Учитывая, что модуль кулоновской силы $F_к = Eq$, модуль перемещения заряда $s = x_2 - x_1$, формулу (1) можно записать в виде:

$$A_{12} = -(Eqx_2 - Eqx_1). \quad (2)$$

Можно доказать, что формула (2) справедлива при перемещении заряда из точки *1* в точку *2* не только по прямой, соединяющей эти точки, но и по любой другой траектории.

Это означает, что сила, действующая на заряд со стороны однородного электростатического поля, является потенциальной (см. § 29). Другими словами, работа сил однородного электростатического поля не зависит от вида траектории, а определяется только начальным и конечным положениями заряда. Соответственно, поля, которые удовлетворяют этому условию, называют *потенциальными*. Примерами таких полей являются гравитационное поле и однородное электростатическое поле*.

---

* Не только однородное, но и любое другое электростатическое поле является потенциальным.

В процессе совершения работы изменяется энергия системы взаимодействующих зарядов, поэтому выражение Eqx, меняющееся при совершении работы, будет представлять собой потенциальную энергию W_p заряда в однородном электростатическом поле:

$$W_p = Eqx. \tag{3}$$

Формула (3) подобна формуле $E_p = mgh$ для потенциальной энергии тела, поднятого над поверхностью Земли (в однородном поле тяготения). В данном случае роль массы играет заряд, а ускорения свободного падения — напряжённость поля. Если электростатическое поле совершает положительную работу, то потенциальная энергия заряженного тела уменьшается: $\Delta W_p < 0$. Одновременно увеличивается его кинетическая энергия. Этот факт используется при ускорении электронов электрическим полем в электронных лампах, телевизионных трубках и т. д.

И наоборот, если работа сил однородного электростатического поля отрицательна (например, при движении положительно заряженной частицы в направлении, противоположном направлению напряжённости поля), то $\Delta W_p > 0$. Такое движение заряженной частицы подобно движению камня, брошенного вверх. Потенциальная энергия частицы при этом увеличивается, а кинетическая энергия уменьшается: частица тормозится.

Система заряженных тел обладает потенциальной энергией подобно системе тел, взаимодействующих посредством гравитационных сил. Для электростатического поля работа сил, действующих на внесённый в него заряд, равна изменению ΔW_p потенциальной энергии заряда (системы зарядов), взятому с противоположным знаком:

$$A_{12} = -(W_{p2} - W_{p1}) = -\Delta W_p. \tag{4}$$

Работа сил электростатического поля равна изменению потенциальной энергии заряда, взятому с противоположным знаком.

Важное свойство электростатического поля состоит в том, что *работа кулоновских сил по перемещению заряда из одной точки поля в другую по любой замкнутой траектории равна нулю.*

НУЛЕВОЙ УРОВЕНЬ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ. Потенциальная энергия в электростатике определяется, как и в механике, с точностью до произвольной постоянной: $W_p = Eqx + C$, где C — произвольная константа.

Нулевой уровень потенциальной энергии заряда выбирают произвольно. Например, для случая движения точечного заряда в однородном электростатическом поле (см. рис. 9.33), потенциальная энергия заряда на поверхности нижней пластины считается равной нулю $W_p = 0$ (постояйную C приравниваем к нулю). Тогда на расстоянии x_1 от нижней пластины заряд обладает потенциальной энергией $W_p = Eqx_1$.

Напомним, что физический смысл имеет не сама потенциальная энергия, а разность её значений, определяемая работой однородного электростатического поля при перемещении заряда из начального положения в конечное. Потенциальная энергия заряда в однородном электростатическом поле пропорциональна модулю заряда. Это справедливо как для однородного, так и для любого другого электрического поля. Следовательно, отношение потенциальной энергии заряда к величине заряда не зависит от помещённого в поле заряда.

ЭНЕРГИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТОЧЕЧНЫХ ЗАРЯДОВ. В курсе механики было получено выражение для потенциальной энергии гравитационного взаимодействия материальных точек:

$$E_p = -G\frac{m_1m_2}{r}.$$

Воспользуемся аналогией. Если вместо материальных точек взять два разноимённых по знаку заряда q_1 и q_2 (заряды притягиваются), то можно получить выражение для потенциальной энергии их взаимодействия:

$$W_p = -k\frac{|q_1||q_2|}{r}. \qquad (5)$$

Для зарядов одного знака (заряды отталкиваются) знак потенциальной энергии будет противоположным:

$$W_p = k\frac{|q_1||q_2|}{r}. \qquad (6)$$

Формулы (5) и (6) можно объединить в одно выражение, если вместо модулей зарядов использовать их значения с учётом знака:

$$\boxed{W_p = k\frac{q_1q_2}{r}.} \qquad (7)$$

Если заряды q_1 и q_2 имеют одинаковые знаки, то потенциальная энергия их взаимодействия положительна (рис. 9.34, *а*). Она тем больше, чем меньше расстояние между зарядами, так как работа, которую могут совершить кулоновские силы при отталкивании зарядов друг от друга, будет больше. Если заряды имеют противоположные знаки, то энергия отрицательна и максимальное её значение, равное нулю, достигает-

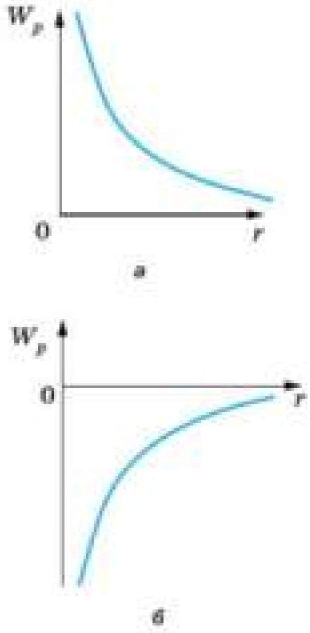


Рис. 9.34

ся при $r \to \infty$ (рис. 9.34, *б*). Чем больше r, тем бо́льшую работу совершат силы притяжения при сближении зарядов.

При записи потенциальной энергии в виде формулы (7) уже сделан выбор нулевого уровня потенциальной энергии. Считается, что потенциальная энергия бесконечно удалённых зарядов равна нулю: $W_p \to 0$ при $r \to \infty$. Такой выбор нулевого уровня удобен, но не обязателен.

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ ТОЧЕЧНЫХ ЗАРЯДОВ. Потенциальная энергия системы точечных зарядов $q_1, q_2, ..., q_n$ равна сумме потенциальных энергий всех пар взаимодействующих зарядов. Например, для трёх зарядов потенциальная энергия равна:

$$W_p = k\frac{q_1q_2}{r_{1,2}} + k\frac{q_1q_3}{r_{1,3}} + k\frac{q_2q_3}{r_{2,3}}.$$

*

?

1. Как можно определить: а) работу сил однородного электростатического поля; б) потенциальную энергию заряда в однородном электростатическом поле? **2.** Как связаны между собой работа сил однородного электростатического поля и потенциальная энергия заряда? **3.** Какие поля называют потенциальными? Приведите примеры таких полей. **4.** В каком случае потенциальная энергия точечного заряда в однородном электростатическом поле: а) уменьшается; б) увеличивается?

§ 63 ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ И РАЗНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ

ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ. Введём ещё одну количественную характеристику электростатического поля — *потенциал*, не зависящую от помещённого в поле заряда.

Потенциалом электростатического поля в данной точке называют скалярную физическую величину, равную отношению потенциальной энергии пробного заряда, помещённого в данную точку поля, к этому заряду.

Потенциал обозначается буквой φ.

$$\varphi = \frac{W_p}{q}.$$

Как вы уже знаете, напряжённость электростатического поля является его силовой характеристикой, так как она определяет силу, действующую на заряд q в данной точке поля. Потенциал φ — энергетическая характеристика поля, которая позволяет определить потенциальную энергию заряда q, помещённого в данную точку поля.

$$W_p = \varphi q.$$

Пусть в начальном положении *1* потенциальная энергия заряда q равна $W_{p1} = \varphi_1 q$, а в конечном положении *2* — $W_{p2} = \varphi_2 q$. Работа сил электростатического поля по перемещению пробного заряда q из одной точки поля в другую равна $A_{12} = -(W_{p2} - W_{p1})$, или

$$A_{12} = -(\varphi_2 q - \varphi_1 q) = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Итак, работа *электростатического поля по перемещению пробного заряда q из одной точки поля в другую равна произведению модуля заряда на разность потенциалов между положениями 1 и 2*.

С точки зрения теории близкодействия на заряд непосредственно действуют не другие заряды, а созданное ими электрическое поле. При перемещении заряда действующая на него со стороны поля сила совершает работу. (В дальнейшем для краткости мы будем говорить о *работе поля*.) Поэтому можно определить не только потенциальную энергию системы заряженных частиц, но и потенциальную энергию отдельного заряженного тела в электрическом поле.

РАЗНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ. Подобно потенциальной энергии заряда, значение потенциала в данной точке зависит от выбора нулевого уровня для отсчёта потенциала. Этот уровень выбирается произвольно, и поэтому потенциал одной определённой точки поля может иметь любое значение. Для описания электростатического поля вводят также физическую величину — *разность потенциалов*. Она не зависит от выбора нулевого уровня отсчёта потенциала.

Разность потенциалов между двумя точками поля — это скалярная физическая величина, равная отношению работы сил электростатического поля при перемещении пробного заряда из начальной точки в конечную, к этому заряду.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q}.$$

При перемещении положительного точечного заряда из одной точки поля в другую точку, разность потенциалов между которыми положительна, силы электростатического поля будут совершать положительную работу. Если же заряд будет отрицательным, то работа сил электростатического поля отрицательна.

Наряду с потенциалом, разность потенциалов также является энергетической характеристикой электростатического поля.

Часто вместо понятия «разность потенциалов» используют понятие «напряжение» (его обозначают буквой U). В случае если работу по перемещению заряда совершают только кулоновские силы, эти понятия совпадают.

Разность потенциалов между двумя точками поля равна единице, если при перемещении заряда 1 Кл *из одной точки в другую электростатическое поле совершает работу* 1 Дж.

В СИ эту единицу называют *вольт* (В): 1 В = 1 Дж/1 Кл.

Используя определение разности потенциалов, можно придать потенциалу в точке электростатического поля простой физический смысл. Если потенциал бесконечно удалённой точки принять за нулевой $\varphi_\infty = 0$, то $A_{1\infty} = q(\varphi_1 - \varphi_\infty) = q\varphi_1$.

Потенциал электростатического поля в данной точке численно равен работе, совершаемой силами электростатического поля по перемещению заряда 1 Кл *из этой точки поля в бесконечно удалённую точку.*

$$\varphi_1 = \frac{A_{1\infty}}{q}.$$

ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ. При перемещении заряда под углом 90° к линиям напряжённости сила электростатического поля не совершает работу (в этом случае сила перпендикулярна перемещению). Отсюда следует, что если провести поверхность, перпендикулярную в каждой точке линиям напряжённости, то при перемещении заряда вдоль этой поверхности работа полем не совершается. Это, в свою очередь, означает, что все точки поверхности, перпендикулярной линиям напряжённости, имеют один и тот же потенциал.

Эквипотенциальная поверхность — поверхность, во всех точках которой потенциал имеет одно и то же значение.

Эквипотенциальные поверхности однородного электростатического поля представляют собой плоскости (рис. 9.35), а поля точечного заряда — концентрические сферы (рис. 9.36).

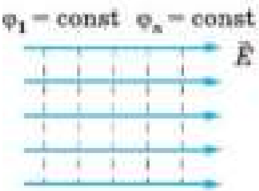


Рис. 9.35

Подобно линиям напряжённости, эквипотенциальные поверхности качественно характеризуют распределение поля в пространстве. При этом вектор напряжённости перпендикулярен эквипотенциальным поверхностям и *направлен в сторону уменьшения потенциала*. Это особенно очевидно на примере поля точечного положительного заряда. Потенциал убывает по мере удаления от заряда, и напряжённость поля

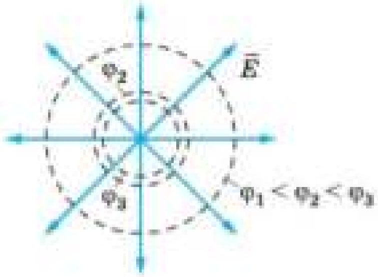


Рис. 9.36

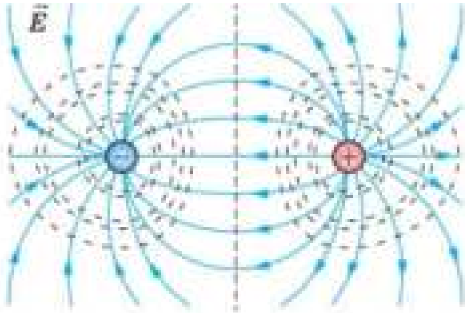


Рис. 9.37

направлена от заряда вдоль радиусов концентрических сфер (см. рис. 9.36). Чем больше напряжённость поля, тем меньше расстояние между соседними эквипотенциальными поверхностями.

Эквипотенциальные поверхности системы положительного и отрицательного точечных зарядов изображены на рисунке 9.37.

НАПРЯЖЁННОСТЬ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ И РАЗНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ. Установим связь между напряжённостью электростатического поля и разностью потенциалов.

При перемещении заряда q из точки *1* электростатического поля в точку *2*, расположенную на расстоянии d от точки *1* (рис. 9.38), силы электростатического поля совершают работу:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU.$$

С другой стороны, в однородном поле работа сил электростатического поля равна:

$$A_{12} = F_э d = qEd.$$

Приравнивая правые части этих выражений, можно записать:

$$qU = qEd.$$

Отсюда

$$E = \frac{U}{d}.$$

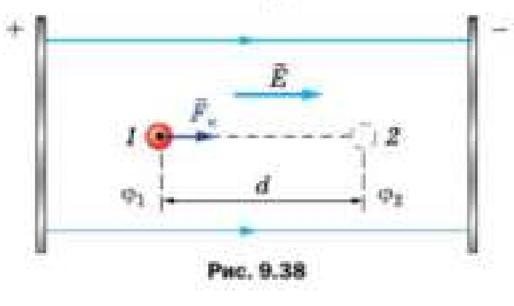


Рис. 9.38

Выражение, связывающее напряжённость электрического поля и разность потенциалов, можно использовать только для однородного поля.

В СИ единицу напряжённости устанавливают на основе разности потенциалов. Её называют *вольт на метр* (1 В/м).

1 В/м — *напряжённость такого однородного поля, в котором разность потенциалов между двумя точками, расположенными на расстоянии* 1 м *вдоль силовой линии, равна* 1 В.

Эту единицу измерения используют чаще, чем Н/Кл.

1. Что называют: а) потенциалом электростатического поля в данной точке; б) разностью потенциалов между двумя точками поля? **2.** В каком случае силы электрического поля совершают: а) положительную работу; б) отрицательную работу? **3.** В чём состоит физический смысл потенциала? **4.** Какую поверхность называют эквипотенциальной? Приведите примеры таких поверхностей. **5.** Как связаны между собой напряжённость однородного электрического поля и разность потенциалов?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В однородном электростатическом поле, модуль напряжённости которого равен 10^3 В/м, перемещается пробный заряд на расстояние 12 см под углом 30° к линиям напряжённости этого поля. Определите работу сил электростатического поля по перемещению этого заряда. Модуль заряда равен $5 \cdot 10^{-8}$ Кл.

Дано:	**СИ:**	**Решение:**
$E = 10^3$ В/м		Необходимый чертёж приведён на рисунке 9.39.
$l = 12$ см	0,12 м	
$\alpha = 30°$		
$q = 5 \cdot 10^{-8}$ Кл		
A — ?		

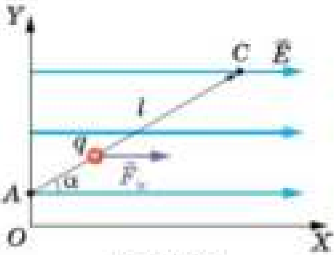


Рис. 9.39

В однородном электростатическом поле на заряд действует постоянная сила $\vec{F}_э = q\vec{E}$. При перемещении заряда из точки A в точку C по прямой AC сила $\vec{F}_э$ совершает работу:

$$A = F_э|\overrightarrow{AC}|\cos\alpha = qEl\cos\alpha.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$A = 5 \cdot 10^{-8} \cdot 10^3 \cdot 0{,}12 \cdot \cos 30°\ \text{Дж} \approx 5{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{Дж}.$$

Ответ: $A \approx 5{,}2 \cdot 10^{-6}$ Дж.

УПРАЖНЕНИЯ

1. В однородном электростатическом поле, напряжённость которого равна 1 кВ/м, переместили заряд −25 нКл в направлении силовой линии на расстояние 2 см. Найдите работу поля, изменение потенциальной энергии и напряжение между начальной и конечной точками траектории.

2. Чему равна разность потенциалов между двумя точками однородного электростатического поля, если при перемещении заряда 2 мкКл из одной точки в другую поле совершает работу, равную $8 \cdot 10^{-4}$ Дж?

3. Два одноимённых точечных заряда, модули которых равны 5 нКл, расположены на расстоянии 1 м друг от друга. Определите работу внешних сил по сближению этих зарядов до расстояния, равного 0,1 м.

4. Разность потенциалов между двумя параллельными разноимённо заряженными металлическими пластинами равна 1 кВ, а расстояние между ними составляет 10 см. Какая сила будет действовать на заряд 0,1 мКл, помещённый между пластинами?

5. Между двумя параллельными разноимённо заряженными горизонтальными пластинами с разностью потенциалов между ними 0,7 кВ висит капелька масла радиусом 1,5 мкм. Расстояние между пластинами равно 0,4 см, плотность масла 0,8 г/см³. Найдите модуль заряда капли.

§ 64 ПОТЕНЦИАЛ ПОЛЯ РАЗЛИЧНОЙ КОНФИГУРАЦИИ ЗАРЯДОВ

ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ ДЛЯ ПОТЕНЦИАЛА. Для потенциала можно сформулировать принцип суперпозиции электрических полей (см. § 59). Известно, что любое заряженное тело (или несколько тел) можно мысленно разделить на столь малые элементы, что каждый из них будет представлять собой точечный заряд. Тогда *принцип суперпозиции для потенциала* можно сформулировать следующим образом.

Потенциал в произвольной точке определяется как алгебраическая сумма потенциалов φ_1, φ_2, φ_3, ..., φ_n, создаваемых отдельными точечными зарядами.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \ldots + \varphi_n.$$

Для того чтобы определить потенциал поля произвольной системы взаимодействующих зарядов, необходимо знать, как вычисляются по-

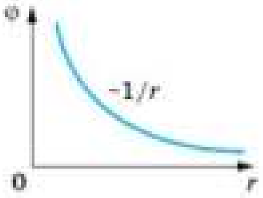


Рис. 9.40

тенциалы той или иной конфигурации зарядов. В силу математических сложностей ряд выражений для потенциала поля приведём без вывода.

ПОТЕНЦИАЛ ПОЛЯ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА. Потенциальная энергия заряда q_0, находящегося в электростатическом поле точечного заряда q, равна

$$W_p = k\frac{qq_0}{r}.$$

Отсюда в соответствии с определением потенциала $\varphi = \frac{W_p}{q}$ потенциал точечного заряда равен:

$$\boxed{\varphi = k\frac{q}{r}.}$$

В этом выражении потенциал электростатического поля в точке, удалённой на бесконечно большое расстояние от заряда ($r \to \infty$), выбран нулевым, поэтому при $q > 0$ $\varphi > 0$, а при $q < 0$ $\varphi < 0$.

Для случая положительного точечного заряда график зависимости $\varphi(r)$ имеет вид, показанный на рисунке 9.40.

ПОТЕНЦИАЛ ПОЛЯ РАВНОМЕРНО ЗАРЯЖЕННОЙ СФЕРЫ. Формула для потенциала поля точечного заряда справедлива также и для потенциала поля равномерно заряженной сферы (или равномерно заряженного шара) на расстояниях, бо́льших или равных её радиусу. Это связано с тем, что поле сферы (или шара) вне сферы и на её поверхности совпадает с полем точечного заряда, помещённого в центре сферы.

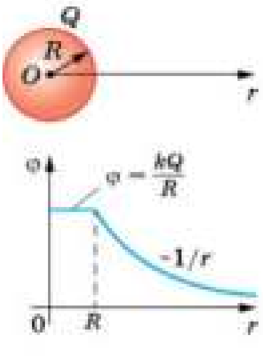


Рис. 9.41

Внутри заряженной сферы электростатического поля нет. Это означает, что для любой точки внутри сферы потенциал такой же, как на её поверхности. Действительно, при перемещении пробного заряда из бесконечности до поверхности сферы мы совершаем определённую работу, а при перемещении заряда внутри сферы, где поля нет, работа не совершается.

Итак, при $r \geqslant R$ потенциал поля $\varphi = \frac{kQ}{r}$, а при $R < r$ потенциал поля $\varphi = \frac{kQ}{R}$ в любой точке внутри сферы. Для случая положительно заряженной сферы график зависимости $\varphi(r)$ имеет вид, показанный на рисунке 9.41.

Отметим, что потенциал заряженной сферы, так же как и других рассматриваемых заряженных объектов, определяется с точностью до постоянной C. Приведённые выражения и рисунок 9.41 соответствуют случаю, когда потенциал считается равным нулю на бесконечном удалении от центра сферы.

Обратите внимание, что график зависимости потенциала от расстояния до центра сферы (см. рис. 9.41) является непрерывным и не испытывает скачков и разрывов. Причина этого состоит в том, что потенциал — энергетическая характеристика поля, а электрическое поле в соответствии с законом сохранения энергии не может иметь в двух очень близких точках два различных отличающихся значения энергии.

ПОТЕНЦИАЛ ПОЛЯ РАВНОМЕРНО ЗАРЯЖЕННОЙ ПЛАСТИНЫ. Рассмотрим электростатическое поле, созданное бесконечной равномерно заряженной пластиной. Пусть поверхностная плотность заряда на пластине $\sigma = \frac{q}{S}$, а модуль напряжённости рассматриваемого поля $E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}$ (см. § 61).

Направим ось X параллельно силовым линиям, совместив начало координат с пластиной, и будем перемещать пробный заряд вдоль оси X из точки поля с координатой x_1 в точку поля с координатой x_2 (рис. 9.42). Тогда работа A, которую совершат силы электростатического поля по перемещению пробного заряда, равна

$$A = F_{\text{э}x}(x_2 - x_1).$$

Поскольку $F_{\text{э}x} = q_{\text{пр}}E_x$, то $A = q_{\text{пр}}E_x(x_2 - x_1)$.

По определению работы электростатического поля (см. § 62) можно записать, что

$$A = q_{\text{пр}}(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где φ_2 — потенциал точки, в которую переместили пробный заряд; φ_1 — потенциал точки, из которой начали перемещать заряд.

В результате преобразований получим соотношение:

$$E_x(x_2 - x_1) = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Выберем нулевой уровень потенциала: пусть потенциал равен нулю на поверхности пластины. Тогда точка с координатой x имеет потенциал

$$\varphi(x) = -E_x x.$$

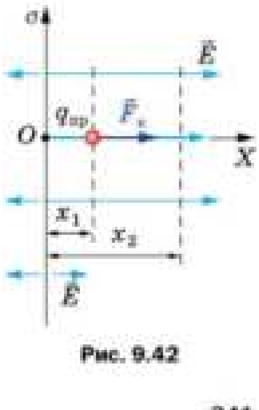


Рис. 9.42

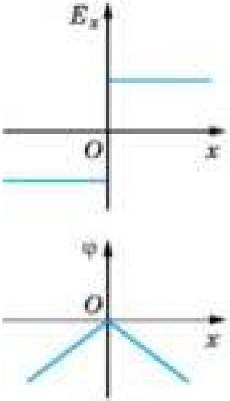


Рис. 9.43

Для положительно заряженной пластины получим

$$\varphi = \begin{cases} -\frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}x, & x \geq 0, \\ \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}x, & x < 0 \end{cases}$$

или

$$\varphi(x) = -\frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}|x|.$$

Графики зависимостей $E_x(x)$ и $\varphi(x)$ для этого случая приведены на рисунке 9.43.

Для отрицательно заряженной пластины получим

$$\varphi(x) = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}|x|.$$

1. Как формулируется принцип суперпозиции для потенциала?
2. Как можно определить потенциал поля: а) точечного заряда; б) равномерно заряженной сферы; в) равномерно заряженной пластины?
3. Проанализируйте графики, приведённые на рисунке 9.43.

Два шара — большой и маленький — равномерно заряжены с поверхностной плотностью заряда, равной σ. Будут ли одинаковы потенциалы данных шаров?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В некоторых двух точках электростатического поля, созданного точечным зарядом, модули напряжённостей отличаются в 4 раза. Во сколько раз отличаются потенциалы поля в этих точках?

Дано:	Решение:
$\frac{E_1}{E_2} = 4$ $\frac{\varphi_1}{\varphi_2}$ — ?	Очевидно, что электростатическое поле является неоднородным. Запишем выражение для модулей напряжённости поля в каждой точке, используя рисунок 9.44:

$$E_1 = \frac{kq}{r_1^2}; \quad E_2 = \frac{kq}{r_2^2}.$$

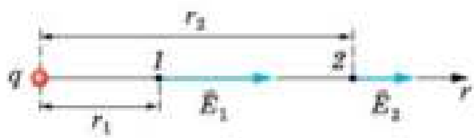


Рис. 9.44

Отсюда выразим r_1 и r_2:

$$r_1 = \sqrt{\frac{kq}{E_1}}; \quad r_2 = \sqrt{\frac{kq}{E_2}}.$$

Запишем выражение для потенциала поля в каждой точке:

$$\varphi_1 = \frac{kq}{r_1}; \quad \varphi_2 = \frac{kq}{r_2}.$$

Найдём отношение потенциалов поля:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{r_2}{r_1}.$$

Учитывая формулы для r_1 и r_2, получим:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \sqrt{\frac{kqE_1}{E_2kq}} = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}}.$$

Подставим числовые данные:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \sqrt{4} = 2.$$

Ответ: потенциалы поля в этих точках отличаются в 2 раза.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Потенциал электростатического поля в центре равномерно заряженной сферы равен 120 В, а потенциал поля на расстоянии 36 см от центра сферы — 20 В. Определите радиус сферы.
2. Электрическое поле образовано точечным зарядом, модуль которого равен 1,5 нКл. На каком расстоянии друг от друга расположены в вакууме две эквипотенциальные поверхности с потенциалами, равными 45 В и 30 В?
3. Электрическое поле в глицерине образовано точечным зарядом, модуль которого равен 9 нКл. Определите разность потенциалов двух точек, удалённых от заряда на 3 см и 12 см.
4. Какую работу нужно совершить, чтобы перенести заряд 80 нКл из точки с потенциалом –8В в точку с потенциалом 24 В? Какую работу совершат при этом силы электростатического поля?

§ 65 ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

СВОБОДНЫЕ ЗАРЯДЫ. Что происходит с телами, если их зарядить или поместить в электрическое поле? Проще всего ответить на этот вопрос, если рассмотреть случай проводника. В проводниках, к которым в первую очередь относятся металлы, имеются заряженные частицы, которые способны перемещаться внутри проводника под действием внешнего электрического поля. По этой причине заряды этих частиц называют *свободными*. В металлах носителями свободных зарядов являются электроны. Свободные электроны участвуют в тепловом (хаотическом) движении, подобно молекулам газа, и могут перемещаться по всему объёму металла в любом направлении.

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ВНУТРИ ПРОВОДНИКА. Обобщим основные свойства электростатического поля внутри проводника.

1. *При равновесии зарядов на проводнике поле внутри проводника отсутствует.* Это связано с тем, что свободные электроны в металлическом проводнике, помещённом в электростатическое поле, под действием сил поля будут перемещаться в направлении, противоположном его напряжённости. На рисунке 9.45 изображён проводник $ABCD$, находящийся в однородном электростатическом поле, напряжённость которого $\vec{E}$ направлена слева направо. На поверхности проводника AC появляется избыточный отрицательный заряд, а на другой, BD, — избыточный положительный заряд.

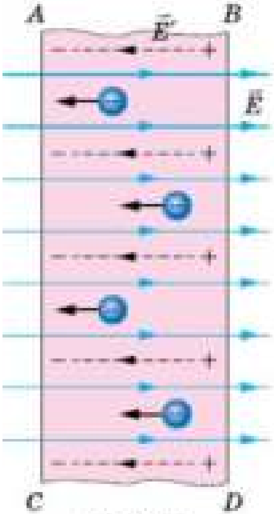


Рис. 9.45

Таким образом, проводник, помещённый в однородное электростатическое поле, электризуется. При этом заряды, появляющиеся на поверхности проводника, создадут внутри проводника своё электростатическое поле напряжённостью $\vec{E}'$. Силовые линии данного поля показаны пунктиром на рисунке 9.45. Они направлены противоположно силовым линиям внешнего электростатического поля. Перемещение зарядов будет происходит до тех пор, пока напряжённость результирующего электростатического поля внутри проводника не станет равной нулю*.

В этом состоит *явление электростатической индукции*. Появившиеся на поверхности проводника заряды (их называют *индуцированными*) создают своё поле, которое накладывается на внешнее электростатическое поле и его компенсирует.

Рис. 9.46

Для доказательства того факта, что внутри заряженного проводника или полости в проводнике электрическое поле отсутствует, Фарадей предложил прибор, называемый *клеткой Фарадея* (рис. 9.46). Он состоит из двух цилиндров, выполненных из проволочной сетки и расположенных вну-

* Утверждение об отсутствии поля внутри проводника справедливо как для незаряженного проводника, помещённого во внешнее электростатическое поле, так и для проводника, которому сообщён некоторый избыточный заряд.

три друг друга на основании из формованного пластика. Внешний цилиндр является экраном. Он позволяет наблюдать за тем, что происходит внутри внутреннего цилиндра (собственно клетки). Клетка закреплена на изолированных стержнях (изоляторах). Разность потенциалов такой конструкции с Землёй была настолько сильной, что при приближении к ней тел, соединённых с земной поверхностью, с внешней поверхности клетки вылетали искры.

В одном из опытов Фарадей сам располагался внутри клетки с очень чувствительным электроскопом. При этом электроскоп внутри клетки не показывал никакого отклонения. Другими словами, внутри клетки не действуют никакие электрические силы, хотя на наружной поверхности накапливался значительный заряд. Так было убедительно доказано, что электростатического поля внутри проводника нет.

На этом свойстве основана так называемая *электростатическая защита*. Для того чтобы защитить чувствительные к электрическому полю приборы, их заключают в металлические ящики.

2. Рассмотрим более подробно ещё один вид электризации тел — *электризацию через влияние*. Для этого проведём опыт.

При приближении наэлектризованного тела к лёгкому проводнику, например к лёгкому бузиновому цилиндру, подвешенному на нити, на нём появятся индуцированные заряды обоих знаков (рис. 9.47). Заряд противоположного знака будет притягиваться к телу, а одноимённый — отталкиваться. Так как последний находится на стороне цилиндра, более удалённой от тела, то равнодействующей этих сил будет сила притяжения. Под действием этой силы цилиндр притянется к телу. При их соприкосновении индуцированный заряд противоположного знака нейтрализуется частью заряда тела, равного ему по величине. На цилиндре останется заряд того же знака, что и на теле. Так как цилиндр теперь имеет заряд одного знака с телом, то он оттолкнётся от тела, что и наблюдается на опыте.

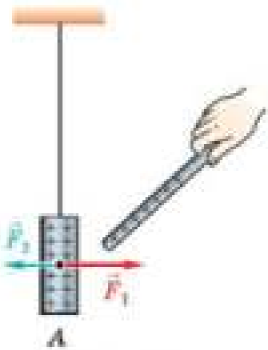


Рис. 9.47

3. ***Внутри проводника при равновесии зарядов не только напряжённость поля равна нулю, равен нулю и заряд. Весь статический заряд проводника сосредоточен на его поверхности.***

Объяснить скапливание заряда на поверхности проводника одним отталкиванием одноимённых зарядов нельзя. Кавендиш экспериментально доказал, что заряд проводника целиком распределяется на его поверхности. Для этого он поместил заряженный проводящий шар на изолирующей подставке внутрь сферы, образованной двумя металлическими полусферами, плотно соединёнными друг с другом.


Рис. 9.48

В одной из полусфер было сделано маленькое отверстие, через которое можно было соединить заряженный шар и полусферы металлической проволокой (рис. 9.48). После соединения шара и полусфер проволокой полусферы раздвигались и измерялся заряд шара. Он оказался равным нулю.

4. *Силовые линии электростатического поля вне проводника в непосредственной близости к его поверхности перпендикулярны поверхности.* Если бы это было не так, то имелась бы составляющая напряжённости поля вдоль поверхности проводника. Она вызывала бы перемещение зарядов вдоль поверхности. Но это противоречит необходимому равновесному распределению зарядов на поверхности заряженного проводника.

5. *Поверхность любого проводника в электростатическом поле является эквипотенциальной.* Это связано с тем, что силовые линии электрического поля перпендикулярны поверхности проводника. Причём не только поверхность, но и все точки внутри проводника имеют один и тот же потенциал. Напряжённость поля внутри проводника равна нулю, поэтому равна нулю и разность потенциалов между любыми точками проводника.

6. Многочисленные эксперименты свидетельствуют о том, что *напряжённость электростатического поля зависит от кривизны поверхности.* Чем сильнее искривлена поверхность, тем больше поверхностная плотность заряда (см. § 61) в этом месте. На острие заряженного проводника поверхностная плотность заряда может стать настолько большой, что заряды начинают с него «стекать».

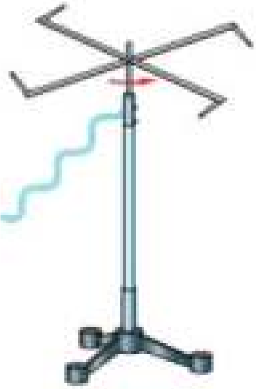


Рис. 9.49

Причина этого явления состоит в большой напряжённости и значительной неоднородности электростатического поля вблизи острия. В сильном поле нейтральные молекулы воздуха поляризуются, коснувшись острия, молекулы приобретают одинаковый с ним заряд и отталкиваются от него. Заряженные молекулы удаляются от острия с бóльшими скоростями, чем они приближались к нему, и увлекают за собой другие молекулы воздуха. Возникает так называемый *«электрический ветер»*, которым можно даже погасить зажжённую свечу. В демонстрационном приборе — *колесе Франклина* — «электрический ветер», образующийся при стекании зарядов с остриёв, приводит во вращение изогнутые спицы с остриями на концах (рис. 9.49).

1. Почему заряды в проводниках называют свободными? **2.** Объясните, почему при равновесии зарядов на проводнике электростатическое поле внутри проводника отсутствует. **3.** В чём состоит явление электростатической индукции? **4.** Какой вывод можно сделать на основе опытов с клеткой Фарадея? **5.** Какой способ электризации тел называют электризацией через влияние? **6.** Почему поверхность проводника является эквипотенциальной?

1. Если коснуться стержня заряженного электроскопа пальцем, то электроскоп разрядится. Произойдёт ли то же самое, если вблизи электроскопа находится заряженное тело?
2. Металлический заряженный цилиндр соединён с электроскопом. Наличие каких зарядов покажет электроскоп в тех случаях, когда: а) в цилиндр вносится положительно заряженный шарик, не соприкасающийся с ним; б) заряженным шариком касаются внутренней поверхности цилиндра?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

* Положительный точечный заряд, модуль которого равен $3 \cdot 10^{-7}$ Кл, находится на расстоянии 5 см от поверхности незаряженного проводящего шара радиусом 3 см. Определите потенциал поверхности шара. Найдите модуль заряда, который появится на шаре при его заземлении.

Дано:	**СИ:**	**Решение:**
$q = 3 \cdot 10^{-7}$ Кл $l = 5$ см $R = 3$ см φ_0 — ? Q — ?	 $5 \cdot 10^{-2}$ м $3 \cdot 10^{-2}$ м	Определим потенциал поверхности шара (рис. 9.50). Учитывая, что все точки внутри проводника имеют один и тот же потенциал, целесообразно при решении задачи определить потенциал центра шара.

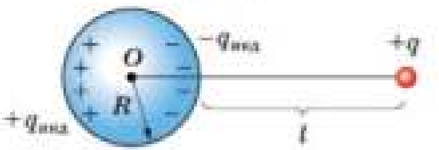


Рис. 9.50

В созданном зарядом q электрическом поле незаряженный шар электризуется. В результате на его поверхности появляются индуцированные заряды $-q_{инд}$ и $+q_{инд}$. Используя формулу для потенциала поля точечного заряда, запишем:

$$\varphi_0 = \frac{kq_{инд}}{R} - \frac{kq_{инд}}{R} + \frac{kq}{l + R} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{kq}{l + R}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$\varphi_0 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-2}} \text{ В} \approx 3{,}4 \cdot 10^4 \text{ В}.$$

Определим модуль заряда, который появится на шаре при его заземлении (рис. 9.51).

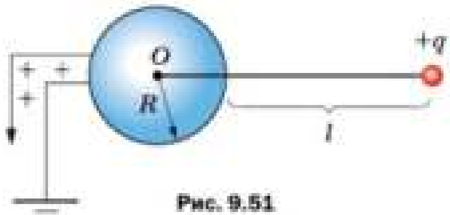


Рис. 9.51

Шар заземлён, поэтому $\varphi_0 = 0$, так же, как и потенциал любой точки шара (положительный заряд уйдёт в землю). С учётом этого запишем:

$$\varphi_0 = \frac{kq}{l + R} - \frac{kQ}{R} = 0 \Rightarrow Q = \frac{qR}{l + R}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$Q = \frac{3 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-2}} \text{ Кл} \approx 1{,}1 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}.$$

Ответ: $\varphi_0 \approx 3{,}4 \cdot 10^4$ В, $Q \approx 1{,}1 \cdot 10^{-7}$ Кл.

УПРАЖНЕНИЯ

1. К заряженному электрометру подносят с большого расстояния отрицательно заряженный предмет. По мере приближения предмета показания электрометра сначала уменьшаются, а с некоторого момента вновь увеличиваются. Заряд какого знака был на электрометре?

2. Допустим, в вашем распоряжении имеются два изолированных металлических шара одинакового диаметра. Каким образом можно на них получить равные по модулю заряды: а) разноимённые; б) одноимённые?

3. Две металлические концентрические сферы радиусами 15 и 30 см расположены в воздухе. На внутренней сфере расположен заряд, равный −20 нКл. При этом потенциал внешней сферы равен 450 В. Вычислите напряжённость и потенциал электростатического поля в точках, удалённых от центра сфер: а) на 10 см; б) 20 см; в) 36 см.

4. Металлический шар радиусом 3,2 см, заряженный до потенциала 100 В, находится далеко от других заряженных тел и Земли. Чему будет равен модуль заряда на шаре, если его соединить длинным проводником с незаряженным металлическим шаром радиусом 32 см?

§ 66 ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ДИЭЛЕКТРИКОВ. С помощью простого опыта можно убедиться в том, что незаряженный диэлектрик может создавать электрическое поле.

На рисунке 9.52, *а* показан заряженный электрометр с металлическим диском на конце стержня. Если к диску электрометра поднести незаряженный диэлектрик, например толстое стекло, то стрелка электрометра слегка приблизится к стержню (рис. 9.52, *б*). Это может произойти только в том случае, если диэлектрик, помещённый в электростатическое поле заряженного диска, сам создаёт электрическое поле.

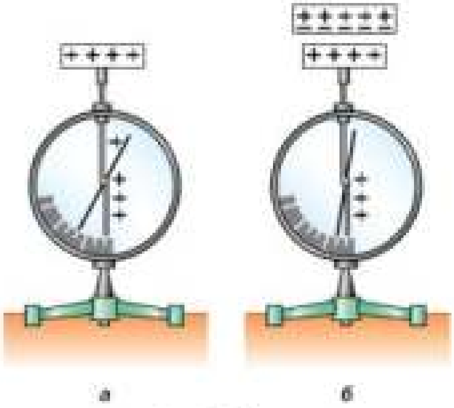


Рис. 9.52

Это поле влияет на распределение заряда в стержне и диске электрометра, уменьшая заряд стрелки и соответственно увеличивая заряд диска. Следовательно, диэлектрик, оставаясь нейтральным, создаёт электрическое поле, напряжённость которого направлена противоположно напряжённости поля, созданного заряженным телом.

В отличие от проводников, в диэлектриках почти не существует свободных зарядов. Внутри атомов и молекул диэлектриков отрицательно и положительно заряженные частицы прочно связаны между собой электрическими силами (по этой причине заряды в диэлектриках называют *связанными*). Однако связанные заряды могут смещаться под действием приложенных к ним электрических сил (в пределах одной молекулы). В любой части объёма диэлектрика общий положительный заряд равен отрицательному заряду и результирующее действие этих зарядов равно нулю.

Если поместить диэлектрик в однородное электростатическое поле, то на положительные и отрицательные заряды его молекул начнут действовать противоположно направленные электрические силы. Под действием этих сил заряды каждой молекулы сместятся, причём это смещение будет происходить по направлению напряжённости поля. Силы электростатического поля будут растягивать молекулы и ориентировать их вдоль силовых линий. В результате молекулы диэлектрика расположатся упорядоченно, и в этом случае в любой части диэлектрика суммарный элек-

Рис. 9.53

трический заряд будет равен нулю. Но на границах поверхности диэлектрика появятся нескомпенсированные положительные и отрицательные заряды (рис. 9.53). Их часто называют *поляризационными*.

Процесс смещения разноимённых зарядов в диэлектрике, помещённом во внешнее электростатическое поле, называют поляризацией, а сам диэлектрик в этом состоянии — поляризованным.

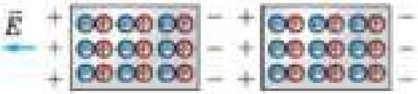
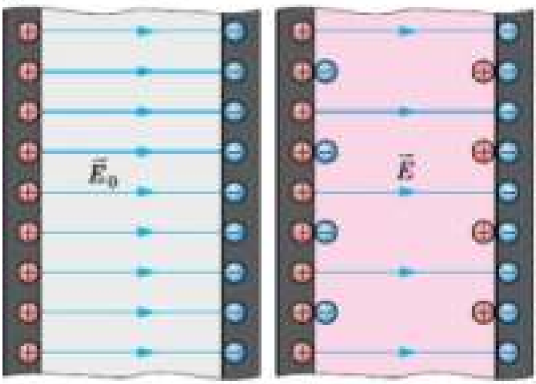


Рис. 9.54

В проводниках электризация объясняется существованием в них свободных зарядов. Если разделить в электрическом поле проводник, заряженный через влияние, то части проводника окажутся разноимённо заряженными. Другими словами, заряды останутся на проводниках и после прекращения действия внешнего электростатического поля.

Иначе обстоит дело с диэлектриками. Если разделить диэлектрик в электрическом поле на две части, то на вновь образованных поверхностях обеих частей появятся поляризационные заряды обоих знаков: на одной стороне положительные, а на другой — отрицательные (рис. 9.54). Допустим, что напряжённость однородного электростатического поля между двумя заряженными пластинами в вакууме равна $\vec{E}_0$ (рис. 9.55, *а*). Заполним промежуток между этими пластинами каким-нибудь диэлектриком. Электрические заряды, появившиеся на границе диэлектрика с проводником вследствие поляризации, нейтрализуют действие части зарядов на пластинах. В результате поле между пластинами изменяется. Напряжённость этого поля $\vec{E}$ становится меньше напряжённости $\vec{E}_0$ (рис. 9.55, *б*).



а *б*

Рис. 9.55

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ. Опыт показывает, что если последовательно заполнять промежуток между пластинами разными диэлектриками, то напряжённости поля оказываются разными. Поэтому по величине отношения модулей напряжённостей электростатических полей между пластинами без диэлектрика (в вакууме) и с однородным диэлектриком можно судить о его диэлектрической проницаемости.

Диэлектрическая проницаемость показывает, во сколько раз модуль напряжённости электростатического поля в однородном диэлектрике будет меньше модуля напряжённости электростатического поля в вакууме.

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}.$$

Если два точечных заряда находятся в диэлектрике, то напряжённость поля, создаваемого каждым из зарядов в точке, где находится другой заряд, уменьшается в ε раз. Следовательно, и кулоновская сила, с которой эти заряды взаимодействуют между собой, уменьшается в ε раз.

В заключение отметим, что существуют вещества (например, сегнетова соль, титанат бария и др.), которые имеют очень большую диэлектрическую проницаемость. Их называют *сегнетоэлектриками*. Так, например, у сегнетовой соли ε достигает значения 10 000. Для сравнения, диэлектрическая проницаемость воды ε = 81.

1. Какие заряды называют связанными? 2. В чём состоит процесс поляризации диэлектрика? 3. Объясните различие между поляризацией диэлектрика и электризацией проводника через влияние. 4. Раскройте физический смысл диэлектрической проницаемости.

1. Почему лёгкий незаряженный диэлектрический шарик всегда притягивается к телу, заряженному любым по знаку зарядом?
2. Как известно, заряженный шарик притягивает мелкие кусочки бумаги. Как изменится сила притяжения, если окружить металлической сферой: а) заряженный шарик; б) мелкие кусочки бумаги?

УПРАЖНЕНИЯ

1. Определите диэлектрическую проницаемость трансформаторного масла, если два одинаковых точечных заряда в вакууме на расстоянии 20 см взаимодействуют с той же силой, что и в масле на расстоянии 0,14 м. Найдите модули зарядов, если модуль силы их электростатического взаимодействия равен 90 Н.
2. Отрицательный точечный заряд окружён сферическим слоем диэлектрика. Начертите линии напряжённости электростатического поля. Изобразите, как будет примерно выглядеть график зависимости напряжённости электростатического поля от расстояния до центра сферы (рис. 9.56).

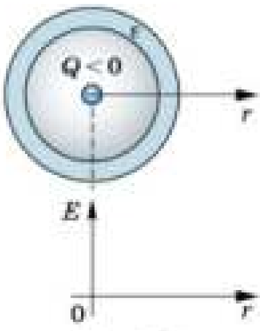


Рис. 9.56

§ 67 ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЁМКОСТЬ. ПЛОСКИЙ КОНДЕНСАТОР. СОЕДИНЕНИЕ КОНДЕНСАТОРОВ

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЁМКОСТЬ УЕДИНЁННОГО ПРОВОДНИКА. Рассмотрим сферический проводник радиусом r. Пусть он находится очень далеко от других тел, так что его размеры во много раз меньше расстояний до этих тел. Такой проводник называют *уединённым*. При сообщении шару заряда q в окружающем пространстве возникнет электростатическое поле. Потенциал шара изменится и станет равным φ. Если потенциал бесконечно удалённых точек поля принять равным нулю, то потенциал шара можно вычислить по формуле $\varphi = k\frac{q}{\varepsilon r}$. Поэтому отношение заряда шара к его потенциалу не зависит от заряда и определяется лишь радиусом шара и диэлектрической проницаемостью ε окружающей среды.

$$\frac{q}{\varphi} = \frac{\varepsilon r}{k}. \qquad (1)$$

Отметим, что не только для уединённой сферы, но и для уединённого проводника произвольной формы потенциал прямо пропорционален заряду. Поэтому отношение заряда проводника к его потенциалу не зависит от значения заряда и определяется лишь геометрическими размерами проводника, его формой и электрическими свойствами окружающей среды (диэлектрической проницаемостью ε). Это позволяет ввести понятие *электрической ёмкости уединённого проводника*.

Электрической ёмкостью (ёмкостью) C уединённого проводника называют отношение заряда q проводника к его потенциалу φ.

$$C = \frac{q}{\varphi}. \qquad (2)$$

Согласно определению ёмкости (2) и формуле (1) электрическая ёмкость шара равна:

$$C = \frac{q}{\varphi} = \frac{\varepsilon r}{k} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon r. \qquad (3)$$

Ёмкость не зависит от материала проводника. Железные, медные тела и тела из других материалов одинаковых размеров и формы имеют одинаковую ёмкость. Чем больше ёмкость проводника, тем меньше меняется его потенциал при сообщении заряда.

ЕДИНИЦЫ ЭЛЕКТРОЁМКОСТИ. Формула (2) позволяет ввести единицу электроёмкости. В СИ единицей ёмкости является *фарад* (Ф) в честь Фарадея. *Ёмкостью в* 1 Ф *обладает такой проводник, у которого потенциал возрастает на* 1 В *при сообщении ему заряда* 1 Кл.

Ёмкость, равная 1 Ф, очень большая. Уединённый шар, обладающий такой ёмкостью, имел бы радиус, в 13 раз превышающий радиус Солнца[*].

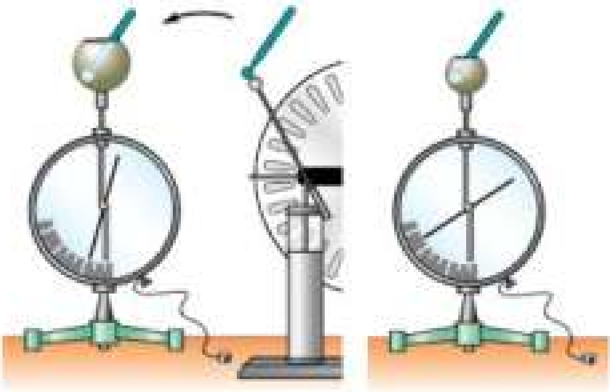
Из формулы (3) можно выразить электрическую постоянную ε_0 через ёмкость и размеры проводника.

$$\varepsilon_0 = \frac{C}{4\pi r}.$$

Это означает, что единицей электрической постоянной является *фарад на метр* (Ф/м).

ЗАВИСИМОСТЬ ЁМКОСТИ ПРОВОДНИКА ОТ ОКРУЖАЮЩИХ ТЕЛ. Возьмём электрометр и заземлим его корпус. К стержню электрометра прикрепим полый металлический шар с отверстием. Сообщим электрометру заряд q с помощью маленького металлического шарика на изолирующей ручке. Для этого коснёмся заряженным шариком внутренней поверхности сферы (рис. 9.57, *а*). Весь заряд шарика при этом перейдёт к электрометру. При этом возникнет разность потенциалов между стержнем электрометра и Землёй, и его стрелка отклонится. Если сообщить электрометру ещё один такой же заряд q, то потенциал стержня относительно Земли увеличится в 2 раза (это можно обнаружить по большему отклонению стрелки электрометра). Следовательно, *отношение заряда проводника к его потенциалу постоянно и равно ёмкости металлического шара со стержнем*.

Но стоит поднести к шару ладони рук (не касаясь его), как стрелка электрометра приблизится к вертикальному положению. Потенциал шара при этом уменьшается, а ёмкость, наоборот, возрастает. Почему это происходит? Потенциал проводника определяется не только зарядом на его поверхности. Незаряженные тела влияют на потенциал проводника, так как под действием поля шара электрометра на поверхностях проводников появляются свободные заряды противоположных знаков (вследствие электростатической индукции), а у диэлектриков — связанные заряды (вследствие поляризации).



а б

Рис. 9.57

[*] На практике часто используют дольные единицы фарада: *микрофарад* (мкФ) — 10^{-6} Ф, *пикофарад* (пФ) — 10^{-12} Ф. Ёмкость земного шара примерно равна 709 мкФ.

С помощью электрометра можно обнаружить зависимость ёмкости проводника от его размеров. Укрепим на стержне полый шар меньшего радиуса. Если сообщить ему такой же заряд q, как и в первом опыте, то потенциал стержня оказывается бо́льшим (рис. 9.57, *б*). Это свидетельствует об *уменьшении ёмкости проводника при уменьшении размера шара*.

В действительности ни один проводник не является уединённым. Вблизи любого заряженного тела находятся те или иные предметы. И в этих случаях можно говорить о ёмкости проводника, но она будет зависеть от расположения окружающих тел. В этом мы только что убедились на опыте.

КОНДЕНСАТОРЫ. Можно создать систему проводников, ёмкость которой не зависит от окружающих тел. При этом её ёмкость может быть очень большой. Такая система, называемая *конденсатором*, имеет большое практическое значение.

Конденсатор представляет собой два изолированных проводника, разделённых слоем диэлектрика, толщина которого мала по сравнению с размерами проводников.

Проводники в этом случае называют *обкладками* (*пластинами*) *конденсатора*. Конденсаторы используют для накопления электрических зарядов. На рисунке 9.58 приведены различные типы конденсаторов: *а* — плоский конденсатор; *б* — конденсатор переменной ёмкости; *в* — керамический конденсатор; *г* — электролитический конденсатор.

Простейший плоский конденсатор состоит из двух одинаковых параллельных пластин, находящихся на малом расстоянии друг от друга (рис. 9.59). Если заряды пластин одинаковы по модулю и противоположны по знаку, то почти всё электрическое поле сосредоточено внутри конденсатора. Линии напряжённости начинаются на положительно заряженной обкладке конденсатора и оканчиваются на отрицательно заря-

а *б* *в* *г*

Рис. 9.58

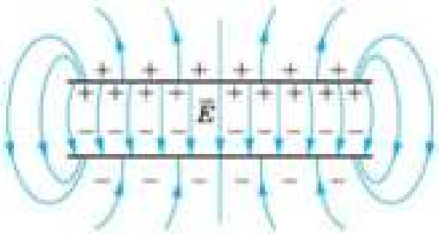


Рис. 9.59

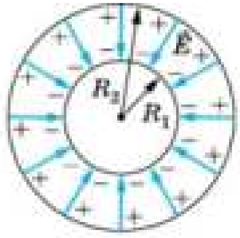


Рис. 9.60

женной. У сферического конденсатора, состоящего из двух концентрических сфер (рис. 9.60), всё поле сосредоточено между обкладками.

Для зарядки конденсатора нужно присоединить его обкладки к полюсам источника напряжения, например к полюсам батареи аккумуляторов. Можно также соединить одну обкладку с полюсом батареи, другой полюс которой заземлён, а вторую обкладку заземлить. Тогда на заземлённой обкладке останется заряд, противоположный по знаку и равный по модулю заряду другой обкладки. Такой же по модулю заряд уйдёт в землю.

Назовём *зарядом конденсатора* — модуль заряда одной из его обкладок.

Разность потенциалов между обкладками конденсатора пропорциональна напряжённости электростатического поля внутри него. Напряжённость поля, созданного пластинами, пропорциональна заряду пластин. Поэтому отношение заряда q одного из проводников (на другом находится такой же по модулю заряд) к разности потенциалов между этим проводником и соседним не зависит от заряда. Оно определяется геометрическими размерами проводников, их формой и взаимным расположением, а также электрическими свойствами окружающей среды (диэлектрической проницаемостью ε). Это позволяет ввести понятие электрической ёмкости двух проводников и, следовательно, *ёмкости конденсатора*.

Электрической ёмкостью (ёмкостью) конденсатора называют отношение модуля заряда конденсатора к разности потенциалов между его обкладками.

$$C = \frac{q}{U}. \qquad (4)$$

Ёмкость C плоского конденсатора может быть определена по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где S — площадь пластины конденсатора; d — расстояние между пластинами; ε — диэлектрическая проницаемость вещества, которым заполнено пространство между пластинами.

ВЫВОД ФОРМУЛЫ ДЛЯ ЁМКОСТИ ПЛОСКОГО КОНДЕНСАТОРА. Выразим разность потенциалов (напряжение) U через заряд q конденсатора. Эта разность потенциалов определяется модулем напряжённости поля E, который зависит от модулей зарядов обкладок конденсатора.

Модуль напряжённости поля E_1, созданного одной из пластин конденсатора, вычисляется по формуле (см. § 61):

$$E_1 = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Напряжённости поля положительно и отрицательно заряженных пластин равны по модулю и направлены внутри конденсатора в одну сторону. Поэтому модуль результирующей напряжённости поля равен:

$$E = 2E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Формула для определения ёмкости конденсатора запишется более компактно, если вместо коэффициента k использовать его выражение в виде: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$. Учитывая, что поверхностная плотность заряда $\sigma = \frac{q}{S}$, получим:

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon S}, \quad U = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0\varepsilon S}.$$

Подставляя это выражение в формулу (4) и сокращая на q, получим, что ёмкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}.$$

Если между пластинами конденсатора убрать диэлектрик, то ёмкость воздушного конденсатора уменьшится в ε раз по сравнению с ёмкостью конденсатора с диэлектриком.

Систему, состоящую из соединённых между собой конденсаторов, называют *батареей конденсаторов*. Рассмотрим параллельное и последовательное соединения конденсаторов.

ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ КОНДЕНСАТОРОВ. При параллельном соединении двух конденсаторов *1* и *2*, ёмкости которых равны C_1 и C_2, их обкладки соединяют попарно друг с другом (рис. 9.61).

Под *ёмкостью батареи* понимают отношение заряда, сообщённого батарее, к разности потенциалов между обкладками конденсаторов. Разность потенциалов U при параллельном соединении одинакова для обоих конденсаторов. Заряд же батареи равен

$$q = q_1 + q_2,$$

где q_1 и q_2 — заряды первого и второго конденсаторов.

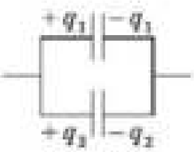


Рис. 9.61

Ёмкость батареи из параллельно соединённых конденсаторов равна

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q_1}{U} + \frac{q_2}{U}.$$

Так как $C_1 = \frac{q_1}{U}$ и $C_2 = \frac{q_2}{U}$, то

$$\boxed{C = C_1 + C_2.}$$

При параллельном соединении конденсаторов их общая ёмкость равна сумме ёмкостей отдельных конденсаторов.

Если параллельно соединены n конденсаторов, то $C = \sum_{i=1}^{n} C_i$.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ КОНДЕНСАТОРОВ. Схема последовательного соединения двух конденсаторов изображена на рисунке 9.62.

Рис. 9.62

В этом случае отрицательно заряженная обкладка первого конденсатора соединена с положительно заряженной обкладкой второго конденсатора. Заряды обоих конденсаторов по модулю одинаковы. Действительно, если заряд крайней обкладки первого конденсатора равен $+q$, то на противоположной обкладке вследствие электростатической индукции появится заряд $-q$. Так как проводник между конденсаторами и соединяемые им обкладки в целом нейтральны, то заряд внутренней обкладки второго конденсатора равен $+q$.

Ёмкость батареи из последовательно соединённых конденсаторов равна

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

где φ_1 и φ_2 — потенциалы крайних обкладок.

Ёмкости отдельных конденсаторов равны $C_1 = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi'}$ и $C_2 = \frac{q}{\varphi' - \varphi_2}$, где φ' — потенциал внутренних обкладок.

Если сложить величины, обратные ёмкостям, то получим следующее выражение:

$$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{\varphi_1 - \varphi'}{q} + \frac{\varphi' - \varphi_2}{q} = \frac{1}{C}.$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.}$$

При последовательном соединении конденсаторов величина, обратная ёмкости батареи, равна сумме величин, обратных ёмкостям отдельных конденсаторов.

Если последовательно соединены n конденсаторов, то $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$.

Ёмкость батареи последовательно соединённых конденсаторов меньше ёмкости конденсатора с минимальной ёмкостью в батарее. В заключение отметим, что конденсаторы различных типов соединяют параллельно или последовательно. Это позволяет получить батареи конденсаторов с заданной ёмкостью.

1. Что называют электрической ёмкостью уединённого проводника? **2.** Какую физическую величину называют ёмкостью конденсатора? **3.** Как записывается формула для определения ёмкости плоского конденсатора: а) без диэлектрика; б) с диэлектриком? **4.** Чему равна ёмкость батареи, состоящей: а) из последовательно соединённых конденсаторов; б) параллельно соединённых конденсаторов?

1. Если к шарику заряженного электроскопа поднести руку, то листочки немного спадают. А если руку поднести к заряженному конденсатору, то напряжение между пластинами его не изменится. Объясните, почему так происходит.

2. Почему при помещении внутрь плоского конденсатора, помещённого на стержне электрометра, листа из оргстекла электрометр показал не уменьшение потенциала, а его увеличение?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Плоский конденсатор зарядили до напряжения, равного 200 В, и отключили от источника тока. Каким станет напряжение между пластинами конденсатора, если: а) между ними поместить плотно прилегающую к пластинам фарфоровую пластину; б) расстояние между пластинами увеличить в 3,5 раза, а пространство между ними заполнить слюдой?

Дано:
$U_0 = 200$ В
$\varepsilon_1 = 5$
$d_2 = 3,5d_0$
$\varepsilon_2 = 6$

U_1 — ?
U_2 — ?

Решение:

Первоначально ёмкость конденсатора (рис. 9.63) равна

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_0}.$$

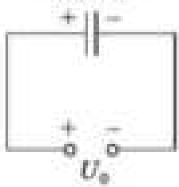


Рис. 9.63

а) Между пластинами конденсатора поместили фарфор, диэлектрическая проницаемость которого равна ε_1. Поскольку источник тока отключили, то заряд конденсатора сохраняется: $Q_0 = Q_1$. С учётом этого запишем:

$$Q_0 = C_0U_0; \quad Q_1 = C_1U_1; \quad C_1 = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}{d_0} = \varepsilon_1 C_0.$$

Тогда

$$U_1 = \frac{C_0U_0}{C_1}.$$

С учётом выражения для расчёта C_1 запишем:

$$U_1 = \frac{C_0 U_0}{\varepsilon_1 C_0} = \frac{U_0}{\varepsilon_1}.$$

б) Пластины конденсатора раздвинули и поместили между ними слюду, диэлектрическая проницаемость которой равна ε_2.
В этом случае

$$Q_2 = Q_0; \quad C_0 U_0 = C_2 U_2; \quad C_2 = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d_2}.$$

Тогда

$$U_2 = \frac{C_0 U_0}{C_2}.$$

С учётом выражений для расчёта C_0 и C_2 запишем:

$$U_2 = \frac{\varepsilon_0 S U_0 d_2}{d_0 \varepsilon_2 \varepsilon_0 S} = \frac{3{,}5 U_0}{\varepsilon_2}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$U_1 = \frac{200}{5}\ \text{В} = 40\ \text{В}; \quad U_2 = \frac{3{,}5 \cdot 200}{6}\ \text{В} \approx 117\ \text{В}.$$

Ответ: $U_1 = 40$ В, $U_2 \approx 117$ В.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Площадь каждой пластины плоского воздушного конденсатора равна 401 см^2. Модуль заряда пластин равен 1,42 мкКл. Найдите напряжённость электростатического поля между пластинами конденсатора.

2. Во сколько раз изменится ёмкость плоского конденсатора, если уменьшить рабочую площадь пластин в 2 раза, а расстояние между ними увеличить в 3 раза?

3. При введении в пространство между пластинами воздушного конденсатора твёрдого диэлектрика напряжение на конденсаторе уменьшилось с 400 до 50 В. Определите диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

4. Три конденсатора ёмкостями $C_1 = C_2 = 1$ мкФ и $C_3 = 2$ мкФ соединены по схеме, изображённой на рисунке 9.64, и подключены к источнику напряжения 120 В. Чему равна ёмкость данной батареи? Определите модули заряда и напряжения на каждом из конденсаторов.

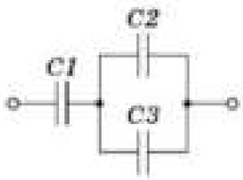


Рис. 9.64

5. Конденсаторы соединены по схеме, приведённой на рисунке 9.65. Найдите ёмкость каждой батареи конденсаторов, если ёмкости всех конденсаторов одинаковы и равны C.

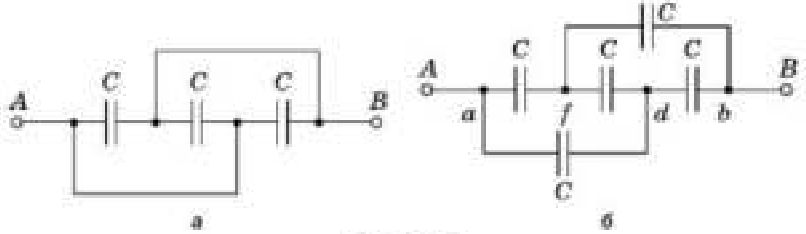


Рис. 9.65

Это любопытно…

Из истории развития физики и техники

В 1745 г. голландский учёный Питер ван Мушенбрук (1692—1761) предложил конструкцию первого в истории науки накопителя электрических зарядов — «лейденской банки» (по названию университета, в котором работал исследователь). Он представлял собой стеклянную колбу, наружная и внутренняя обкладки которой были обклеены листовым оловом (рис. 9.66). Мушенбрук взял стеклянную колбу, наполненную водой, опустил в неё медную проволоку, висевшую на кондукторе электрической машины, и, взяв банку в правую руку, попросил своего помощника вращать шар машины.

Он правильно предположил, что заряды, поступавшие с кондуктора, будут накапливаться в стеклянной банке. После того как, по его мнению, в банке накопилось достаточное количество зарядов, он решил левой рукой отсоединить медную проволоку. При этом он ощутил сильный удар. В письме Р. Реомюру (французскому учёному, изобретателю одной из температурных шкал) он писал, что этот «новый и страшный опыт советую самим никак не повторять» и что «даже ради короны Франции он не согласится подвергнуться столь ужасному сотрясению».

Рис. 9.66

Независимо от Мушенбрука сходный прибор (под названием «медицинская банка») создал немецкий учёный Эвальд Клейст (1700—1748). «Банка» Клейста представляла собой медицинскую склянку, наполовину заполненную ртутью. В неё помещался наэлектризованный от электростатической машины гвоздь. Клейст брал сосуд в одну руку, а другой рукой прикасался к гвоздю. При этом возникала столь сильная искра, что она приводила в содрогание всю руку и плечо. «Этот удивительный сосуд, по-видимому, позволяет накапливать большие электрические заряды», — заключил Клейст.

В Европе опыты с первым устройством для накопления электричества повторяли везде, даже в Версале (королевском дворце). Изобретение этого устройства давало возможность не только наблюдать курьёзы, но и экспериментировать с электричеством.

§ 68 ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

ЭНЕРГИЯ ЗАРЯЖЕННОГО КОНДЕНСАТОРА. Для того чтобы зарядить конденсатор, нужно совершить работу по разделению положительных и отрицательных зарядов. Согласно закону сохранения энергии, эта работа равна энергии, приобретаемой конденсатором. В том, что заряженный конденсатор, как и любая другая система заряженных тел, обладает энергией, можно убедиться, если к пластинам заряженного конденсатора большой ёмкости подключить лампочку карманного фонарика. На короткое время она вспыхнет.

Выведем формулу для определения энергии плоского заряженного конденсатора. Модуль напряжённости электрического поля, созданного зарядом одной из пластин, равен $\frac{E}{2}$, где E — модуль напряжённости поля в конденсаторе. В однородном поле одной пластины находится заряд q, распределённый по поверхности другой пластины. Согласно формуле $W_p = qEx$ (см. § 62) для потенциальной энергии заряда в однородном электростатическом поле, энергия заряженного конденсатора равна

$$W_p = q\frac{E}{2}d,$$

где q — модуль заряда конденсатора; d — расстояние между его пластинами.

Так как $Ed = U$, где U — разность потенциалов (напряжение) между пластинами конденсатора, то его энергия равна

$$W_p = \frac{qU}{2}. \tag{1}$$

Эта энергия равна работе, которую совершит электростатическое поле при сближении пластин конденсатора вплотную. Заменив в формуле (1) либо разность потенциалов, либо заряд с помощью выражения $C = \frac{q}{U}$, можно записать:

$$W_p = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}. \tag{2}$$

Формулы (2) справедливы для расчёта энергии не только плоского конденсатора, но и для конденсаторов любой формы.

ЭНЕРГИЯ ЗАРЯЖЕННОГО ПРОВОДНИКА. Любой заряженный проводник, подобно заряженному конденсатору, обладает энергией. Будем заряжать проводник, перемещая к нему из бесконечности электрический заряд малыми порциями Δq. При этом электрическое поле проводника совершает работу

$$\Delta A = \Delta q(\varphi_\infty - \varphi),$$

где φ — потенциал проводника, модуль заряда которого равен q.

Потенциал на бесконечности считаем равным нулю ($\varphi_\infty = 0$). Тогда

$$\Delta A = -\Delta q\varphi = -\frac{q\Delta q}{C},$$

где C — ёмкость проводника (уединённого тела).

Изменение энергии проводника при увеличении его заряда на Δq равно

$$\Delta W_p = -\Delta A = \frac{q\Delta q}{C}.$$

Для малых изменений справедливо равенство $q\Delta q = \frac{1}{2}\Delta(q^2)$, поэтому полное изменение энергии (W_p) при изменении заряда проводника от нуля до q составляет

$$W_p = \frac{q^2}{2C}.$$

Таким образом, для энергии заряженного проводника справедливы выражения:

$$W_p = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2}. \qquad (3)$$

ОБЪЁМНАЯ ПЛОТНОСТЬ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ. Подставим в формулу для энергии конденсатора $W_p = \frac{CU^2}{2}$ значение ёмкости плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$ и выразим разность потенциалов в этой формуле через напряжённость электрического поля: $U = Ed$. Тогда энергия электростатического поля конденсатора будет равна:

$$W_p = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}\frac{E^2d^2}{2} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}Sd. \qquad (4)$$

Разделим выражение (4) на объём Sd, занятый электрическим полем. В результате получим энергию, приходящуюся на единичный объём, т. е. *объёмную плотность энергии электрического поля*:

$$w_p = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}.$$

Полученное выражение справедливо не только для однородного электростатического поля плоского конденсатора, но и для любых электрических полей.

В СИ единица объёмной плотности энергии электрического поля — *джоуль на метр кубический* (Дж/м^3).

* Используя полученные соотношения, рассмотрим применение закона сохранения энергии на примере следующей задачи.

Ёмкость плоского конденсатора, модуль заряда которого равен q, меняется от значения C_1 до значения C_2 при изменении расстояния между обкладками под действием внешних сил. Площадь пластин конденсатора равна S. Определите изменение энергии конденсатора, работу внешних сил и работу источника с напряжением U для двух случаев: 1) конденсатор отключён от источника напряжения; 2) конденсатор подключён к источнику напряжения.

1 случай. Конденсатор после зарядки отключён от источника с напряжением U.

Величиной, не изменяющейся при изменении ёмкости от C_1 до C_2, является электрический заряд q на обкладках конденсатора. Для расчёта электрической энергии заряженного конденсатора воспользуемся формулой $W_p = \frac{q^2}{2C}$. Так как изменение энергии электрического поля конденсатора произошло при изменении ёмкости, то изменение энергии электрического поля конденсатора можно записать в виде:

$$\Delta W_p = \frac{q^2}{2C_2} - \frac{q^2}{2C_1}.$$

Изменение энергии электрического поля конденсатора, связанное с изменением его ёмкости, в соответствии с законом сохранения энергии, равно работе $A_{вн}$ внешних сил:

$$A_{вн} = \Delta W_p = \frac{q^2}{2C_2} - \frac{q^2}{2C_1}.$$

2 случай. Конденсатор подключён к источнику напряжения.

Разность потенциалов между его обкладками при изменении ёмкости не изменяется и равна напряжению U источника электрической энергии. Электрическая энергия конденсатора изменяется как за счёт механической работы внешних сил $A_{вн}$, так и за счёт работы, совершаемой источником напряжения $A_{ист}$. Конденсатор замкнут на внешнюю электрическую цепь, поэтому при изменении ёмкости по цепи протекают электрические заряды, вызывая выделение количества теплоты Q.

Запишем закон сохранения энергии для рассматриваемого случая:

$$\Delta W_p + Q = A_{вн} + A_{ист}.$$

Поскольку разность потенциалов на обкладках конденсатора остаётся неизменной, для расчёта энергии электрического поля конденсатора используем формулу

$$W_p = \frac{CU^2}{2}.$$

Тогда при изменении ёмкости произойдёт изменение энергии электрического поля конденсатора на величину:

$$\Delta W_p = U^2 \frac{C_2 - C_1}{2}. \qquad (5)$$

При изменении заряда на обкладках конденсатора в процессе изменения ёмкости через источник напряжения протекает заряд:

$$\Delta q = q_2 - q_1.$$

Источник при этом совершает работу: $A_{ист} = U(q_2 - q_1)$.

Заряды конденсатора в начале и в конце изменения его ёмкости соответственно равны $q_1 = C_1U$ и $q_2 = C_2U$.

Тогда работу источника электрической энергии можно определить следующим образом:

$$A_{ист} = U(C_2U - C_1U). \qquad (6)$$

Сравнив формулы (5) и (6), можно показать, что $A_{ист} = 2\Delta W_p$.

Используя закон сохранения энергии, найдём работу внешних сил:

$$A_{вн} = \Delta W_p - A_{ист} + Q = -(C_2 - C_1)\frac{U^2}{2} + Q.$$

*

?

1. Как можно экспериментально подтвердить, что электрическое поле заряженного конденсатора обладает энергией? 2. Чему равна энергия электрического поля: а) заряженного конденсатора; б) заряженного проводника? 3. Какую физическую величину называют объёмной плотностью энергии электрического поля?

??

1. Как можно изменить потенциал проводника, не касаясь его и не изменяя его заряда?
2. Изменится ли разность потенциалов пластин плоского воздушного конденсатора, если одну из них заземлить?
3. Два конденсатора разной ёмкости соединены параллельно. Какой из конденсаторов обладает большей электрической энергией?

УПРАЖНЕНИЯ

1. Каждая из пластин плоского конденсатора ёмкостью C имеет площадь, равную S. Расстояние между пластинами равно d. Во сколько раз изменится: а) ёмкость конденсатора, если увеличить расстояние между пластинами в 4 раза; б) энергия электрического поля конденсатора, если разность потенциалов между его пластинами равна $\Delta\varphi$; в) объёмная плотность энергии электростатического поля конденсатора?

2. Объёмная плотность энергии электростатического поля при атмосферном разряде в воздухе равна 20 Дж/м³. Оцените, чему равна напряжённость поля при электрическом разряде.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

1. В вашем распоряжении имеется металлический заряженный шарик на изолирующей ручке. Допустим, необходимо заряд шарика полностью передать электрометру, чтобы затем его измерить. Как это сделать? Проделайте соответствующий опыт. Снимите небольшой учебный фильм, в котором покажите и объясните результаты эксперимента одноклассникам.
2. Капельница Кельвина представляет собой пару жестяных банок, каждая из которых связана с металлической трубкой-индуктором, подвешенной над другой банкой. Через индукторы из верхнего сосуда в банки льются струйки воды, которые разделяются на капли рядом с индукторами. Спустя некоторое время одна пара жестяных банок заряжается положительно, а другая — отрицательно. Почему? Сконструируйте капельницу Кельвина и испытайте её в действии.
3. Проведите исследования разности потенциалов заряженного проводника относительно Земли с помощью электрометра и пробного шарика, соединённого с ним длинным гибким проводником. Сделайте вывод по результатам исследования, используя понятия разности потенциалов, напряжённости электростатического поля, поверхностной плотности зарядов, эквипотенциальной поверхности.

Примерные темы рефератов и проектов

1. Из истории открытия закона Кулона.
2. Влияние электростатических полей большой напряжённости на организм человека.
3. Электростатическая защита чувствительных измерительных приборов. Заземление.
4. Изучение устройства и принципа действия электростатического фильтра по очистке воздуха от пыли.

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ В ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТАХ ПО ФИЗИКЕ. Самым простым является вычисление погрешности прямого измерения. При оценке точности прямого измерения необходимо учитывать *случайную погрешность* и *погрешность средств измерения*.

Выполнив n измерений величины x при неизменных условиях опыта, получим её значения x_1, x_2, x_3 и т. д. Разброс значений физической величины является неизбежным и вызван тем, что любой человек допускает неточности при повторных измерениях. Наилучшим приближением к истинному значению величины x является среднее арифметическое измеренных значений:

$$x_{ср} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_i + \ldots + x_n}{n}.$$

С достаточной степенью точности можно считать случайной погрешностью величину среднего отклонения результатов от среднего арифметического значения:

$$\Delta x_{сл} = \frac{|x_{ср} - x_1| + |x_{ср} - x_2| + |x_{ср} - x_n|}{n},$$

где $x_{ср}$ — среднее значение измеренной величины; n — количество измерений одной и той же величины при одинаковых условиях.

Погрешность средств измерения (инструментальная погрешность) $\Delta x_{пр}$ — разность между показаниями прибора и истинным значением измеряемой величины.

Погрешность средств измерения является систематической, т. е. даёт отклонение измеренной величины от истинного значения в одну сторону, но мы не знаем, в какую именно. Все приборы позволяют проводить измерения с определённой точностью, абсолютно точных измерений не бывает! В приборах, у которых переход от одного значения к другому осуществляется скачком (стрелочный секундомер, весы с разновесами), инструментальная погрешность равна цене деления шкалы прибора.

Инструментальная погрешность приборов, снабжённых нониусом (штангенциркуль, микрометр), равна точности нониуса.

$$\textit{Точность нониуса} = \frac{\textit{цена деления основной шкалы}}{\textit{число делений нониуса}}.$$

Погрешности электроизмерительных стрелочных приборов рассчитываются по *классу точности*. Класс точности K определяется отношением абсолютной погрешности Δx измерения к используемому пределу прибора X_{max} и выражается в процентах.

$$K = \frac{\Delta x}{X_{max}} \cdot 100\% .$$

Следовательно, абсолютная погрешность измерения данным прибором рассчитывается по формуле:

$$\Delta x = \frac{K}{100} \cdot X_{max}.$$

Электроизмерительные приборы имеют восемь классов точности: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5: 4,0. Чем выше класс точности, тем меньше значение K и меньше погрешность измерения.

Обратите внимание, что погрешность измерения физических величин цифровыми приборами рассчитывается по формулам, представленным в паспорте прибора. Для других приборов с делениями (линейка, транспортир, термометр и т. п.) в качестве инструментальной погрешности принимается погрешность отсчёта, равная цене деления шкалы прибора.

Полная (результирующая) абсолютная погрешность прямого измерения рассчитывается по формуле:

$$\Delta x_{прям} = \Delta x_{пр} + \Delta x_{сл}.$$

Если $\Delta x_{сл} \ll \Delta x_{пр}$, то $\Delta x_{прям} \approx \Delta x_{пр}$.

Если случайная погрешность значительно больше приборной, то это говорит о том, что эксперимент проведён некачественно и следует ещё раз получить результаты. При этом необходимо увеличить число измерений, чтобы уменьшить случайную погрешность.

Если данная физическая величина измеряется один раз, то в качестве абсолютной погрешности прямых измерений используют инструментальную погрешность $\Delta x_{пр}$. При этом результат прямых измерений записывается в виде:

$$x = x_{ср} \pm \Delta x.$$

Вкратце рассмотрим вопрос о расчёте погрешностей измерения физических постоянных, табличных данных, данных установок. Табличные данные, физические постоянные считают точными величинами. В этом

Таблица 1

Формула определения физической величины A	Формула для расчёта относительной погрешности измерения ε
$A = BCD$	$\varepsilon = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta D}{D}$
$A = \frac{B}{CD}$	$\varepsilon = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta D}{D}$
$A = B + C$	$\varepsilon = \frac{\Delta B + \Delta C}{B + C}$
$A = B\sqrt{\frac{C}{D}}$	$\varepsilon = \frac{\Delta B}{B} + \frac{1}{2}\frac{\Delta C}{C} + \frac{1}{2}\frac{\Delta D}{D}$

случае значение данной величины подставляется в расчётную формулу с числом значащих цифр на одну больше, чем число значащих цифр в результатах прямых измерений. Если же табличные данные, данные установок определены с точностью, сопоставимой с результатом прямых измерений, то такие данные считаются приближёнными, и погрешность табличной величины принимают равной половине единицы младшего разряда используемого числа.

ПОГРЕШНОСТЬ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ. Результатом косвенных измерений является величина Y, рассчитанная по соответствующей формуле с использованием средних значений результатов прямых измерений. Формула для вычисления относительной погрешности косвенного измерения зависит от вида расчётной формулы для Y.

В таблице 1 приведены основные формулы, которые используют при обработке косвенных измерений физических величин. Буквами B, C, D обозначены величины, измеренные прямым способом, буквой A — результат некоторых алгебраических действий с величинами B, C, D. Таким образом, величина A — косвенно измеренная физическая величина.

Абсолютная погрешность косвенного измерения ΔY может быть рассчитана по формуле:

$$\Delta Y = Y\varepsilon_Y.$$

ПРАВИЛА ОКРУГЛЕНИЯ И ЗАПИСИ РЕЗУЛЬТАТА. Результат прямого или косвенного измерения должен быть округлён с учётом погрешности измерения: разряд последней значащей цифры результата должен совпадать с разрядом последней значащей цифры погрешности. Результат записывают с указанием погрешности, определяющей *доверительный интервал*:

$$Y = Y \pm \Delta Y.$$

Рис. 1

Приведём пример. В эксперименте была определена ёмкость конденсатора $C = 4{,}1435 \cdot 10^{-8}$ Ф и абсолютная погрешность $\Delta C = 1{,}23 \cdot 10^{-9}$ Ф. При записи результата представим значение величины и её погрешность в виде $X \cdot 10^{-8}$, т. е. с одинаковым показателем степени 10. Окончательный результат получим в виде:

$$C = (4{,}14 \pm 0{,}12) \cdot 10^{-8}\ \text{Ф}.$$

ПРАВИЛО СРАВНЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ. Пусть истинное значение измеряемой величины известно или в ходе исследования одна и та же величина определяется разными способами. Значения двух величин A и B считаются совпадающими, если их доверительные интервалы *перекрываются* (рис. 1).

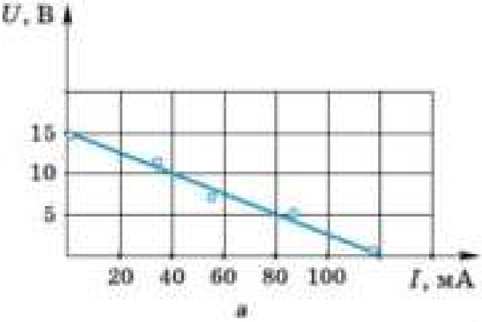
В этом случае выполняется соотношение:

$$|A - B| \leqslant \Delta A + \Delta B.$$

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ. НАХОЖДЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН ПО ГРАФИКУ. При изучении зависимости одной измеряемой величины от другой бывает удобно представить результаты в форме графика. Он позволяет получить общее качественное представление о характере зависимости, а также судить о том, соответствуют ли экспериментальные данные той или иной теоретической зависимости. На графиках можно обнаружить «выпадение» точек, которые характеризуют измерения, проведённые с грубыми погрешностями (*промахами*).

Графики следует строить на листах миллиметровой бумаги. Масштаб графика по обеим осям нужно выбирать так, чтобы предполагаемые зависимости обладали наибольшей наглядностью и заполняли большую часть графика. Стрелки на концах экспериментальных графиков не ставят (стрелки принято ставить лишь на иллюстрационных графиках качественного характера, построенных в произвольном масштабе). На концах осей (если на оси используется лишь интервал, то и в начале оси) нужно указать обозначение соответствующих физических величин и единицы измерений этих величин.

Учитывая, что миллиметровая бумага имеет очень мелкую сетку, оцифровывать нужно лишь деления крупной сетки. Допустимые значения, определяющие масштабы, следующие: 0, 1, 2, 3, ...; 0, 2, 4, 6, ...; 0, 5, 10, ... Эти значения могут быть умножены на $10^{\pm n}$. Не следует наносить на оси числовые значения величин, полученных в ходе опыта!



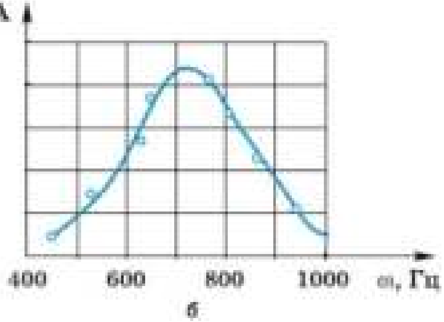


Рис. 2

Под графиком должно быть сделано пояснение или название. Возможные варианты графического представления результатов показаны на рисунках 2, *а*, *б*.

Часто графики строятся с целью нахождения различных физических величин. Проще всего это сделать, если искомая физическая величина является коэффициентом пропорциональности в линейной функции $y = kx + y_0$ (например, жёсткость пружины является коэффициентом пропорциональности между значениями силы упругости пружины и деформации). Рекомендуется следующая последовательность действий:

1) нанести на график точки, соответствующие измеренным значениям;

2) провести оптимальную прямую через эти точки таким образом, чтобы количество экспериментальных точек, расположенных выше и ниже оптимальной прямой, было примерно равным (рис. 3);

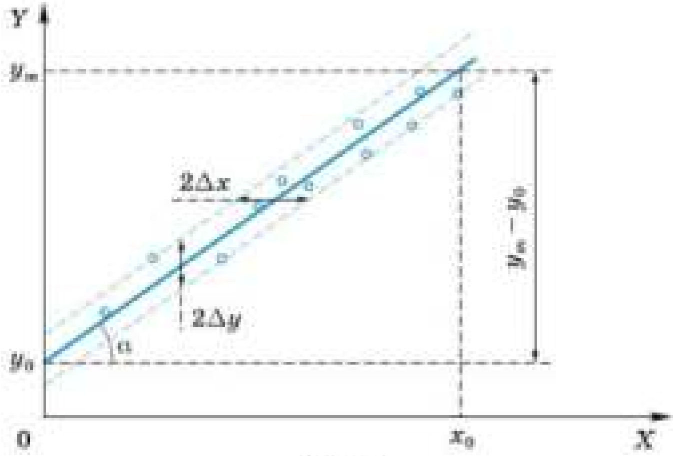


Рис. 3

3) ограничить полосу, в которой находятся точки, прямыми, параллельными оптимальной линии и проходящими через наиболее удалённые от оптимальной прямой точки (на рис. 3 они показаны штриховыми линиями);

4) определить тангенс наклона прямой по формуле

$k = \operatorname{tg} \alpha = \dfrac{y_m - y_0}{x_0}$ в соответствующих единицах измерения;

5) рассчитать погрешность искомой физической величины по формуле:

$$\varepsilon_k = \frac{\Delta y}{y_m} + \frac{\Delta x}{x_0}, \; \Delta k = k\varepsilon_k.$$

Абсолютные погрешности Δy и Δx определяются по графику (см. рис. 3) по расстояниям между вспомогательными линиями.

№ 1 ИССЛЕДОВАНИЕ РАВНОУСКОРЕННОГО ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ

Цель работы Установить соотношение между перемещениями, совершаемыми телом за чередующиеся один за другим равные промежутки времени при равноускоренном прямолинейном движении из состояния покоя.

Оборудование Жёлоб прямой, шарик, секундомер, стальной цилиндр (калориметрическое тело), рулетка, штатив.

Необходимые сведения

Объектом наблюдения является стальной шарик, скатывающийся по наклонному жёлобу. Экспериментальная установка для проведения работы показана на рисунке 4.

Рис. 4

Если шарик начинает движение из состояния покоя ($v_0 = 0$) и за первый интервал времени совершит перемещение s_1, за следующий такой же интервал времени — s_2, а затем s_3 и т. д., то справедливо соотношение:

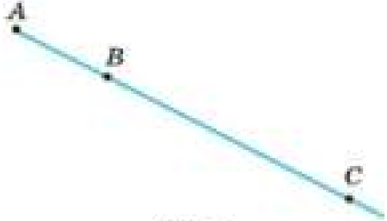


Рис. 5

$$s_1 : s_2 : s_3 : \ldots = 1 : 3 : 5 : \ldots . \quad (1)$$

Соотношение перемещений (1) выполняется только при движении тела по прямой с постоянным ускорением, поэтому является признаком равноускоренного прямолинейного движения.

Справедливо и обратное утверждение. Если отношения перемещений, совершённых телом на соседних участках траектории при движении с постоянным ускорением, относится как последовательный ряд нечётных чисел, то промежутки времени, за которые эти перемещения совершены, равны.

Например, если перемещение s_{AB} (рис. 5) совершено за время t_{AB}, а перемещение s_{BC} — за время t_{BC}, причём $s_{AB} : s_{BC} = 1 : 3$, то $t_{AB} = t_{BC}$ и, следовательно,

$$t_{AC} = 2t_{AB}. \quad (2)$$

Равенство (2) и проверяется в эксперименте.

Подготовка к работе

1. Докажите справедливость соотношения (1).
2. Укажите факторы, которые могут повлиять на значение относительной погрешности измерения времени в данном эксперименте. Предложите способы уменьшения их влияния.
3. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

Номер опыта										
t_{AB}, с										
t_{AC}, с										

1. Закрепите жёлоб в наклонном положении, как показано на рисунке 4. Отрегулируйте наклон так, чтобы время скатывания шарика было как можно большим.
2. Поместите на нижний конец жёлоба цилиндр. Нанесите карандашом на жёлобе метку напротив того основания цилиндра, о которое ударится шарик, скатившись по жёлобу (на рис. 5 — метка C).
3. Поместите шарик и цилиндр на верхний конец жёлоба. Цилиндр должен располагаться ниже шарика. Нанесите карандашом на жёлобе метку напротив основания цилиндра, которого касается шарик (на рис. 5 — метка A).
4. Измерьте рулеткой расстояние L между метками A и C. Разделите полученное значение на четыре. Нанесите на жёлоб третью метку на расстоянии, равном $\frac{L}{4}$ от верхней (на рис. 5 — метка B).
5. Удерживая одной рукой шарик возле метки A, другой рукой переместите цилиндр к метке B.
6. Отпустите шарик и одновременно включите секундомер. В момент удара шарика о цилиндр секундомер выключите и определите время t_{AB} движения шарика на участке AB.
7. Повторите опыт 8—10 раз, каждый раз измеряя и записывая значения времени t_{AB} и t_{AC} движения шарика.
8. Вычислите среднее время $t_{AB\text{ ср}}$ и $t_{AC\text{ ср}}$ движения шарика.
9. Запишите время t_{AB} движения шарика с учётом погрешности измерения: $t_{AB} = t_{AB\text{ ср}} \pm \Delta t$.
10. Вычислите и запишите с учётом погрешности измерения значение величины $2t_{AB}$.
11. Запишите время t_{AC} движения шарика с учётом погрешности измерения: $t_{AC} = t_{AC\text{ ср}} \pm \Delta t$.
12. Используя правило сравнения результатов, установите, перекрываются ли интервалы возможных значений величин $2t_{AB}$ и t_{AC}. Сделайте вывод о справедливости выражения (2).

№ 2 ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ГОРИЗОНТАЛЬНО

Цель работы Освоить способ определения начальной скорости тела, брошенного горизонтально, по высоте броска и дальности полёта.

Оборудование Штатив с муфтой и лапкой, жёлоб дугообразный, шарик стальной, металлический цилиндр (калориметрическое тело), листы белой и копировальной бумаги, рулетка, скотч.

Необходимые сведения

Экспериментальная установка для проведения работы показана на рисунке 6. Объектом исследования является движение шарика, который скатывается с дугообразного жёлоба, закреплённого на некоторой высоте над столом.

Если шарик бросить горизонтально, его полёт можно рассматривать как два независимых движения: равномерное по горизонтали и равноускоренное по вертикали. Скорость равномерного движения v равна начальной скорости полёта v_0. Время этих движений одинаково, причём по горизонтали $t_г = \frac{s}{v}$, а по вертикали $t_в = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. Учитывая, что $t_г = t_в$ и $v = v_0$, можно получить формулу для определения начальной скорости шарика v_0:

$$v_0 = s\sqrt{\frac{g}{2H}}, \quad (1)$$

s — расстояние по горизонтали, которое пролетит шарик; H — высота, на которой произошёл отрыв шарика от жёлоба.

Рис. 6

Подготовка к работе

1. Выведите формулу (1).
2. Укажите, какие величины подлежат прямым измерениям при выполнении опыта. С помощью каких приборов их можно измерить?

3. Запишите формулы для определения относительной и абсолютной погрешностей измерения начальной скорости шарика.
4. Укажите факторы, которые могут повлиять на точность результата. Предложите способы уменьшения их влияния.
5. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

Номер опыта	H, 10^{-3} м	s, 10^{-3} м	$s_{ср}$, 10^{-3} м	v_0, м/с

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Закрепите, используя детали штатива, жёлоб так, чтобы его отогнутая часть располагалась строго горизонтально на высоте 25—30 см над столом.
2. Прикрепите скотчем к верхней части жёлоба цилиндр, который будет определять точку пуска шарика.
3. Нанесите на столе карандашом метку точно под нижним концом жёлоба, используя угольник (или самодельный отвес в виде гайки с привязанной нитью).
4. Измерьте высоту H нижнего конца жёлоба с учётом погрешности измерения.
5. Проведите пробный пуск шарика, приложив его к нижнему основанию цилиндра, закреплённого на жёлобе, и отпустив без толчка.
6. Положите на место падения шарика на стол лист бумаги, накройте его копировальной бумагой и прикрепите к столу скотчем.
7. Проведите серию пусков шарика, прикладывая его каждый раз вплотную к цилиндру.
8. Измерьте по меткам на бумаге расстояние s, которое шарик пролетал над столом при каждом пуске.
9. Вычислите среднее значение $s_{ср}$.

10. Вычислите значение начальной скорости шарика $v_{0\,выч}$ по формуле (1).

11. Вычислите значение абсолютной погрешности измерения Δv_0.

12. Запишите значение начальной скорости с учётом погрешности измерения: $v_0 = v_{0\,выч} \pm \Delta v_0$.

Дополнительные задания

Задание 1.

- Измените высоту H жёлоба над столом. Проведите вторую серию пусков шарика и определите начальную скорость v_0 шарика.
- Сделайте вывод, зависит ли скорость шарика от высоты его броска.

Задание 2.

- Используя метод определения начальной скорости, использованный в данной работе, предложите способ измерения скорости шарика, катящегося по поверхности стола.

№ 3 ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА ПО ОКРУЖНОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ УПРУГОСТИ И ТЯЖЕСТИ

Цель работы Экспериментально проверить утверждение о том, что ускорение, получаемое телом в результате одновременного действия на него нескольких сил, равно отношению модуля равнодействующей этих сил к массе тела.

Оборудование Груз с крючком, катушка с нитью, динамометр, секундомер, лента измерительная, штатив с муфтой и лапкой, весы, лист бумаги.

Необходимые сведения

Если груз, подвешенный на нити, отклонить от положения равновесия и толкнуть в сторону, он станет вращаться с постоянной скоростью вокруг вертикальной оси, описывая в горизонтальной плоскости окружность. При этом на него одновременно действуют сила тяжести и сила упругости нити, равнодействующая которых $\vec{F}_р$ направлена к центру окружности. Под действием этих сил груз получает ускорение, направленное также к центру окружности — центростремительное ускорение $\vec{a}$.

На основании второго закона Ньютона

$$a = \frac{F_p}{m}. \qquad (1)$$

Выражение (1) экспериментально проверяется в работе.

Модуль центростремительного ускорения определяют, используя формулу

$$a = \frac{v^2}{R},$$

где v — скорость вращения груза; R — радиус окружности.

Для того чтобы определить скорость v, достаточно знать длину окружности $L = 2\pi R$ и время t, в течение которого груз совершит несколько полных оборотов N: $v = \frac{LN}{t} = \frac{2\pi RN}{t}$.

Тогда

$$a = \frac{4\pi^2 RN^2}{t^2}. \qquad (2)$$

Модуль равнодействующей сил F_p и массу груза m измеряют соответственно с помощью динамометра и весов.

Подготовка к работе

1. Укажите, какие физические величины подлежат прямому измерению при определении центростремительного ускорения. Какие приборы необходимы для их измерения?
2. Определите и запишите значения погрешностей отсчёта секундомера, измерительной ленты и динамометра.
3. Запишите выражения для определения абсолютных погрешностей измерения Δa, используя формулы (1) и (2).
4. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

N	t, с	Δt, с	R, м	ΔR, м	m, кг	Δm, кг	F_p, Н	ΔF_p, Н

5. Ответьте на следующие вопросы.
   - Почему подвес груза должен иметь как можно большую длину?
   - Почему радиус окружности, по которой будет вращаться груз, не следует делать слишком большим?
   - Почему число оборотов груза ограничивают 10—15?

Рис. 7

1. Измерьте массу груза m с помощью весов.
2. Закрепите на верхнем конце стержня штатива лапку. Подвесьте к ней груз. Высота груза над столом не должна превышать 5—10 мм.
3. Под груз подложите лист бумаги, на котором начерчена окружность. Неподвижный груз должен висеть точно над её центром.
4. Отклоните груз до линии круга и слегка толкните вдоль касательной к окружности. Проведите несколько пробных пусков и определите силу и направление толчка, после которого центр груза вращался бы точно над окружностью.
5. Измерьте время t, за которое груз совершит 10—15 полных оборотов N.
6. Измерьте радиус окружности R.
7. Вычислите по формуле (2) значение центростремительного ускорения $a_{\text{выч}}$.
8. Запишите в таблицу абсолютные погрешности измерения времени вращения Δt, радиуса окружности ΔR, массы груза Δm.
9. Определите значение абсолютной погрешности измерения Δa.
10. Запишите значение центростремительного ускорения a с учётом погрешности измерения: $a = a_{\text{выч}} \pm \Delta a$.
11. Измерьте динамометром равнодействующую сил, действовавших на груз при вращении. Для этого динамометр сцепляют с грузом и отводят в сторону, как показано на рисунке 7, так, чтобы центр груза оказался над линией окружности.
12. Запишите в таблицу значение абсолютной погрешности измерения равнодействующей сил $\Delta F_{\text{р}}$.
13. Вычислите отношение $\dfrac{F_{\text{р}}}{m_{\text{выч}}}$.
14. Определите значение абсолютной погрешности измерения $\dfrac{\Delta F_{\text{р}}}{m}$.
15. Запишите значение $\dfrac{F_{\text{р}}}{m}$ с учётом абсолютной погрешности измерения: $\dfrac{F_{\text{р}}}{m} = \dfrac{F_{\text{р}}}{m_{\text{выч}}} \pm \dfrac{\Delta F_{\text{р}}}{m}$.

16. Установите, перекрываются ли интервалы возможных значений ускорения a, вычисленные двумя способами. Сделайте вывод о справедливости утверждения, сформулированного в рубрике «Цель работы».

№ 4 ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ВЕСА ТЕЛА ПРИ ЕГО ДВИЖЕНИИ С УСКОРЕНИЕМ

Цель работы Экспериментально доказать утверждение о том, что при движении тела с ускорением, направленным вверх, его вес увеличивается.

Оборудование Груз массой 100 г, динамометр, штатив с муфтой и лапкой, нить.

Необходимые сведения

Объектом изучения является груз, подвешенный с помощью нити к динамометру. Если груз неподвижен, динамометр показывает его вес $P_0 = mg$. Но если у груза появится ускорение $\vec{a}$, направленное вверх, его вес изменится на величину $m\vec{a}$. При этом модуль веса станет равным

$$P = m(g + a). \qquad (1)$$

Грузу сообщают ускорение, отклонив его в сторону, пока нить не займёт горизонтальное положение, но останется натянутой. После этого нить отпускают. Отпущенный груз движется по дуге окружности в вертикальной плоскости. При прохождении положения равновесия центростремительное ускорение груза направлено вверх и равно $a = \frac{v^2}{R}$.

Значение ускорения a определяют, используя закон сохранения механической энергии. При отклонении груза в сторону он получает запас потенциальной энергии mgL, где L — длина подвеса (точнее расстояние от центра груза до точки крепления подвеса к динамометру). В момент прохождения положения равновесия эта энергия перейдёт в кинетическую энергию груза $\frac{mv^2}{2}$.

Поскольку

$$mgL = \frac{mv^2}{2}, \text{ то } v^2 = 2gL.$$

С учётом того, что $R = L$, центростремительное ускорение

$$a = 2g. \qquad (2)$$

После подстановки выражения (2) в формулу (1) следует, что вес отклонённого груза при прохождении им положения равновесия должен увеличиться в 3 раза:

$$P = m(g + 2g) = 3mg = 3P_0. \qquad (3)$$

Следствие (3) и проверяется в работе.

Подготовка к работе

1. Выведите формулу (1).
2. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

Номер опыта	P_0, Н	P, Н	$P_{ср}$, Н	$P_{ср}/P_0$	ε, %

3. Ответьте на следующие вопросы.
   - Какие факторы могут повлиять на точность измерений? Как можно уменьшить их влияние?
   - Зависит ли следствие (3) от массы груза?
   - На какой угол следует отклонить подвес, чтобы вес груза в нижней точке траектории увеличился в 2 раза?

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Закрепите в лапке штатива вертикально динамометр так, чтобы он выступал на 5—7 см за пределы рабочей поверхности стола.
2. Изготовьте из нити подвес длиной 50—60 см.
3. Подвесьте к динамометру груз массой 100 г.
4. Измерьте вес P_0 покоящегося груза.
5. Отклоните груз в сторону так, чтобы нить приняла горизонтальное положение и не провисала.
6. Отпустите груз и определите показание динамометра P в момент прохождения грузом нижней точки траектории.
7. Повторите пуски груза 8—10 раз, каждый раз записывая показания динамометра.

8. Вычислите среднее значение веса груза $P_{ср}$ при прохождении им нижней точки траектории.
9. Вычислите отношение $P_{ср}/P_0$.
10. Оцените степень расхождения результата (относительную погрешность измерения) ε, полученного экспериментально, с тем, который получен теоретически:

$$\varepsilon = \frac{\left|\frac{P_{ср}}{P_0} - 3\right|}{3} \cdot 100\%.$$

Дополнительное задание

Вычислите высоту, на которой должен находиться груз относительно положения равновесия в момент пуска, чтобы в нижней точке траектории его вес увеличился в 2 раза. Проверьте результат экспериментально.

№ 5 ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

Цель работы Освоить приём определения коэффициента трения скольжения и исследовать зависимость коэффициента трения скольжения от материала и состояния поверхностей взаимодействующих тел.

Оборудование Трибометр, груз массой 100 г (3 шт.), динамометр.

Необходимые сведения

В данной работе используется зависимость силы трения от коэффициента трения скольжения μ и силы нормального давления N:

$$F_{тр} = \mu N.$$

Если тело движется по горизонтальной поверхности, то сила нормального давления тела на поверхность равна по модулю его весу P:

$$N = P, \text{ а } F_{тр} = \mu P.$$

Следовательно, коэффициент трения скольжения можно определить, если измерить модули силы трения и веса тела:

$$\mu = \frac{F_{тр}}{P}. \qquad (1)$$

Рис. 8

Экспериментальная установка для проведения работы показана на рисунке 8.

Подготовка к работе

1. Укажите, какие физические величины подлежат прямому измерению при определении коэффициента трения скольжения. Какой измерительный прибор используется для их измерения?
2. Определите и запишите абсолютную погрешность отсчёта по шкале динамометра.
3. Запишите формулу для определения абсолютной погрешности измерения $\Delta\mu$.
4. Как, используя динамометр, измерить вес бруска с грузами?
5. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

Взаимодействующие материалы	P, Н	ΔP, Н	$F_{тр}$, Н	$\Delta F_{тр}$, Н	μ	$\Delta\mu$
Дерево — дерево						
Дерево — материя						
Дерево — бумага глянцевая						
Дерево — бумага упаковочная						

6. Ответьте на следующие вопросы.
   - Какой вид трения исследуется в данной работе?
   - Почему при измерении силы трения брусок должен двигаться равномерно и прикладываемая к динамометру сила должна быть направлена горизонтально?

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Измерьте модуль веса P бруска с грузами с учётом погрешности измерения.
2. Положите брусок вблизи одного из концов рейки трибометра и прикрепите к нему динамометр. Потянув за динамометр, добейтесь равномерного движения бруска по рейке. Измерьте силу трения $F_{тр}$.
3. Вычислите значение коэффициента трения скольжения $\mu_{выч}$ по формуле (1).
4. Вычислите абсолютную погрешность измерения $\Delta\mu$.
5. Запишите значение μ с учётом абсолютной погрешности измерения: $\mu = \mu_{выч} \pm \Delta\mu$.
6. Запишите полученное значение коэффициента трения скольжения в строку «дерево — дерево» таблицы.
7. Повторите опыт, заменяя поочерёдно деревянную рейку трибометра отрезком материи, глянцевой бумаги и упаковочной бумаги.
8. Сравните полученные в опытах значения μ и сделайте вывод о зависимости этой величины от материала и состояния поверхностей взаимодействующих тел.

№ 6 ИЗУЧЕНИЕ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Цель работы Проверить утверждение о том, что произведение объёма данной массы газа и его давления сохраняется в любых равновесных термодинамических состояниях, если температура газа не меняется.

Оборудование Набор «Изотерма» (эластичная прозрачная трубка с краном на одном конце и двумя индикаторными кольцами), шприц, лента измерительная, штатив с двумя муфтами и лапками, стакан с отфильтрованной водой комнатной температуры, барометр-анероид (один на кабинет).

Необходимые сведения

Основным элементом экспериментальной установки является прозрачная гибкая трубка с краном на конце и частично заполненная водой (рис. 9).

Опыт проводят следующим образом. Конец трубки с краном и кольцами длиной примерно 50 см закрепляют вертикально в штативе с помощью лапок. Кран открывают. Удерживая оба

Рис. 9

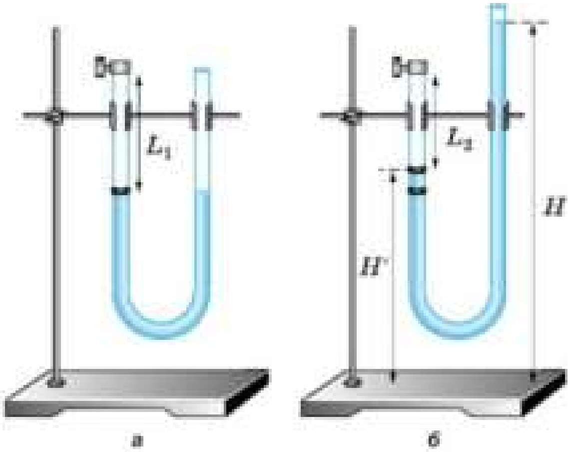


Рис. 10

конца трубки на одной высоте, в неё заливают шприцем воду, пока её уровень не окажется на расстоянии 20—25 см от концов трубки (рис. 10, *а*). Затем свободный конец трубки опускают, пока уровень воды в нём не дойдёт 3—5 см до конца. Удерживая трубку в этом положении, кран закрывают.

Объектом изучения является воздух между краном и водой. В исходном состоянии его объём V_1 определяется расстоянием L_1 от крана до поверхности воды: $V_1 = L_1 S$ (S — площадь сечения трубки), а давление p_1 равно атмосферному давлению (определяют барометром-анероидом):

$$p_1 = p_{атм}. \tag{1}$$

Отметив нижним кольцом уровень воды в закреплённом колене, воздух переводят в состояние с другими параметрами, подняв свободный конец трубки на максимально возможную высоту (рис. 10, *б*). В новом состоянии давление воздуха p_2 увеличится за счёт гидростатического давления воды, возникающего из-за разности уровней воды в коленах трубки:

$$p_2 = p_{атм} + \rho g h, \tag{2}$$

где ρ — плотность воды; g — ускорение свободного падения; h — разность уровней воды ($h = H - H'$).

Объём воздуха уменьшится до значения V_2. Его можно определить по расстоянию L_2 от крана до верхнего кольца.

Удерживая поднятый конец трубки, измеряют измерительной лентой высоту H уровня воды в поднятом колене относительно поверхности стола и отмечают вторым кольцом новый уровень воды в закреплённом колене. Затем свободный конец опускают в стакан, открывают кран и сливают воду.

По закону Бойля — Мариотта

$$p_1V_1 = p_2V_2. \qquad (3)$$

Так как объём воздуха в трубке $V = LS$ и площадь сечения трубки по всей длине одинакова, то соотношение (3) можно представить в виде: $p_1L_1 = p_2L_2$, а с учётом формул (1) и (2):

$$p_{атм}L_1 = (p_{атм} + \rho gh)L_2. \qquad (4)$$

Равенство (4) и проверяется в работе.

Подготовка к работе

1. Ответьте на следующие вопросы.
   - Какие физические величины подлежат прямому измерению? С помощью каких приборов их можно измерить?
   - Какими будут допустимые погрешности измерений?
   - Почему при отсчёте показаний барометра-анероида следует слегка постучать по его корпусу?
   - Почему при проведении опыта используют воду комнатной температуры?
2. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

H, 10^{-3} м	H', 10^{-3} м	L_1, 10^{-3} м	L_2, 10^{-3} м	h, 10^{-3} м	$p_{атм}$, Па

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Измерьте атмосферное давление $p_{атм}$.
2. Измерьте высоту H уровня воды над столом в поднятом колене трубки (см. рис. 10, *б*). В п. 2—5 значения записываются с учётом абсолютной погрешностей измерений.
3. Измерьте расстояние L_1 от крана до нижнего кольца.
4. Измерьте расстояние L_2 от крана до верхнего кольца.
5. Измерьте высоту над столом верхнего кольца H'.
6. Вычислите значение разности h уровня воды в коленах трубки по формуле: $h = H - H'$.
7. Проверьте, выполняется ли равенство (4), используя полученные данные.
8. Вычислите значения произведения $(p_{атм}L_1)_{выч}$ и $\Delta(p_{атм}L_1)$.

9. Запишите значение левой части равенства (4) в виде:

$$p_{атм}L_1 = (p_{атм}L_1)_{выч} \pm \Delta(p_{атм}L_1).$$

10. Вычислите значения произведения $((p_{атм} + \rho gh)L_2)_{выч}$ и $\Delta(p_{атм} + \rho gh)L_2)$.

11. Запишите значение правой части равенства (4) в виде:

$$(p_{атм} + \rho gh)L_2 = ((p_{атм} + \rho gh)L_2)_{выч} \pm \Delta(p_{атм} + \rho gh)L_2).$$

12. Установите, перекрываются ли интервалы возможных значений величин, стоящих в левой и правой частях равенства (4). Сделайте вывод о справедливости утверждения, сформулированного в рубрике «Цель работы».

№ 7 ИЗУЧЕНИЕ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Цель работы Экспериментально проверить утверждение о том, что для определённого количества любого газа отношение произведения значений давления на объём к температуре остаётся постоянным при любых изменениях этих параметров в равновесных термодинамических состояниях.

Оборудование Прозрачная гибкая трубка с кранами из набора «Газовые законы», калориметр, рулетка, термометр лабораторный, штатив с двумя лапками и муфтами, барометр-анероид (один на класс).

Необходимые сведения

Объектом наблюдения является воздух в прозрачной трубке, концы которой закрыты кранами. Первое состояние воздуха получают при нагревании. Для этого один кран трубки закрывают, а второй — оставляют открытым. Трубку полностью укладывают виток к витку во внешний стакан калориметра и заливают тёплой водой так, чтобы открытый кран погрузился не более чем на 5—10 мм. Воздух в трубке из-за нагревания станет расширяться и из крана пойдут пузырьки. Как только воздух нагреется до температуры тёплой воды, их образование прекратится и кран закрывают. Температуру воздуха T_1 определяют по температуре воды в калориметре. Объём V_1 воздуха равен объёму внутренней полости трубки, а давление p_1 равно атмосферному, поскольку давление воды над краном можно не учитывать.

Во второе состояние воздух переводят охлаждением и сжатием. Тёплую воду в калориметре заменяют водой комнатной температуры, и верхний кран трубки открывают. Спустя 1—2 мин воздух остынет, его объём уменьшится и в трубку втянется некоторое количество воды. Затем кран опять закрывают и трубку извлекают из калориметра. Конец трубки с водой закрепляют вертикально лапками штатива, но так, чтобы внутренний канал трубки не пережимался. Верхний кран открывают и наблюдают сжатие воздуха под действием водяного столба.

Во втором состоянии давление воздуха p_2 равно сумме атмосферного давления $p_{атм}$ и давления водяного столба в трубке $p_в$. Объём воздуха равен V_2. Температура T_2 воздуха равна комнатной. Объём воздуха измеряют в единицах длины воздушного столба.

Общий вид установки на завершающем этапе опыта показан на рисунке 11.

Рис. 11

Подготовка к работе

1. Обоснуйте возможность измерения объёма воздуха внутри трубки по длине части трубки, которую он занимает.
2. Запишите формулу для расчёта абсолютной погрешности измерения $\Delta\left(\frac{pL}{T}\right)$.
3. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

L_1, м	t_1, °С	T_1, К	p_1, Па	$h_в$, м	L_2, м	$p_в$, Па	p_2, Па	t_2, °С	T_2, К	$\frac{p_1L_1}{T_1}$	$\frac{p_2L_2}{T_2}$

4. Ответьте на следующие вопросы.
   - Почему при охлаждении газа используют воду комнатной температуры, а не более холодную?
   - Почему, перед тем как извлечь трубку из холодной воды, необходимо подождать 1—2 мин?
   - Как и почему значение температуры тёплой воды влияет на погрешности измерения параметров воздуха?

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Измерьте барометром-анероидом атмосферное давление $p_{атм}$.
2. Измерьте длину L_1 внутренней полости трубки.

3. Закройте один кран, уложите трубку в калориметр закрытым краном вниз. Налейте в калориметр воду с температурой 55—60 °C так, чтобы её уровень был на 3—5 мм выше открытого крана. Дождитесь установления теплового равновесия.
4. Измерьте температуру t_1 воздуха в трубке.
5. Закройте верхний кран, замените воду в калориметре, откройте кран на 1—2 мин и наблюдайте за всасыванием воды в трубку.
6. Измерьте температуру t_2 охлаждённого воздуха.
7. Закройте кран, извлеките трубку из калориметра, встряхните её и закрепите конец трубки с водой вертикально в штативе, как показано на рисунке 11.
8. Откройте верхний кран. Измерьте высоту $h_в$ столба воды в трубке.
9. Измерьте длину L_2 воздушного столба после охлаждения и сжатия.
10. Вычислите давление воды $p_в = \rho g h_в$.
11. Вычислите давление p_2 воздуха в трубке после сжатия: $p_2 = p_{атм} + p_в$.
12. Переведите значения температур t_1 и t_2 в кельвины — T_1 и T_2.
13. Проверьте, выполняется ли равенство $\frac{p_1 L_1}{T_1} = \frac{p_2 L_2}{T_2}$, используя полученные данные.
14. Вычислите значения отношений $(p_1L_1/T_1)_{выч}$ и $(p_2L_2/T_2)_{выч}$ и их абсолютные погрешности измерения $\Delta(p_1L_1/T_1)$ и $\Delta(p_2L_2/T_2)$.
15. Запишите результаты вычислений p_1L_1/T_1 и p_2L_2/T_2 в виде:

$$p_1L_1/T_1 = (p_1L_1/T_1)_{выч} \pm \Delta(p_1L_1/T_1),$$
$$p_2L_2/T_2 = (p_2L_2/T_2)_{выч} \pm \Delta(p_2L_2/T_2).$$

16. Определите, перекрываются ли интервалы возможных значений отношений параметров воздуха в двух равновесных термодинамических состояниях. Сделайте вывод о справедливости утверждения, сформулированного в рубрике «Цель работы».

№ 8 ИЗМЕРЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА

Цель работы Освоить метод измерения относительной влажности воздуха с помощью психрометра.

Оборудование Термометр лабораторный, стакан с водой комнатной температуры, психрометрическая таблица, кусочек марли, нитка.

Необходимые сведения

Опыт проводят с самодельной моделью психрометра. Принцип действия прибора основан на явлении охлаждения жидкости при её испарении. Основными частями прибора являются два термометра. Один из них измеряет температуру окружающего воздуха, а у другого — резервуар со спиртом окружён матерчатым чехлом, конец которого смачивается водой. Чем меньше водяного пара содержится в окружающем воздухе, тем интенсивнее идёт испарение и тем меньшую температуру показывает термометр с влажной тканью. Зная разность показаний «сухого» и «влажного» термометров, по психрометрической таблице определяют относительную влажность воздуха.

Подготовка к работе

1. Ответьте на следующие вопросы.
   - Как изменится разность показаний термометров психрометра, если температура в помещении понизится, а абсолютная влажность останется прежней?
   - Может ли относительная влажность увеличиваться при уменьшении абсолютной влажности?
   - Каким может быть предельное значение относительной влажности воздуха?
   - Могут ли в ходе опытов температуры «сухого» и «влажного» термометров оказаться одинаковыми?
   - Может ли температура «влажного» термометра оказаться выше, чем температура «сухого» термометра?
2. Изучите психрометрическую таблицу и укажите в ней колонку, где приведены возможные значения температуры воздуха. Обратите внимание на то, с каким интервалом приведены эти значения. Укажите, с каким интервалом приведены в таблице значения разности температур «сухого» и «влажного» термометров. Чему равно предельное значение этой разницы?
3. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

Номер опыта	t, °C	$t_{вл}$, °C	Δt, °C	φ, %	$\varphi_{ср}$, %

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Измерьте температуру t воздуха в классе.
2. Опустите термометр в воду и убедитесь, что она имеет комнатную температуру.
3. Оберните резервуар термометра со спиртом кусочком марли и закрепите его ниткой.
4. Смочите марлю водой из стакана и наблюдайте за изменениями показаний термометра. Запишите его показание $t_{вл}$ в тот момент, когда столбик спирта перестанет опускаться.
5. Вычислите разность температур $\Delta t = t - t_{вл}$ и с помощью психрометрической таблицы определите относительную влажность φ воздуха в классе.
6. Повторите опыт 3—4 раза и определите среднее значение $\varphi_{ср}$.
7. При наличии в классе гигрометра определите относительную влажность $\varphi_{гигр}$ воздуха по его показаниям.
8. Вычислите относительную погрешность измерений ε по формуле:

$$\varepsilon = \frac{|\varphi_{гигр} - \varphi_{ср}|}{\varphi_{гигр}} \cdot 100\% .$$

№ 9 ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ И УДЕЛЬНОЙ ТЕПЛОТЫ ПЛАВЛЕНИЯ ВЕЩЕСТВА

Цель работы Освоить метод измерения температуры кристаллизации и удельной теплоты плавления по графику зависимости температуры от времени при отвердевании кристаллического вещества.

Оборудование Пробирка с парафином из набора «Кристаллизация», термометр лабораторный, стакан с горячей водой, секундомер, штатив.

Необходимые сведения

Удельной теплотой плавления λ называют отношение количества теплоты, полученного телом при плавлении Q, к массе вещества m.

В процессе кристаллизации вещества это же количество теплоты будет отдано окружающим телам:

$$Q_{кр} = \lambda m. \tag{1}$$

При охлаждении расплавленного вещества его температура постепенно понижается до температуры кристаллизации, затем, пока происходит кристаллизация, она не изменяется, а затем опять понижается.

Если условия охлаждения не меняются, то тепловая мощность p, или скорость теплообмена $\left(\text{количество теплоты } Q\text{, отдаваемое за единицу времени } t \text{ при теплообмене: } p = \dfrac{Q}{t}\right)$, остаётся постоянной и не зависит от того, в каком агрегатном состоянии находится тело. Иначе говоря, можно записать:

$$p = \frac{Q_{кр}}{t_{кр}} = \frac{Q_{охл}}{t_{охл}}, \tag{2}$$

где $t_{кр}$ — время кристаллизации; $Q_{охл}$ — количество теплоты, отданное телом при охлаждении до температуры кристаллизации; $t_{охл}$ — время, в течение которого тело остывало до начала кристаллизации. Причём

$$Q_{охл} = cm\Delta T, \tag{3}$$

где c — удельная теплоёмкость расплавленного вещества; m — масса вещества; ΔT — изменение температуры вещества до начала кристаллизации.

На основе равенства (2) можно получить метод измерения удельной теплоты плавления λ вещества. Подставляя в равенство (2) выражения (1) и (3) и сокращая на m, запишем $\dfrac{\lambda}{t_{кр}} = \dfrac{c\Delta T}{t_{охл}}$. Отсюда

$$\lambda = \frac{t_{кр} c\Delta T}{t_{охл}}. \tag{4}$$

Итак, для определения λ при постоянной скорости теплообмена достаточно знать изменение температуры вещества до начала кристаллизации ΔT, время, в течение которого она менялась, $t_{охл}$ и время, в течение которого происходила кристаллизация, $t_{кр}$.

Эти данные можно получить, построив график изменения температуры остывающего расплавленного вещества от времени. Кроме того, потребуется значение удельной теплоёмкости расплавленного вещества из справочника.

Подготовка к работе

1. Ответьте на следующие вопросы.
   - Как по виду графика зависимости температуры от времени доказать, что процесс охлаждения и кристаллизации происходил при постоянной скорости теплообмена с окружающей средой?
   - Как по виду этого графика определить температуру кристаллизации вещества?

2. Подготовьте таблицу для записи результатов измерений.

t, мин										
T, °C										

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Поместите пробирку с парафином в воду с температурой 70—75 °C и подождите, пока всё вещество не расплавится.
2. Внесите в расплавленное вещество термометр. Измерьте температуру парафина и начните отсчёт времени. Записывайте показания термометра T через каждые 1 мин, пока температура не понизится до 50 °C.
3. Постройте график зависимости температуры остывающего расплавленного парафина от времени.
4. Определите по графику время $\Delta t_{\text{охл}}$, в течение которого расплавленный парафин остывал до начала кристаллизации, а также время $\Delta t_{\text{кр}}$, на протяжении которого происходил процесс кристаллизации.
5. Найдите по графику температуру кристаллизации парафина.
6. Определите изменение температуры вещества ΔT с момента начала измерений до начала кристаллизации.
7. Вычислите по формуле (4) удельную теплоту плавления парафина λ. Удельная теплоёмкость парафина c в жидком состоянии составляет 2500 Дж/(кг · °C).
8. Используя справочные данные, запишите значение удельной теплоты плавления $\lambda_{\text{табл}}$ парафина.
9. Определите относительную погрешность измерения ε по формуле:

$$\varepsilon = \frac{|\lambda_{\text{табл}} - \lambda|}{\lambda} \cdot 100\%.$$

№ 10 ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЁМКОСТИ КОНДЕНСАТОРА

Цель работы Освоить метод измерения ёмкости конденсатора с помощью вольтметра.

Оборудование Магазин ёмкостей лабораторный (конденсатор 4700 мкФ), мультиметр, секундомер, резистор сопротивлением 20—25 кОм, выпрямитель лабораторный, ключ, соединительные провода.

Необходимые сведения

Ёмкость конденсатора C можно измерить, если определить модуль заряда на его пластинах Q и напряжение U между ними.

Для того чтобы конденсатор зарядился, его необходимо подключить к источнику постоянного напряжения. Пока конденсатор заряжается, в цепи будет протекать электрический ток. Так как сила тока — это заряд, протекающий в проводнике за единицу времени, то величину заряда пластин конденсатора можно определить, умножив силу тока I на время t. Поскольку с увеличением заряда пластин сила тока будет меняться, то для определения полного заряда, который получит конденсатор при зарядке, время зарядки делят на малые интервалы Δt, на протяжении которых силу тока I можно считать постоянной.

Величина заряда Δq, на которую изменится заряд конденсатора за интервал Δt, определяется по формуле $\Delta q = I\Delta t$. Тогда полный заряд Q конденсатора можно определить, просуммировав все значения Δq:

$$Q = \Delta q_1 + \Delta q_2 + ... + \Delta q_n. \quad (2)$$

Подготовка к работе

- Настройте мультиметр для измерения постоянного напряжения до 20 В.
- Укажите, в каких единицах измеряют ёмкости конденсаторов. Какая существует связь между ними?
- Рассмотрите внимательно надписи на корпусе конденсатора, который предполагается использовать в работе. Обратите внимание на номинальное значение ёмкости, допуск (интервал) значений, в пределах которого может находиться её реальное значение, предельно допустимое рабочее напряжение, полярность выводов.

• Подготовьте таблицу для записи результатов измерений и вычислений.

t, с														
U, В														
I, А														
Δq, Кл														

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Разрядите конденсатор, замкнув на небольшой промежуток времени его выводы проводником.
2. Соберите электрическую цепь, учитывая полярность подключения выводов конденсатора. В качестве вольтметра используйте мультиметр.
3. Замкните ключ и одновременно включите секундомер. Записывайте через каждые 15 с показания вольтметра на протяжении 5 мин.
4. Разомкните ключ через 5 мин после начала опыта.
5. Отключите мультиметр и измерьте с его помощью напряжение U на выводах конденсатора.
6. Измерьте мультиметром значение сопротивления резистора R, параллельно которому был подключён вольтметр.
7. Вычислите, используя закон Ома для участка цепи, силу тока в цепи для каждого временно́го интервала (равного 15 с) по формуле $I = \frac{U}{R}$.
8. Определите величины зарядов Δq, накапливаемые конденсатором каждые 15 с, по формуле: $\Delta q = I \cdot 15$ с.
9. Определите по формуле (2) суммарный заряд, накопленный конденсатором Q.
10. Вычислите ёмкость конденсатора C по формуле (1).
11. Установите, попадает ли полученное значение ёмкости в интервал её возможных реальных значений (определяется по указанным на корпусе номиналу и допуску значений).
12. Сделайте вывод об эффективности метода измерения ёмкости, который был использован в данной работе. Укажите его достоинства и недостатки.

§ 5. **1.** 2 см; противоположно оси X. **2.** 45 км/ч. **3.** 40 км. **5.** а) 100 м; б) –5 м/с; 5 м/с; в) 25 м; г) 75 м.

§ 6. **1.** а) 5 м/с; –3 м/с; –2 м/с; 5 м/с; б) 0; в) 50 м; г) 3,33 м/с; д) 0; е) 0,83 м/с; ж) 5 м/с. **2.** 72 км/ч. **3.** 75 км/ч. **4.** 36 км/ч. **5.** 6 км/ч.

§ 7. **1.** 1 км. **2.** 1 м/с^2; а) 50 м; б) 9,5 м. **3.** 2 м/с; 8 м/с. **4.** 302,5 м/с^2; 36,4 с. **6.** 22,5 м; 2,25 м/с.

§ 8. **1.** 35 м. **2.** 1,5 с; 11,25 м. **3.** 25 м/с; 30 м; 32,5 м. **4.** 3,35 с; 33,5 м/с. **5.** 33,5 м/с.

§ 9. **1.** 1,2 м. **2.** 1,5 с. **3.** а) 8,7 м/с; 5 м/с; б) 1,25 м; в) 1 с; г) 8,7 м. **4.** 5 м.

§ 10. **1.** 29 м/с; 9 м/с. **2.** 80 с. **3.** 600 м/с. **4.** а) 65 м/с; б) 35 м/с; в) 52,2 м/с. **5.** 1 м/с; 0,25 м/с.

§ 11. **1.** а) 7,85 см; 7,07 см; б) 15,7 см; 10 см; в) 31,4 см; 0; г) 78,5 см; 10 см. **2.** 1 мин; 1 ч; 12 ч; 0,017 об/с; 0,00028 об/с; 0,000023 об/с. **3.** а) 7 м; 10,99 м; б) 4,95 м; 5,495 м; в) 3,5 м; 3,66 м. **4.** 35,1 м/с^2; 56,4 об/мин. **5.** 2512 м/с.

§ 13. **1.** 2 Н; сонаправлена с осью X. **2.** 5 Н; направлена противоположно оси X. **3.** 100 Н; вертикально вниз.

§ 14. **1.** 4 кг. **2.** 17,8 дм^3. **5.** 5 мм.

§ 15. **1.** 20 т. **2.** 1,45. **3.** 10 Н. **4.** 2 т. **5.** а) 10,3 с; б) 51,7 м.

§ 17. **1.** $3{,}03 \cdot 10^{-4}$ Н. **2.** а) В 4 раза; б) в 16 раз; в) в 36 раз. **3.** 26 371 с = = 7,3 ч. **4.** 4 м/с^2. **5.** 8 км/с. **6.** 3,8 м/с^2. **7.** 8,8 м/с^2. **8.** 29,8 км/с.

§ 18. **1.** 1,08 кг. **2.** 22,5 см. **3.** 10 см; 20 см.

§ 19. **1.** а) 500 Н; б) 600 Н; в) 400 Н. **2.** а) 2 м/с^2; вертикально вверх; б) 2 м/с^2; вертикально вниз.

§ 20. **1.** 0,58. **2.** а) 0,5 Н; б) 1 Н; в) 1 Н. **3.** 3,5 м/с^2 ; 11 Н. **4.** 5 кг. **5.** 10 Н; 2,5 Н.

§ 21. **1.** 800 кг. **2.** 9,2 м/с. **3.** 28,6 м/с. **4.** 1 кг/м.

§ 22. **1.** 5556 Н. **2.** 77,6 м/с. **3.** 51 Н. **4.** 40 м.

§ 24. **1.** а) 14 кг · м/с; б) 20 кг · м/с; в) 0. **2.** 15 Н. **3.** а) 5,75 км/ч; б) 1,25 км/ч. **4.** 1,8 м/с.

§ 26. **1.** На 20 см к середине стержня. **2.** 11 см от левого края стальной половины стержня в сторону половины стержня из алюминия.

§ 27. 1. 500 Дж. 2. 5100 Дж. 3. $2{,}64 \cdot 10^{6}$ Дж; $1{,}32 \cdot 10^{5}$ Вт. 4. 1173 Дж; 85,2%. 5. 0,8 Дж.

§ 28. 1. 120 Дж. 2. 800 м/с. 3. 200 Дж. 4. 3,8 м.

§ 30. 1. 14,1 м/с. 2. 6,32 м/с. 3. 1,8 м; 6 м/с. 4. 3,24 кН. 5. 6 см. 6. $1{,}4l_0$.

§ 32. 1. 75 Н. 2. 200 Н; 173 Н. 3. 56 Н; 25 Н. 4. 2,7 Н. 5. 0,5.

§ 34. 1. Да; 25 кПа. 2. 0,1 м. 3. 2400 Па. 4. В 500 раз.

§ 35. 1. 160 см^3. 2. 12,7 кг. 3. 35 шт. 5. 7,5 см^3.

§ 38. 1. 0,001 мкм. 2. 344. 3. 900 моль. 4. 0,964 кг. 5. $1{,}2 \cdot 10^{20}$.

§ 40. 1. 90 мл. 2. 580 л. 3. 377 К. 7. 73,26 мм.

§ 41. 1. 95,1 Н. 2. 0,14 л. 3. 546 К. 4. 0,3125 м.

§ 42. 1. 0,5 МПа. 2. 76 545 Па. 3. $60 \cdot 10^{-22}$ Дж. 4. Уменьшится на $4{,}1 \cdot 10^{3}$ Па.

§ 43. 1. Уменьшится в 3 раза. 2. 24 151 шт. 3. $5{,}3 \cdot 10^{5}$ Па. 4. Увеличится в 1,5 раза. 5. $5 \cdot 10^{24}$ шт.

§ 44. 2. 597,5 м/с; 1273,6 °С.

§ 45. 2. αa. 3. 0,023 м. 4. 9,7 мм. 5. 2,9 мм. 6. 800 кг/м^3.

§ 46. 1. 0,35 м. 2. На 514 °С.

§ 47. 3. 40 °С. 4. 33,24 Дж. 5. 66 МДж. 6. 232,8 Дж/(кг · °С).

§ 48. 1. 50 кДж. 2. 0,472 м. 3. 31,3 °С. 4. 134 °С.

§ 49. 1. 3 кДж. 2. 3600 Дж. 3. 3 Дж; 5 Дж. 4. 10 Дж. 5. –200 кДж; –16 045 К. 6. –1246,5 Дж; 0; 0. 7. а) 0; 750 Дж; б) –750 Дж; 0; в) 500 Дж; 1250 Дж. 8. 16 620 Дж.

§ 51. 1. 25 %. 2. 28 кДж. 3. 702,1 Дж. 4. 136,5 °С. 5. 30%; 400 К.

§ 54. 1. 0 °С. 2. 0,022 кг. 3. 0,002 кг. 4. 22,7 °С. 5. 6,4%.

§ 55. 1. 0,242 Па. 2. В 12 раз. 3. Пар был ненасыщенным; стал насыщенным. 4. Не выше 11 °С.

§ 56. 1. –11,4 °С. 2. 152 г. 3. а) Удельная теплоёмкость больше у первого тела; б) удельная теплота плавления больше у первого тела. 4. а) *AB* — нагревание твёрдого тела; *BC* — плавление твёрдого тела; *CD* — нагревание жидкости; б) 80 °С; в) 1260 Дж/(кг · °С).

§ 57. 1. q. 2. 0,194 мкКл; $9{,}38 \cdot 10^{-29}$ кг. 3. +10,24 нКл; $5{,}8 \cdot 10^{-20}$ кг.

§ 58. 1. 2. 2. Уменьшится в 1,25 раза. 3. $8{,}8 \cdot 10^{9}$. 4. а) 0,9 мН; б) 0,45 мН; в) 0,01 мН. 5. 257 кН.

§ 59. 1. 0; 800 В/м. 2. 0,8 мкм. 3. 120 В/м. 4. 538 В/м.

§ 61. 1. 118 мкКл/м^2. 2. 900 В/м; 0.

§ 63. 1. –0,5 мкДж; 0,5 мкДж; 20 В. 2. 400 В. 3. 2,025 мкДж. 4. 1 мН. 5. $6{,}5 \cdot 10^{-19}$ Кл.

§ 64. 1. 6 см. 2. 15 см. 3. 51,8 В. 4. 2,6 мкДж; –2,6 мкДж.

§ 65. 2. а) Соединить шары проволокой и к одному из них поднести наэлектризованную палочку (стеклянную или эбонитовую); б) один из шаров зарядить, а вторым незаряженным шаром коснуться его. 3. б) 4,5 кВ/м; 150 В; в) 1,04 кВ/м; 375 В. 4. $3{,}2 \cdot 10^{-11}$ Кл.

§ 67. 1. $4 \cdot 10^{6}$ В/м. 2. Уменьшится в 6 раз. 3. 8. 4. $C = 0{,}75$ мкФ; $q_1 = 90$ мкКл; $U_1 = 90$ В; $q_2 = 30$ мкКл; $U_2 = 30$ В; $q_3 = 60$ мкКл; $U_3 = 30$ В. 5. а) $3C$; б) C.

§ 68. 1. а) Уменьшится в 4 раза; б) уменьшится в 4 раза; в) уменьшится в 16 раз. 2. $2 \cdot 10^{6}$ В/м.

ОГЛАВЛЕНИЕ

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

ГЛАВА 6. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

ГЛАВА 7. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

ФИЗИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ

Гравитационная постоянная	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н · м²/кг²
Модуль ускорения свободного падения вблизи поверхности Земли	$g = 9{,}81$ м/с²
Скорость света в вакууме	$c = 2{,}99792458 \cdot 10^{8}$ м/с
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Масса электрона	$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса протона	$m_p = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса нейтрона	$m_n = 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ кг
Элементарный заряд	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Постоянная Авогадро	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Универсальная газовая постоянная	$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)
Нормальное атмосферное давление	$p_0 = 101\,325$ Па

ПЛОТНОСТИ НЕКОТОРЫХ ВЕЩЕСТВ

Вещество	ρ, кг/м³	Вещество	ρ, кг/м³
Твёрдые тела (при 20 °С)			
Алюминий	$2{,}7 \cdot 10^{3}$	Олово	$7{,}3 \cdot 10^{3}$
Вольфрам	$1{,}93 \cdot 10^{3}$	Парафин	$9 \cdot 10^{2}$
Графит	$2{,}1 \cdot 10^{3}$	Платина	$2{,}15 \cdot 10^{4}$
Железо, сталь	$7{,}8 \cdot 10^{3}$	Поваренная соль	$2{,}1 \cdot 10^{3}$
Золото	$1{,}93 \cdot 10^{4}$	Пробка	$2{,}4 \cdot 10^{2}$
Иридий	$2{,}24 \cdot 10^{4}$	Свинец	$1{,}14 \cdot 10^{4}$
Кирпич	$1{,}8 \cdot 10^{3}$	Серебро	$1{,}05 \cdot 10^{4}$
Константан	$8{,}9 \cdot 10^{3}$	Слюда	$2{,}8 \cdot 10^{3}$
Латунь	$8{,}5 \cdot 10^{3}$	Сосна сухая	$5{,}2 \cdot 10^{2}$
Лёд (при 0 °С)	$0{,}9 \cdot 10^{3}$	Стекло	$2{,}5 \cdot 10^{3}$
Медь	$8{,}9 \cdot 10^{3}$	Фарфор	$2{,}3 \cdot 10^{3}$
Никелин	$8{,}6 \cdot 10^{3}$	Цинк	$7{,}1 \cdot 10^{3}$
Никель	$8{,}9 \cdot 10^{3}$	Чугун	$7{,}4 \cdot 10^{3}$
Нихром	$8{,}3 \cdot 10^{3}$	Эбонит	$1{,}2 \cdot 10^{3}$
Жидкости (при 20 °С)			
Бензин	$7{,}0 \cdot 10^{2}$	Масло минеральное	$9{,}2 \cdot 10^{2}$
Вода (при 4 °С)	$1{,}0 \cdot 10^{3}$	Масло оливковое	$9{,}2 \cdot 10^{2}$
Глицерин	$1{,}20 \cdot 10^{2}$	Ртуть (при 0 °С)	$1{,}36 \cdot 10^{4}$
Керосин	$8{,}0 \cdot 10^{2}$	Спирт этиловый	$7{,}9 \cdot 10^{2}$
Газы (при нормальных условиях: $p = 1{,}013 \cdot 10^{5}$ Па, $t = 0$ °С)			
Азот	1,25	Гелий	0,18
Аммиак	0,77	Кислород	1,43
Аргон	1,78	Ксенон	5,85
Воздух	1,29	Неон	0,9
Водород	0,09	Углекислый газ	1,98

ТЕПЛОВЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВ

Твёрдые тела (при нормальном атмосферном давлении)

Вещество	Удельная теплоёмкость, кДж/(кг · К)	Температура плавления, °C	Удельная теплота плавления, кДж/кг
Алюминий	0,92	660	380
Латунь	0,39	900	330
Лёд	2,1	0	330
Медь	0,4	1083	175
Никель	0,46	1455	300
Олово	0,28	232	59
Свинец	0,13	327	25
Серебро	0,23	960	88
Сталь	0,46	1400	82
Железо	0,46	1520	270

Жидкости (при нормальном атмосферном давлении)

Вещество	Удельная теплоёмкость, кДж/(кг · К)	Температура кипения, °C	Удельная теплота парообразования, МДж/кг
Вода	4,19	100	2,26
Ртуть	0,14	357	0,284
Спирт	2,42	78	0,853

Газы (при нормальном атмосферном давлении)

Вещество	Удельная теплоёмкость, кДж/(кг · К)	Температура конденсации, °C
Азот	1,05	−196
Водород	14,3	−253
Воздух	1,01	–
Гелий	5,29	−269
Кислород	0,913	−183

Значения давления и плотности насыщенного водяного пара при некоторых температурах

t, °C	−20	−10	0	10	20
$p_н$, кПа	0,103	0,259	0,611	1,227	2,337
$\rho_н$, г/м^3	0,88	2,14	4,85	9,41	17,32

t, °C	30	40	60	80	100
$p_н$, кПа	4,24	7,376	19,92	47,3	101,3
$\rho_н$, г/м^3	30,3	51,2	130,5	294	598

Молярные массы некоторых веществ

Вещество	Молярная масса, 10^{-3} кг/моль	Вещество	Молярная масса, 10^{-3} кг/моль
H_2	2	CO_2	44
O_2	32	Cl_2	70
N_2	28	Na	23
He	4	Al	27
Воздух	29	Ag	108
H_2O	18	Au	197
C	12	Pb	207

Диэлектрические проницаемости веществ

Воздух	1,00058	Слюда	6
Вода	81	Стекло	7
Керосин	2	Текстолит	7
Масло	2,2	Фарфор	5
Парафин	2	Эбонит	3